

## 正規型ゲームと逆型ゲームの比較

大須賀 章子 梶原 羊一郎 橋本 剛 作田 誠 飯田 弘之

静岡大学 情報学部

### 概要

ゲームには様々な着手ルールが存在するが、本来のゲームを正規型ゲームとすれば、着手ルールの中で勝敗の判定だけを逆にした逆型ゲームというのも考えられる。一般にゲームの難しさを比較する上で、ゲーム木の大きさは重要な要素となる。しかし、多くのゲームで正規型ゲームと逆型ゲームのゲーム木の大きさは同じになり、比較する指標になり得ない。そこで具体的に簡単な3つのゲーム(三目並べ, 3×3ヘックス, 4×4オセロ)を取り上げ、最善手を選ぶ確率と局面評価値の偏差という二つの指標をもとに正規型ゲームと逆型ゲームを比較した。その結果、三目並べと3×3ヘックスについては最善手を選ぶ確率が、4×4オセロについては局面評価値の偏差が、その正規型ゲームと逆型ゲームを比較するときの指標として有効であった。このことから、正規型ゲームと逆型ゲームの戦略的な違いを裏付ける最も支配的な指標は、それらゲームの勝敗条件に依存すると考えられる。さらにこの結果は、大きな盤ゲームの正規型ゲームと逆型ゲームにも適応できると考えられる。

### Normal and misère games compared

Akiko Osuga, Yoichirou Kajihara, Tsuyoshi Hashimoto, Makoto Sakuta,  
Hiroyuki Iida

Department of Computer Science, Shizuoka University

### ABSTRACT

There are many variant rules for the well-known games. Among them, we focus on the variant games in which the outcomes at game ending are opposite to those of the normal games, which are called misère games. Though the size of a game tree is generally an important feature on comparing the complexity of each game, it cannot be a measure on comparing a normal game and its misère type because both game trees are the same. We have selected three simple games: Tic-tac-toe, 3x3 HEX and 4x4 Othello, and compared the normal type and its misère type with using two measures: the probability of selecting the best moves and the deviation value of the position evaluation. Consequently, the probability of selecting the best moves turns out to be a good measure on comparing the normal and misère games in Tic-tac-toe and 3x3 HEX, while the deviation value of the position evaluation is a good measure in 4x4 Othello. It seems the most dominant measure that shows the strategic complexity depends on the ending condition of each game. Moreover, it is expected that the obtained assumption is also valid in the more complex games with a larger board.

## 1 はじめに

将棋や囲碁などは、何百年と楽しまれているゲームである。しかし、一方では廃れてしまったゲームもある。この違いを探る研究として、将棋種については、ゲームの完成度をあらかず指標が提案されている [1]。一方、その他のゲームについては研究がなされていない。

ゲームには様々な着手ルールが存在するが、特に勝敗の判定はゲームの本質を左右する重要なルールである。本来のゲームを正規型ゲームとすれば、着手ルールの中で勝敗の判定だけを逆にした逆型ゲームというのも考えられる。例えば、ナポレオンというカードゲームには、ヌーロという逆型ゲームがある [6]。こうした逆型ゲームの先行研究としては正規型と逆型を含めた Nim Game の研究が山崎洋平らによってなされている [2][3][4]。しかし、その他のゲームでは逆型ゲームに関する研究はなされていない。ここでは様々な逆型ゲームを取り上げ、正規型ゲームとの戦略的複雑さの比較を通してその性質を明らかにする。

ゲームの難しさを比較する上で、一般にゲーム木の大きさは重要な要素となる。しかし、勝敗の判定が異なるだけで、その他のルールは全く同じ正規型ゲームと逆型ゲームではゲーム木の大きさは同じになる。だが、実際にプレイすればわかるように正規型ゲームと逆型ゲームの難しさが同じになるとは考えられない。

