報　告

パネル討論会

理論計算機科学の展望†

パネリスト

S. Takasu[1), R. Fagin[2), M. O. Rabin[3), L. G. Valiant[4)

S. Winograd[5), J. Hartmanis[6)　司会　H. Kobayashi[7)

五十嵐善英，金谷　健一（共訳・編集）

計算機科学の数学的基礎論に関する第7回 IBM シンポジウム——計算の数学的理論——(The 7th IBM Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science: Mathematical Theory of Computation, Hakone, Japan, May 24-26, 1982) において，上記の表題をテーマとしたパネル討論会がもたれた．上記6人のパネラは理論計算機科学の分野を代表する人達であり，この分野に関して教示に豊んだ内容であった．このシンポジウムに参加できたのは限られた方だけであったので，理論計算機科学に興味を持つ読者の便を考えて，各パネラの話の要約をここに紹介する．

1. プログラム理論 (S. Takasu)

J. McCarthy による LISP システムはプログラム理論の研究分野における画期的な成果である．しかしながら今日，超 McCarthy ともいえる東京大学の M. Sato の存在をお伝えしたい．彼は M. Hagiya とともに，HYPER LISP システムを設計し，1981年の Amsterdam の会議でそれを発表した．そのシステムは数学的に大変深いデータ構造を持っている．

LISP システム出現のあと，J. McCarthy のプログラムの等価性，R. W. Floyd, P. Nauer のプログラム検証，C. A. R. Hoare のプログラムの公理論的取り扱い，Z. Manna, R. Waldinger のプログラム合成等の優れた研究が生まれている．特に，プログラム検証については，1970年代に多くの研究がなされた．最近では，データ型と並列プログラムの検証の研究が盛んである．代表的な例として，C. A. R. Hoare の並列プログラムのある性質を証明するための型形式の設計，T. Nishimura の無限論理に基づく形式システム，H. Nishimura の有限論理に基づく形式システム等がある．

M. Sato は，第6回 IJICAI (人工知能国際会議) で，プログラム合成に対する素晴らしい解を発表した．彼は Gödel の解釈を見事な方法で用いている．この Gödel の解釈に関連して，私自身の仕事がある．即ち，私はプログラミング方法論に関してある理論的な基礎を与えた．この結果は Theoretical Computer Science (Vol. 16, pp. 43-60 (1981)) に発表された．その理論はプログラム合成問題にも適用できる．

プログラミングと証明とは等価であると見なすことができる．即ち，証明はある種のアルゴリズムと見なし得る．この議論は Gentzen の Seguent calculus に基づくもので，第3回 IBM シンポジウム (The 3rd IBM Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science: Mathematical Logic and Computer Science, 1978) に発表された．そのアルゴリズムは，最初 Stanford 大学の C. Gad によって実行され，最近 M. Hagiya によってより効率よく実行された．

以上述べたことに関連して，次のような問題がこれからの研究課題として考えられる．

（1）新しいよりよいアルゴリズムを見つけるための数学的基礎を発展させる．

（2）検証プログラムの複雑さを軽減するために，形式化に適当な制限を加え，どのような状況でどのような補題，帰納が適用できるかを解析する．

（3）並列プログラムを取り扱うのに必要な意味論

† 開催日　昭和57年5月24日～26日
　場　所　箱根

1) 京都大学数理解析研究所
2) IBM San Jose Research Laboratory
3) Aiken Computation Laboratory, Harvard University
4) Aiken Computation Laboratory, Harvard University
5) IBM Thomas J. Watson Research Center
6) Computer Science Department, Cornell University
7) Japan Science Institute, 日本 IBM

の問題を考える．すでに知られているシステムはあまりにも複雑で実用的でない．並列プログラムに関する数学的基礎理論の発展が重要である．

たとえ，今すぐに役立たなくても，基礎的な研究が重要であると言うことが私の結論である．

2. データベースの不完全情報 (R. Fagin)

関係データベースでは情報は表の形で貯えられる．例えば，ある大学の次のような表を考える．ここで，

表

教官名	所属学科	給料
Hilbert	数学	80,000ドル
Pythagoras	数学	25,000ドル
Turing	計算機科学	70,000ドル
Einstein	物理	100,000ドル

