ゲ ー ム 情 報 学 9－5
（2 0 0 3． 3． 2 4）

組合せゲーム理論を用いた囲碁の攻合いの解析

中村 貞吾

九州工業大学 情報工学部 知能情報工学科
E-mail: teigo@ai.kyutech.ac.jp

概要

Berlekamp, Conway, Guy らによって確立された組合せゲーム理論は，全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮してきた．囲碁はそういった部分性の強いゲームであり，これまでに，組合せゲーム理論を最終盤のヨセの解析に適用して，プロ棋士でも悩まされるような複雑なヨセ問題に対して見事に正解を与えたり，眼形の解析において後手１眼 (半眼) や先手１眼などの概念を数学的に明確に説明するなどの素晴しい成果が得られている．本論文は，囲碁に対するこの理論の適用の新たな可能性として，攻合いにおける手数の計算を組合せゲーム理論に基づいて行なうことにより，一般に深い探索を必要とするような複雑な攻合いの勝負の判定が，ヨセと同様の計算によって行なえることを示す．

Counting Liberties in Capturing Races using Combinatorial Game Theory

Teigo NAKAMURA

Department of Artificial Intelligence, Kyushu Institute of Technology
E-mail: teigo@ai.kyutech.ac.jp

Abstract

Capturing race or *semeai* is a particular kind of life and death problem in which both of the two adjacent opposing groups are fighting to capture the opponent's group each other. Skill in winning capturing races is very important factor to the strength of Go as well as openings and endgames. In order to win the complicated capturing races wide and deep reading and skills in counting liberties are necessary.
This paper proposes using combinatorial game theoretic techniques for counting liberties in capturing races. The application of combinatorial game theory to Go has been focused on endgames and eyespaces so far. But it can be applied to any situations that involve counting. We show a method of analyzing capturing races using combinatorial game values and an evaluation formula to win the capturing races.

1 はじめに

組合せゲーム理論 (combinatorial game theory) は，1976 年の Conway の著書 “On Numbers and Games”[1] 以来，発展を続けている組合せ数学の一分野であり，Berlekamp, Conway, Guy による “Winning Ways”[2] は組合せゲーム理論の基礎とその応用を豊富な実例と共に示した名著として知られている．組合せゲーム理論は，全体の局面が独立した部分局面の和に分解できるようなゲームの解析に大きな威力を発揮するが，囲碁はそういった部分性の強いゲームであり，また，囲碁というゲーム自体が興味深くチャレンジングな対象であるため，この理論を囲碁に適用して数理的な解析を行なうことが，囲碁研究ならびに組合せゲーム理論研究の両者の発展に寄与することになる．こうした背景の下で，この理論を囲碁に適用した研究として，これまでは,「ヨセの解析」と「眼形の解析」がその主な対象であった．特に Berlekamp と Wolfe による “Mathematical Go”[3] は，1 目を争う最終盤のヨセ局面を数学的に厳密に解析する手段を与え，プロ棋士でも悩まされるような複雑なヨセ問題に対して見事に正解を与えるなどの素晴しい成果を残している．そし

て最近では，より複雑な形のヨセ局面の解析や，コウを含む局面を一般的に解析する手法に関する研究などが行なわれている [4][6][7][9][10]．また,「眼形の解析」については，Landman[5] が，眼の数をスコアとするゲームを用いて,「後手１眼 (半眼)」や「先手１眼」などの概念を数学的に明確に説明している．

本論文は，囲碁に対するこの理論の適用の新たな可能性として，攻合いにおける手数の計算を組合せゲーム理論に基づいて行なうことにより，一般に深い探索を必要とするような複雑な攻合いの勝敗の判定が，ヨセと同様の計算によって行なえることを示すものである．

攻合いに関する研究としては，Martin Müller の [8] がある．そこでは，攻合いの対象となっているグループの外ダメと内ダメの状態，眼形の有無とタイプを分類し，相手のダメを 1 手ずつ単調に詰め合うような単純な攻合いについて「眼あり眼なし」や「大ナカ小ナカ」を含む形の攻合い勝ちとなる条件を示している．ここで扱われているダメ数 (手数) は単純な数であるが，実際の攻合いでは，味方の石と連絡することによって手数を延ばしたり，逆に，相手を切断することによって相手の手数を一気に縮めたり，また，相手の弱点をつくことによって相手に余分に手数をかけさせたりすることができる．このように，一般的には攻合いの手数は単純な数値ではなく，各プレイヤが着手することによって変化するゲーム局面とみなすことができる．そして,「大石同士の攻合い」などで手数を数える際に，部分部分の手数を表わすゲーム局面の和として全体の手数を表現し，それを組合せゲーム理論に基づいて評価することで攻合いの勝敗の判定を行なう．

以下では，まず，2 章で組合せゲーム理論の基本的な概念について説明した後，3 章で攻合いに関する Müller の成果を簡単に紹介して本論文で扱う攻合いについて述べる．そして，4 章で攻合い問題を組合せゲーム理論を用いて表現し，冷却法を用いてその勝敗を判定する手法を提案する．5 章では実際の囲碁の攻合い局面の解析例を示して本手法の有効性を示す．