そこで、比較的データの取りやすい簡単なゲームを取り上げ、正規型ゲームと逆型ゲームを比較しその性質の違いを明らかにする。ここでは、三目並べと  $3 \times 3$  ヘックスと  $4 \times 4$  オセロを具体的に取り上げた。逆型ゲームについては、それに適応できる一般理論がないため、未解決な部分が多い。そうした逆型ゲームの本質に迫る手立てとして、

今回は戦略的複雑さに着目し、正規型ゲームと比較した。

## 2 逆型ゲーム

逆型ゲームとは、通常の着手ルールの上で勝敗の規定を逆転したものである。なお、比較上、通常ルールのもを正規型ゲームとする。このとき、逆型ゲームを tree で解釈して、正規型のゲームの tree の各末端から一手深さを延長したものを逆型ゲームに対応する tree とみることにもできる [4]。つまり、Nim Game 等相手の手によってゲームが終了する逆型ゲームでは、正規型よりも一手深く読まなければならないと考えることができる。

そこで、三目並べを例にあげる。三目並べは、 $3 \times 3$  のマスの中に  $\circ$  と  $\times$  を交互に入れていき、縦横斜めのいずれかが先に揃った方が勝ちというゲームである。このとき逆型は、揃った方が負けとなる。

例えば、図 1 のような局面のとき、正規型では斜めに揃った  $\circ$  が勝ちになるのに対し、逆型では  $\times$  が負けとなる。

$\circ$	$\times$	$\times$
	$\circ$	$\circ$
$\times$		$\circ$

図 1: 三目並べの終了局面の例

## 3 正規型と逆型の比較

正規型ゲームと逆型ゲームを比較する上で、三目並べとヘックスとオセロの 3 つのゲームを具体的に取り上げる。データを取

りやすくするために、ヘックスは  $3 \times 3$  盤を、オセロは  $4 \times 4$  盤に縮小して考える。

まず、ミニマックス法を用いてゲームを実装し、最善応手手順を求め、さらに、以下で述べる 2 つの指標  $P_{PV}$  と  $\sigma_{PV}$  の値を求め、正規型ゲームと逆型ゲームを比較する。

### 3.1 ゲームを比較するための指標

ゲームの難しさを比較する上で、一般にゲーム木の大きさは重要な要素となる。しかし、勝敗の判定が異なるだけで、その他のルールは全く同じ正規型ゲームと逆型ゲームではゲーム木の大きさは同じになり、比較の指標とはなり得ない。そこで、ここでは最善手を選ぶ確率と、局面評価値の偏差という値を用いて正規型ゲームと逆型ゲームの戦略的な複雑さの比較を試みる。

#### 3.1.1 最善手を選ぶ確率

ある節点における子節点の数を  $M$  とする。そのうち、最善手もしくは最善手と同じ評価値を持つ子節点の数を  $N$  とする。このとき、あるノードにおける最善手を選ぶ確率を  $P_{(n)}$  とすると、

$$P_{(n)} = \frac{N}{M}$$

と表すことができる。

そこで、その値を最善応手手順中の 1 手目から終了手数までの平均値で求める。これを  $P_{pv}$  とする。このとき、終了手数を  $D$  とすると、式は以下のように表すことができる。

$$P_{PV} = \frac{1}{D} \sum_{n=1}^{n=D} P(n)$$

$D$  : 終了手数

$P_{(n)}$  :  $n$  手目に最善手を選ぶ確率

この値が小さい程、最善手を選ぶのにスキルを要すると考えられる。そのため、この値が小さい方が、より戦略的であると考えられる。

#### 3.1.2 局面評価値の偏差

次に、評価値のばらつきに着目した。ある節点における子節点(局面)の評価値が、最善手となる評価値とどれだけ離れた値であるのかを見るために、最善手となる評価値との偏差を求めた。これを  $\sigma_{PV}$  とすると、式は以下のように表すことができる。

$$\sigma_{PV} = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{n=N} (V(n) - PV)^2}{N}}$$

