

生 体 情 報 処 理 の 手 法

篠崎国雄 (日本光電・計装部)

☆はじめに 生体より得られる情報には実にさまざまなものがある。心電、脳波、AP、BSRなどのような生体電気現象だけでも数多くのものがあるが、その他にも、血圧、脈波、呼吸などの物理的現象や、血液、尿などの化学的なもの、更には、X線、超音波などを利用して得た画像などまさに多種多様である。今回はこの内生体電気現象で主に利用されている下記の手法について説明する。

- (I) 加算平均 (II) 分散 (III) ヒストグラム
(IV) 相関係数, 相関関数 (V) パワスペクトル (VI) クロススペクトル

[語句の説明]

(i) 定常性

十分長い時間について考えた時、横軸(時刻)をどこで切っても一定の統計的な性質に変化がないこと。

(ii) エルゴード過程

確率過程において、そのアンサンブル平均と時間平均が等しいと考えられる性質であり、数式で示すと次のようになる。

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N i_m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T i(t) dt$$

(I) 加算平均

BSRやSVRのような極めて微弱な情報は、単に高感度の増幅器があるだけでは十分には得られない。なぜなら目的とする信号よりもそれ以外の信号の方が大きくそれらに信号がうもれている場合がほとんどである。そこで、目的とする信号以外を雑音と見た時、雑音は目的の信号と無関係に発生し、かつ雑音分は互いに独立であるとみなし得る場合には、統計で用いられている加算平均の手法が充たでき、信号と雑音の比(一般にS/Nと書く)を信号に同期して加算した回数Nの平方根 \sqrt{N} 倍改善できる。

今生体より得られた信号 $i(t)$ が、必要とする信号 $s_i(t)$ と雑音 $n_i(t)$ との和で表わせ、かつ $n_i(t)$ は無限回加算平均したら零となると仮定し $i(t) = s_i(t) + n_i(t)$

更に $s_i(t)$ は常に一定の形で得られ、N回加算したら $N \times s_i(t)$ となると仮定する。そこで、雑音分だけに着目し、N回加算平均後の波形 $Z_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t)$ と原波形 $n_i(t)$ とを比較してみる。それにはパワの平均を考えるのが簡単である。

$$\langle Z_i^2(t) \rangle = \langle \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t) \right)^2 \rangle = \frac{1}{N^2} \langle \left(\sum_{i=1}^N n_i(t) \right)^2 \rangle \quad \langle \rangle \text{は平均を意味する記号とす}$$

$$= \frac{1}{N^2} \langle \left(\sum_{i=1}^N n_i^2(t) + \sum_{j,k=1}^N n_j(t)n_k(t) \right) \rangle \quad ; j \neq k$$

仮定より後ろの項は零となり、前の項だけとなり

$$\langle Z_i^2(t) \rangle = \frac{1}{N^2} \langle \sum_{i=1}^N n_i^2(t) \rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \langle n_i^2(t) \rangle = \frac{1}{N^2} \cdot N \langle n_i^2(t) \rangle = \frac{1}{N} \langle n_i^2(t) \rangle$$

よって $Z_i(t)$ のパワは $n_i(t)$ のパワの $\frac{1}{N}$ となり、電圧はその平方根で $1/\sqrt{N}$ となる。

(II) ヒストグラム

ヒストグラムの内、主なものには、インターバルヒストグラム、ドウェルタイ

ムヒストグラム，レイテンシヒストグラムなどがあるが， t をどのようにとるかが違う程度で，ほゞ似ているので紙面の都合上，インターバルヒストについてのみ説明する。

右図(a)のようにパルスとパルス間の時間 t_1 , t_2 , t_3 , ... を測定し (b)のように横軸に時間を縦軸にその累積度数をとったものであり，図(b)のA点について云うと， t_j という時間々隔でパルスが発生した回数が N_k 回あったという事である。

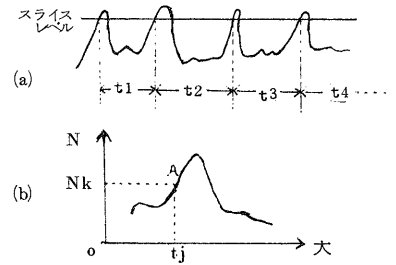


図1 インターバルヒストグラム

(III) 分散

得られたデータのバラツキの程度を表わす方法の一つとして考えられたのが，分散である。

今 一群のデータが得られた時，その平均値を \bar{x} ，個々のデータを x_i とするとその分散 σ^2 は

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。この式からも分る通り 分散とは得られたデータと平均との差の2乗を計算し，それらを寄せ集めたものの平均である。更に平方根をとったものを標準偏差と呼ぶ