「給料が 30,000ドル以下か，又は数学科に所属している教官名をすべて挙げよ」と問うと，Pythagoras と Hilbert とが条件を満たす．しかし，もし情報が不完全だったらどうするか．例えば Hilbert の給料が不明とする．このような場合，不明であることを表わす特殊な記号(たとえば——)を用いるのが一つの方法である．Hilbert の給料が不明でも，彼が数学科に属しているのはわかっているので，Pythagoras と Hilbert の2人が先の質問に対する正しい答として得られる．このような情況を扱うため E. F. Codd（そして他の多くの人々）がデータベースのための3値論理を提案している．例えば真と真の論理和は真，偽と不明の論理和は不明等である．上の例ではこれでうまくいったが，これですべてが解決するだろうか．例えば，次のような問を考えよう．「給料が 30,000ドル以下の教官，又は給料が 30,000ドル以上の教官のすべてを挙げよ．」もし上の3値論理をそのまま実行すると Hilbert については給料が不明であるので，不明と不明の論理和はやはり不明となる．しかし，給料がいくらであろうと 30,000ドル以下か 30,000ドル以上のどちらかであるので，Hilbert を含めてすべての教官はこの条件を満足する．ところが，与えられた論理式が常に真であるかどうかを決めることは NP-困難な問題である．

上の問題は計算が困難であるというだけでなく，別の問題が生じてくる．それは頑健性に関するものである．例えば，表のA欄に 1, 2, 3 があり，B欄に 3, 4, ——があるとする．「A欄とB欄の共通部分を求めよ」という問を考えよう．確かに3は両方の欄にある．1と2は可能性があり，4は除外される．しかし，——は何を意味するのだろうか．それは何らかの一つの値を表わしているのだろうか．それとも複数とみなしてもよいのだろうか．結局，この不明値は人が通常用いる操作（合併とか共通部分）とかに関して意味がよく保存されないと言うことになる．即ち，自然な意味論が存在しないことになる．

われわれは今日，完全な情報に関するデータベース管理システムおよびその操作に関して十分よく理解できるようになった．そこで，多くの人々は少し修正すれば不完全な情報も扱えるだろうと考えるとしても不思議はない．しかし実際はそうではない．結局，不完全な情報を扱おうとすれば，データベースシステム全体をはじめから設計し直すしかない．3値論理のような単純な修正ではうまくいかない．私の指摘したかったのはこのことである．

3. 実際の計算における複雑さの理論 (M. O. Rabin)

いろいろな問題について，それを解くのに必要な演算の回数が研究されてきた．そのために美しい数学理論が用いられ，いくつかの重要な結果が得られてきた．高速フーリエ変換はその代表的な例であろう．次に考えることとは，それを実際に実行するときの計算時間である．例えば，VLSI 内で必要な情報を転送させる時間も考慮に入れる必要がある．多項式を並列処理によって計算する理論があるが，これはどのようにして必要なデータを必要なプロセッサに転送するかについては答えていない．また行列の積を高速に計算する理論があるが，もし理論どおりに実行しようとすると，必要な数を必要なときに利用できるようにデータをあらかじめ配置しておく必要がある．このことは単純なことではない．私が強調したいのは，実際問題を考えるとき，このような問題を忘れてはならないことである．

次に重要なことは，個々の問題について考えるだけでなく，それらを合わせた全体についても考える必要があると言うことである．例えば，高速フーリエ変換をとっても，これによってたった一つの問題を解くと言うのではない．地震の解析などでは，50とか100とかの付随した計算が必要になる．したがって全体としての計算量が重要な問題となる．

もう一つ別な問題がある．それは帯域幅に関するもので，プロセッサは高速に計算できるとして，記憶装

置からプロセッサにどのようにして高速にデータを転送するかと言う問題である.

私の言いたいことは，これらのすべての問題が容易に理論研究の対象になりうると言うことである．現在，計算の複雑さの理論がいろいろ用意されている．大きな課題は実際の計算問題に対して適切なモデルを構成し，これまで発展してきた計算の複雑さの理論を適用することである．これによって，数学的に美しく，かつ実用的な結果が得られるであろう.

最後に，今まで述べてきたことは直接に関係がないが，興味深い問題を簡単に述べたい．それはランダム化されたアルゴリズムである．これによって，他の方法ではできないことが可能になる例が確かにある．例えば，大きな数を素数の積で表わす問題はランダム化されたアルゴリズムによって解決の手がかりを得るだろうか．この質問は実用的に重用な意味を持つだけでなく，それ以上に深い哲学的意味を持っている.