$N$  : ある節点における子節点の数

$V_{(n)}$  :  $n$  番目の節点の評価値

$V_{PV}$  : 最善手となる局面の評価値

ここで、三目並べやヘックスは、勝ち (1) か負け (-1) か引き分け (0) かで評価値を割り当てた。そのため、最善手ではない局面というのは、勝敗が変わる局面のことを指す。つまり、 $\sigma_{PV}$  の値が大きい程、勝敗の異なる局面の割合が多いと考えられる。そのため、最善手を選ぶのにスキルを要し、より戦略的であると考えられる。

一方、オセロの局面評価値は石数の差で割り当てた。 $4 \times 4$  盤のとき、評価値は  $-16 \sim +16$  の値をとるため、 $\sigma_{PV}$  の値が小さいほど、最善手となる子局面の評価値と、その他

の子局面の評価値とのばらつきが少ないということがわかる。ばらつきが少ないほど、その中から最善手を選ぶのにスキルを要すると考えられる。逆に、 $\sigma_{PV}$  の値が大きい程、最善手を見つけやすいのではないかと考えられる。裏を返せば、悪い手を比較的容易に刈り取れるということである。そのため、勝ちや負けでも評価値に幅のあるオセロなどは、 $\sigma_{PV}$  の値が小さい程、より戦略的であると考えられる。

## 4 各ゲームの比較

### 4.1 三目並べ

三目並べの逆型については、2で述べたとおりである。

次に、最善応手手順から得られた結果を表1に示す。

表 1: 三目並べの結果

	正規型	逆型
勝敗	引き分け	引き分け
終了手数	9	9
$P_{PV}$	0.604	0.504
$\sigma_{PV}$	0.485	0.572

最善応手手順を求めた結果、お互いに最善を尽くしたときに、正規型では一手目でどこに置いても引き分けになるのに対して、逆型では引き分けとなる一手目は一通りしかなかった。表1の  $P_{PV}$  の値からわかるように、平均的にみても逆型の方が最善手を選ぶ確率が低い。一方、評価値の偏差 ( $\sigma_{PV}$ ) についても若干ではあるが、逆型の方が値が大きい。このため、逆型の方が、より戦略的であると考えられる。

### 4.2 3 × 3 ヘックス

ヘックスは正六角形のマスに黒石と白石を交互に一個ずつ入れていくというゲームである。ただし、一手目から中央に置くことはできない。菱形の向かい合った対辺は、一方が黒、一方が白に分かれていて、その間を先に繋いだ方が勝ちとなる。このとき逆型は、繋がった方が負けとなる。平面幾何学的性質からヘックスは、確実に勝負がつくゲームである [3]。

例えば図2のような局面のとき、正規型では対辺の繋がった黒が勝ちになるのに対し、逆型では黒の負けとなる。

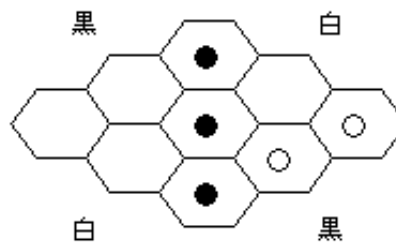


図 2: ヘックスの終了局面の例

次に、最善応手手順から得られた結果を表2に示す。

表 2: ヘックスの結果

	正規型	逆型
勝敗	先手勝ち	後手勝ち
終了手数	7	9
$P_{PV}$	0.738	0.967
$\sigma_{PV}$	0.661	0.145

最善応手手順を求めた結果、三目並べと同様に、一手目で最善手を選ぶ確率に違いがあった。最善手となる一手目の割合が、逆型は 8/8 だったのに対し、正規型は 4/8 であった。表2の  $P_{PV}$  の値からわかるように、