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \dots \dots \dots (2)$$

(1) 及び (2) の式は離散的データに対する式であったが，生体より得られるデータは主に連続する曲線 $x(t)$ であるので x_i の代わりに $x(t)$ を用い，和 \sum の代わりに積分 \int を用いて (1) 式は

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \{x(t) - \overline{x(t)}\}^2 dt \quad \text{と表わせる。}$$

(IV) 相関関数，相関係数

ある2つの変動間になんらかの相関性がないかどうかを調べることは，医学においても有意なことが多く，時として重要な因果関係を見いだすことがある。

(i) 相関係数

ある2変数 X , Y の間に相関性があるかないかを，定量的に表現しようとするものが相関係数である。

今，得られた観測値 x_i , y_i の各々の平均値を \bar{x} , \bar{y} とすると x_i , y_i の標準偏差は

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

であり，相関係数 P は

$$P = \frac{C}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad \text{ただし} \quad C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad \text{〔共分散〕}$$

で定義される。ここで P の値をみた時

- $P > 0$ のとき 正の相関 $P = 1$ のとき 正の完全相関
- $P = 0$ のとき 無相関
- $P < 0$ のとき 負の相関 $P = -1$ のとき 負の完全相関

と言う。

(II) 自己相関々数

エルゴード過程に従う連続曲線の時間々隔を変数とみて相関性を論ずることができる。これが自己相関々数である。式で書くと次のようになる。

$$\phi_{xx}(I) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t+I) dt$$

自己相関の主なるところは、周期成分とランダム成分の分離がはかれると
いうことと、偶関数でかつ $I=0$ の時が最大となることである。

(III) 相互相関々数

変動する2つの曲線 $x(t)$, $y(t)$ 間の相関性をみるのが相互相関々数であり、
式で書けば次のようになる。

$$\phi_{xy}(I) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) y(t+I) dt$$

(IV) パワスペクトル

生体より得られた信号が、どのような周波数成分をどの程度含んでいるかを知る
のが、パワスペクトルである。信号 $x(t)$ は横軸に時間をとって表現されるが、パ
ワスペクトルは横軸に周波数をとって表現される。

信号 $x(t)$ を周波数に分解する 即ち周波数スペクトルを求めるには、 $x(t)$ をフー
リエ変換すれば良く、更にパワを求めるには、2乗して時間で平均をとれば良い。
式で書けば次のようになる。

$$\overline{\Phi}(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \left| X_T(jw) \right|^2$$

ただし

$$\begin{cases} X_T(jw) = \int_{-T}^T x_r(t) e^{-jw t} dt \\ x_r(t) = \begin{cases} x(t) & |t| < T \\ 0 & |t| > T \end{cases} \end{cases}$$

パワスペクトルを『原波形の自己相関々数のフーリエ変換』としても求められる。

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} x_r(t) x_r(t+I) dt \right\} e^{-jw t} dt \\ = \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} x_r(t) e^{jw t} dt \int_{-\infty}^{\infty} x_r(t+I) e^{-jw t(t+I)} \\ = \frac{1}{2T} \cdot X_T(-jw) \cdot X_T(jw) = \frac{1}{2T} \left| X_T(jw) \right|^2 \end{aligned}$$

(V) クロススペクトル

生体の一部に刺激を加えた時、他のある場所でどのような反応を起こし、その
間に介在したものの周波数特性がどうであるかを調べるのに都合の良いのが、ク
ロススペクトルである。ただし系が線形系であること、及び定常性が条件である。
クロススペクトルは数式としては、2つの変数のそれぞれのフーリエ変換の積の
時間平均として求められるが、一方、相互相関々数 ϕ_{xy} のフーリエ変換としても
求まる。

$$\begin{aligned} \overline{\Phi}_{xy}(w) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{X_T(-jw) Y_T(jw)}{2T} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xy}(I) e^{-jw t} dt \end{aligned}$$

(以上)

参考文献：紙面の都合上 当日配布します。