2　組合せゲーム理論

ここでは，本論文で必要となる組合せゲーム理論に関する基本的な概念と記法について述べる．

定義 2.1 (ゲーム)
ゲーム G は以下のように再帰的に定義される．

$$G \stackrel{\text{def}}{=} \left\{G_1^L, G_2^L, \dots \mid G_1^R, G_2^R, \dots\right\}$$

ここで，G_i^L は G に対して Left(黒) が着手してできるゲーム局面 (left follower) で，G_i^R は Right(白) が着手してできる局面 (right follower) である．合法手が無い場合は G_i^L および G_i^R は存在しないため空となる．Left と Right が共に合法手を持たないゲームである $\{\ \mid\ \}$ は零ゲーム (すなわち 0) と呼ばれ，手番を持つ側が負けとなる最も基本的なゲームである．

ゲームは left follower を左向きの枝，right follower を右向きの枝とする図 1 のようなゲーム木で表わされることもある．

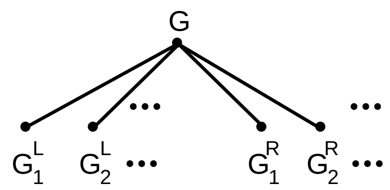


図 1: ゲーム木

定義 2.2 (ゲームの和)
2 つのゲーム G と H を合わせたゲーム，すなわちゲームの和 $G+H$ は以下で定義される．

$$G+H \stackrel{\text{def}}{=} \left\{G^L+H, G+H^L \mid G^R+H, G+H^R\right\}$$

和 $G+H$ に対してその要素である G と H はサマンド (summand) と呼ばれる．

定義 2.3 (反転)
G において Left と Right を入れ換えたゲーム (囲碁では，黒石と白石を交換した局面に相当) を G の反転と呼び $-G$ と書く．

$$-G \stackrel{\text{def}}{=} \left\{-G^R \mid -G^L\right\}$$

定義 2.4 (数)
整数，および，2 のベキ乗を分母とするような分数は以下のように定義される．

$$\begin{array}{lcll} n+1 & \stackrel{\text{def}}{=} & \{n \mid\ \} & (n=0,1,2,...) \\ \frac{m}{2^k} & \stackrel{\text{def}}{=} & \left\{\frac{m-1}{2^k} \mid \frac{m+1}{2^k}\right\} & (k \text{ は整数, } m \text{ は奇数}) \end{array}$$

したがって例えば，次にあげるようなものが数である．

$$\begin{array}{l} 1=\{0 \mid\ \},\ 2=\{1 \mid\ \},\ 3=\{2 \mid\ \},\ \dots \\ \frac{1}{2}=\{0 \mid 1\},\ \frac{1}{4}=\left\{0 \mid \frac{1}{2}\right\},\ \frac{5}{8}=\left\{\frac{1}{2} \mid \frac{3}{4}\right\},\ \dots \end{array}$$

定義 2.5 (大小関係)
0 は先着側の負けとなるゲームであることを述べたが，ゲームの勝敗は 0 との間の大小関係と対応している．

$$\begin{aligned} G > 0 &\iff \text{Left の勝ち} \\ G < 0 &\iff \text{Right の勝ち} \\ G = 0 &\iff \text{先着側の負け} \\ G <> 0 &\iff \text{先着側の勝ち} \end{aligned}$$

最後の $G <> 0$ は「G と 0 が比較不能」であることを表わしており，これは $G \,||\, 0$ と記述されることもある．

また，2 つのゲーム G と H の大小関係は以下のように定義される．

$$\begin{aligned} G > H &\iff G + (-H) > 0 \\ G < H &\iff G + (-H) < 0 \\ G = H &\iff G + (-H) = 0 \\ G <> H &\iff G + (-H) <> 0 \end{aligned}$$

定義 2.6 (無限小要素 (infinitesimals))
0 でないどんな数よりも微小な値を持つようなゲームが存在し，これらは，無限小要素 (infinitesimal) と呼ばれる．以下に，代表的な無限小要素を示す．

$$\begin{aligned} &* \stackrel{\text{def}}{=} \{0 \mid 0\},\ \uparrow \stackrel{\text{def}}{=} \{0 \mid *\},\ \downarrow \stackrel{\text{def}}{=} \{* \mid 0\} = -\uparrow, \\ &+_x \stackrel{\text{def}}{=} \{0 \mid \{0 \mid -x\}\},\ -_x \stackrel{\text{def}}{=} \{\{x \mid 0\} \mid 0\} = -+_x, \\ &\Uparrow \stackrel{\text{def}}{=} \uparrow + \uparrow,\ \Uparrow\!\!\uparrow \stackrel{\text{def}}{=} \uparrow + \uparrow + \uparrow,\ \uparrow\!* \stackrel{\text{def}}{=} \uparrow + *, \ldots \end{aligned}$$