以上述べた問題は決して容易ではなく，誰もすぐに解決できるとは思っていない．しかし，ことわざにもあるように，「困難な課題はやってみるだけでも価値がある」と言うことである.

4. アルゴリズムと複雑さの理論 (L. G. Valiant)

このパネル討論会の目的が，理論計算機科学のこれからの方向についての何らかの考えを得ようと言うことであれば，パネラとして計算機科学を専門としない人，例えば街を歩いている人とか，近くの湖の上の観光蒸気船に乗っている人を加えるべきであったろう(このパネル討論会は芦ノ湖ほとりのホテルで行われた)．これ等の専門外の人達は，計算機科学者は計算を効率よく行う技術を研究すべきであると述べるであろう．私がここで主張したいのはまさにこのこと，即ち肯定的な一般結果を探求しようと言うことである.

ところが上の主張に対して，あまり本質的でないとか，むずかしすぎるとかと言う反論が直ちに返ってくるだろう．実際，計算の複雑さの理論の講義をする場合，否定的な結果に対しては美しい理論体系として印象づけられるが，肯定的なアルゴリズムの場合は，単に個々の特殊な技術を列挙するにとどまらざるをえない．もちろん，これには誇張もあり，分割統治法やランダム化という例外もあるが議論をはっきりさせるためにあえてそのように言う.

肯定的な一般結果を示す最もよい方法は例で示すことである．ここでは肯定的な側面を強調するため私の知っているいくつかの例をあげる．ある体の上での多変数多項式を計算することを考えよう．次数は低いとし，ある効率的なアルゴリズムを用いて加減乗除の演算で計算できたとする．V. Strassen は次のような肯定的な一般結果を得た．除算を含まないで上のアルゴリズムと同じ効率で上の計算を行うアルゴリズムが存在する．もう一つの最近の例は，Baur と Strassen による次の結果である．ある n 変数多項式があるアルゴリズムによって計算できるとすれば，それを用いてそのすべての n 個の偏導関数を計算するアルゴリズムを構成することができ，しかも計算のステップ数はもとのアルゴリズムの5倍以下におさえることができる.

ランダム化されたアルゴリズムについては Adelman の次の指摘が重要と思われる．即ち，ある問題に対する高速のランダム化アルゴリズムがあれば，それに対するブール回路が得られる．このことから，決定性アルゴリズムとランダム化アルゴリズムをあまり区別する必要がないと解釈することができる.

肯定的な一般結果が期待できる分野として並列計算が考えられる.

最後に,「そもそも肯定的な一般結果はそんなに存在しないのだから，それを探求することは無駄に終わるだろう」と言う反論に答えたい．私の答えは，強い解がないからといってあまり悲観的になる必要がなく，弱い解でも十分重要だということである．たとえ NP が P でないとしても，NP 完全問題に対して今知られているよりはよいアルゴリズムがあるかも知れない．計算の複雑さが n に対して指数関数であるアルゴリズムが，$o(n)$ に対して指数関数になれば，これは新しい成果である．強い解が存在しないとしても，極めて弱い解なら求めることができるかも知れない．われわれは悲観的になってはいけない．肯定的な一般結果に至る道は必ず開けると思う.

5. 計算機科学とは何か (S. Winograd)

私の考えでは理論計算機科学とはまさに応用数学の一部である．それが特別な意味を持っているのは，応用の分野が計算機および計算一般であると言うことにほかならない．理論計算機科学を応用数学と見なすことにより二つの大きな発展要因が得られる．それは応用と数学である．まず応用について考えよう．過去において理論研究は多くの新しい概念を生み出し，それ

により個々の問題に対する解だけでなく，考え方の枠組と効率のよい思考法を与えてきた．内蔵プログラムの概念を最初に発案したのは，ある意味では A. Turing だと思う．また分割統治法や抽象データ型などの概念により，人々は組織的に問題に取り組み，効率のよい思考ができるようになった．理論計算機科学は概念だけでなく，個々の問題に対しても目ざましい成果を与えてきた．高速加算器，高速フーリエ変換，文字列照合やソーティング等の多くの組合せ問題の効率のよいアルゴリズムがその例である．同時に忘れてならないのは数学そのものへの寄与である．今までも寄与があったし，これからもそうであろう．例えば，計算の複雑さの理論は新しい数学の問題を生み出した．また，R. L. Rivest, A. Shamir, L. Adleman の暗号理論は数の因数分解の問題を一層推進させた．