平均的にみても逆型の方が最善手を選べる確率が明らかに高い。どこに置いてもほとんど勝敗の変わらない逆型よりは、まだ最善手を選ぶ確率の低い正規型の方がスキルを要する分、戦略的であると考えられる。一方、評価値の偏差 ( $\sigma_{PV}$ ) については、逆型の方が、値が小さい。このことから、正規型の方が戦略的であると考えられる。

	a	b	c	d
1	○	○	○	●
2	○	○	○	
3	○	○	○	
4	●	○	○	●

図 4: オセロの終了局面の例

### 4.3 4 × 4 オセロ

オセロは、相手方の石を縦横斜めにはさむ位置に、石の置かれていないマスに石を交互に置いていくというゲームで、始めに黒石と白石を図 3 のように配置する。この際、はさんだ相手方の石の色は自分の石の色に変える。そして、ゲームが終了した時点で盤上にある石の個数が多い方が勝ちとなる。このとき逆型は、石の個数が少ない方が勝ちとなる。

	a	b	c	d
1				
2		○	●	
3		●	○	
4				

図 3: オセロの初期局面

例えば、図 4 のような局面のとき、正規型では石数の多い白が勝ちになるのに対し、逆型では白の負けとなる。

次に、最善応手手順から得られた結果を表 3 に示す。局面の評価値は、最終局面の「黒の石数 - 白の石数」の値を割り当てた。

表 3: オセロの結果

	正規型	逆型
勝敗 (先手:後手)	先手勝ち (3:11)	後手勝ち (6:9)
終了手数	10	11
$P_{PV}$	0.575	0.598
$\sigma_{PV}$	4.572	1.142

結果、三目並べやヘックスとは異なり、最善手を選ぶ確率は、平均的にみてほとんど違いが見られなかった。しかし、偏差の値 ( $\sigma_{PV}$ ) が正規型の方が大きかった。つまり、逆型は、最善手となる子局面の評価値と、その他の子局面の評価値とのばらつきが少ないと考えられる。そのため、逆型の方が、より戦略的であると考えられる。

## 5 考察

ここでは、三目並べと 3 × 3 ヘックスと 4 × 4 オセロを具体的に取り上げ、最善手を選ぶ確率と局面評価値の偏差の二つの値を用いて正規型ゲームと逆型ゲームを比較した。その結果、三目並べと 4 × 4 オセロについては逆型の方が、3 × 3 ヘックスについては正規型の方がより戦略的であるということがわかった。また、二つの指標を用いて比較した際、三目並べと 3 × 3 ヘックスは最

善手を選ぶ確率に、 $4 \times 4$  オセロは局面評価値の偏差の値に違いが大きく見られた。つまり、三目並べと  $3 \times 3$  ヘックスについては最善手を選ぶ確率が、 $4 \times 4$  オセロについては局面評価値の偏差が、その正規型ゲームと逆型ゲームを比較するときの指標として有効的であった。これらのゲームを正規型ゲームでの勝敗条件で考えた場合、三目並べとヘックスは揃ったら勝ち、一方オセロは多く取ったら勝ちというゲームである。したがって、有効的であった指標が、勝敗条件ごとに同じであるということがわかる。このことから、正規型ゲームと逆型ゲームを比較したときに、どちらがより戦略的であるかというのはゲームごとに異なるものの、どちらがより戦略的であるのかを裏付ける有効的な指標は、勝敗条件での分類ごとで同じであると考えられる。

## 6 結論

正規型と逆型は、勝敗の判定が逆なだけで、戦略的な難しさは一見同じように見える。しかし、実際に正規型ゲームと逆型ゲームをプレイしてみると違いが見られた。そこで、最善手を選ぶ確率と局面の評価値の偏差に着目し、正規型ゲームと逆型ゲームを比較するための指標として二つを提案した。まず、最善手を選ぶ確率については、その値が小さいほど最善手を選ぶのにスキルを要し、より戦略的であると考えた。一方局面評価値の偏差については、ゲームを二つのタイプに分けて考え、三目並べやヘックスなど状態で勝敗が決まるゲームについてはその値がより大きい方が、またオセロのように数の大小で勝敗が決まるゲームについてはその値がより小さい方が、より戦略的であると考えた。そこで、具体的に三目並べと  $3 \times 3$  ヘックスと  $4 \times 4$  オセロを取り