ところで数学の役割は何であろうか．それは問題を正確に一般化し，抽象化することである．これによって数々の具体的な問題に対して共通なものは何か，すべての背後にあって重要なものは何かを知ることができる．これまでの計算機科学の成功例には絶えることのないサイクルがある．個々の特殊な問題からその一般化，抽象化，それを用いてより高度な問題を扱う一般理論，そしてそれ等の具体的な問題への応用という具合である．これは特殊と一般のシーソであり，数学がこれを動かしている．このことは，われわれが絶えず計算機と計算機システムの発展に歩調を合わせなければならないことを意味している．

最後に VLSI について述べたい．私の言いたいことは単に時間/空間のトレードオフに限らず，非常に多くの取り組むべき問題があるということである．VLSI を考えることにより，かつてのスイッチング理論へ逆戻りするとしても不思議ではない．しかしその見方は以前とは異なるはずである．それは，今日では新しい動機に支えられているからである．例えば記憶の階層化，データ転送，分散計算等である．実際面の人々は前進しつつある．新しい形の計算方式が開発され新しい問題が生まれつつある．われわれはこれについていかねばならない．新しいモデルを構成し，新しい結果を導き，必要な新しい数学的手法を発展させる必要がある．テクノロジは私にとって応用分野であり，数学はその道具である．テクノロジを含む応用の分野はわれわれが得た結果を応用する場所である．

6. 計算機科学の性格 (J. Hartmanis)

実は私の言いたいことは，先ほど Winograd 氏がすっかりしゃべってしまった．実際，計算機科学は今日極めて興味深い素晴らしい分野になっている．

計算機というのは，たとえそれが真空管でできていても重要なものである．それが，トランジスタになり，集積回路になり，LSI になり，VLSI へと発展してきた．このことは以前には想像できなかった新しい可能性を開いてきた．このような新しい発展に対処していくためには新しい概念，新しい理論が必要であり，それらを創造することがわれわれの挑戦である．

計算機科学は極めてユニークな科学である．これは従来の科学と完全に異なるものである．根本的な相違は存在しているものと扱うのでなく，何が可能であるかを探ることである．そのために理論を構成し，概念を創造し，それを解析し，可能なものの中から最適解を選ぶ．このことは，人類がこれまでに行ってきたどれとも非常に異なっていると思う．もちろん，理論計算機科学はオペレーションリサーチや他の科学との類似性を持っているが，これまでのどの学問分野とも根本的に異なり，本当にエキサイティングな分野である．そして，さらに技術の発展や巧妙な装置の開発によって，今後ますます面白くなっていく分野である．

以上で要約したような 6 人のパネラの話しのあと，Rabin がパネラの話し全体についての短評を与え，数学と計算機科学との関係についてのコメントをつけ加えた．Hartmanis も数学との関係について彼の考えを補足した．その要約は以下のようである．

Rabin：数学における計算機の役割は何であろうか．計算機は数学者のために新しい世界を開いたとも言える．例えば，Gauss は 2 つの非常に大きい行列の積をどれだけの演算回数でできるかという問題は考えなかった．彼だったらそのような問題を解くことができたであろうが，彼の時代にはそのような大きな計算は実行不可能だったからである．計算機はその問題を意味のあるものとし，代数学，数論，そして数学の他の分野に新しい世界を開いた．私は，計算機科学は 20 年後には数学の新しいエキサイティングな問題のもっとも大きい源になっているだろうと信じる．数学者はこのことを理解しはじめている．

Hartmanis：われわれは数学から多くのものを借りてきたし，数学者になぞらって仕事をしてきた．しか

し，数学に対しわれわれは大きな利子をつけてお返しができると考えている．われわれは新しい問題を数学に提供することができる．これまでになかった観点や方法を創造してきた．また，計算機科学から生まれた多くの概念は他の多くの分野にも応用されるであろう．一口で言えば，われわれは情報と計算とを扱う新しい概念と理論のための知性を蓄積しつつあると言える．

このあと，フロア（聴衆）の討論の参加があった．理論計算機科学と他の分野との関係，特に数値解析の分野との関係，大学における教育，産業界への貢献等についての意見の交換があった．

謝辞

このパネル討論会の内容の紹介を許可して下さった日本 IBM(株)に感謝する．同社企業総務部の本多義則氏にはパネル討論会の速記録等を提供して頂き大変世話になった．

(昭和58年8月2日受付)