上げ、その二つの指標から正規型ゲームと逆型ゲームを比較した。すると、三目並べと  $4 \times 4$  オセロについては逆型の方が、 $3 \times 3$  ヘックスについては正規型の方が、より戦略的であるということがわかった。

また、今回具体的に取り上げた3つのゲームについて二つの指標の値から正規型ゲームと逆型ゲームを比較した際、三目並べとヘックスは最善手を選ぶ確率に、一方オセロは局面評価値の偏差の値に違いが顕著に現れた。したがって今回の比較では、三目並べとヘックスについては最善手を選ぶ確率が、オセロについては局面評価値の偏差の値が、その正規型ゲームと逆型ゲームを比較するときの指標として有効的であった。ここで、それらの3つのゲームを正規型ゲームでの勝敗条件でその性質を見た場合、オセロは多く取ったら勝ち、三目並べとヘックスは揃ったら勝ちというゲームである。このことから、正規型ゲームと逆型ゲームの戦略的複雑さを裏付ける指標は、それらゲームの勝敗条件ごとに見えてくるのではないかと考えられる。

## 7 より複雑な逆型ゲームへ

今回、非常に簡単なゲームを取り上げた。そこで、それらゲームの盤サイズを大きくした場合について実際にプレイしてみると、ヘックスについては正規型の方が、オセロについては逆型の方が難しく感じた。したがって、これらのゲームの正規型と逆型の戦略的な難しさの違いは、盤の大小に関わらず変わらないのではないかと考えられる。今回、2つの指標から3つのゲームについて比較したが、盤のサイズが大きくなった場合、その値は変化するとしても、その値の大小は、正規型と逆型で変わらないのではないかとということである。

オセロについては, 逆型の実装プログラムが存在している [5]. そこで, 正規型と逆型を実際にプレイしてみると, 逆型の方が難しく感じた. このとき, 逆型の本質的な着手が終わりの方に集中しているように感じた. そのため, 大勢が見えるまでに手数がかかってしまい, いい手を見つけにくいのではないかと考えられる. このことから, 局面の評価値に着目した 2 つ目の指標が, 逆型の方が小さな値であると予想される. したがって, 逆型の方がより戦略的であり, 実際にプレイしてみたときに正規型よりも難しく感じてしまうのではないかと考えられる.

一方, 将棋のように, 合法手数が非常に多いゲームについては, 2 つの指標を求めるのは困難である. そこで, 将棋種については,  $\frac{\sqrt{B}}{D}$  という指標が提案されている [1]. ここで,  $B$  は平均合法手の数,  $D$  は 1 ゲームあたりの平均終了手数を意味する. このとき, 正規型と逆型では, 逆型の方が  $D$  の値が大きくなると予想される. したがって,  $\frac{\sqrt{B}}{D}$  の値は, 逆型の方が小さくなるため, 正規型の方が, より戦略的であると考えられる.

このように, 将棋種については既に提案されている  $\frac{\sqrt{B}}{D}$  という指標によって, 正規型と逆型は比較できるのではないかと考えられる. 一方その他のゲームについては, 小さいサイズの盤を考えることで, 2 つの指標の値から, そのゲームの正規型と逆型は比較できるのではないかと考えられる.

## 参考文献

- [1] 佐々木宣介, 橋本剛, 梶原羊一郎, 飯田弘之 (1999). "チェスライクゲームにおける普遍的指標" 情報処理学会研究報告 p91-p98
- [2] 山崎洋平 (1979). 逆型ゲームはゆずりあいの世界 数理科学パズル

[3] 山崎洋平. 組み合わせゲームの裏表 シュプリンガーフェアラーク東京株式会社

[4] Yohei Yamazaki(1980). "On misère Nim-type games" J.Math.Soc.Japan Vol.32 No.3

[5] <http://shouchan.ei.tuat.ac.jp/go/index.html>

[6] <http://khopesh.iwarp.com/ent/napoleon.html>