これらの無限小要素に対して次の関係が成立する．

$$\begin{aligned} &x > y > 0 \text{ なる数に対して} \\ &\qquad \uparrow > +_y > +_x > 0 > -_x > -_y > \downarrow \\ &* + * = 0,\ \Uparrow > * > \Downarrow, \\ &* <> 0,\ * <> \uparrow,\ * <> \downarrow,\ \uparrow\!* <> 0 \end{aligned}$$

定義 2.7 (冷却)
先手の優位性が大きいゲームは熱い (hot) ゲームであり，これは冷却 (cooling) 操作によって数および無限小要素となる．G を t 度冷却したゲーム $Cool(G, t)$ は次のように定義される．

$$Cool(G, t) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ Cool(G^L, t) - t \,\middle|\, Cool(G^R, t) + t \right\}$$

ただし，もし $Cool(G, \tau)$ が数 x と無限小要素分だけの差であるような $\tau < t$ が存在する場合は $Cool(G, t) = x$ とする．

定義 2.8 (平均値と温度)
G を十分に大きな温度で冷却すると数が得られるが，これを G の平均値 (mean value) といい $m(G)$ と書く．また，$Cool(G, t)$ が平均値となるような最小の t を G の温度 (temperature) といい $t(G)$ と書く．温度は，そのゲームへの着手の緊急性の度合，すなわち，着手の価値を表わしている．

定義 2.9 (サーモグラフ)
熱いゲームは冷却によって数や無限小要素として特徴づけられるが，サーモグラフ (thermograph) を用いてゲームの特徴を視覚的に表現することもできる．図 2 に $G = \{\{3 \mid 1\} \mid -1\}$ に対するサーモグラフを示す．left wall は $Cool(G, t)$ に対して Left が先着して交互に着手した結果得られる値を，right wall は Right が先着して交互着手の結果得られる値を，各 t に対してプロットしたものである．freezing point が平均値と温度を表わしており，$m(G) = \frac{1}{2}$，$t(G) = 1\frac{1}{2}$ であることがわかる．また，G の t 度の冷却は，サーモグラフのベースラインを t だけ持ち上げることに相当する．

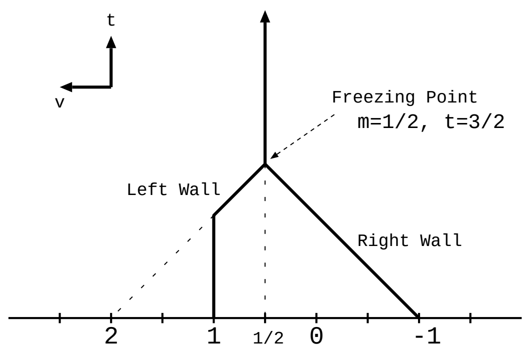


図 2: $\{\{3 \mid 1\} \mid -1\}$ のサーモグラフ

3 囲碁の攻合い

Müller は文献 [8] において攻合いを 9 つのクラスに分類し，その中で比較的単純な 2 つのクラスに対して勝敗の判定法を示している．以下にその概略を説明する．

対象ブロック (essential block): 攻合いの対象となっているグループ．

単純ダメ (plain liberty): 対象ブロックのダメのうち，相手方の安全なブロックにのみ隣接しているダメ．すなわち，ダメを詰めるのに余分な手入れを必要とせず 1 手ずつ単調に確実にダメを詰めることができ，また，相手からの手を延ばす着手も存在しないようなダメを意味する．

眼形クラス (eye status):　眼形のサイズに応じた分類で，サイズが $0, 1\sim3, 4, 5, 6, 7$ の 6 つのクラスがある．サイズの大きいクラスの方に優位性がある．

複雑さに応じて 9 つのクラスに分類された攻合いのうち，以下の性質

- 互いに唯一の対象ブロックを持ち，ブロックには眼がないか，または，ナカ手の 1 眼のみを持つ
- 外ダメも内ダメもすべて単純ダメ

を持つ比較的単純なクラスの攻合いに対して攻撃側が攻合い勝ちとなるための条件を与えている．なお，攻撃側になるのは，対象ブロックの眼形クラスが劣っている側である．

Δ : 攻撃側から見た外ダメの数の優位性 (対象ブロックの外ダメの数の差)

S : 内ダメの数

$$F = \begin{cases} S & (S = 0 \text{ または防御側に 1 眼あり}) \\ S - 1 & (S > 0 \text{ かつ防御側に眼がない}) \end{cases}$$

$$\boxed{\Delta \geq F \text{ ならば攻撃側の攻合い勝}} \ldots\ldots (1)$$

ここで，F は防御側の石をアタリにするまでに攻撃側が埋めなければならない内ダメの数を表わしている．

ここでは，単純ダメ，すなわち，ダメ数が数である場合のみを対象としているが，これよりも上のクラスに分類される攻合いではダメ数は双方の着手によって変化するようなゲームである．そこで，攻合いの手数を組合せゲーム理論を用いて表現し，(1) 式の結果を，単純ダメでないダメを持つ場合の攻合いに拡張しようというのが本論文のねらいである．

4　組合せゲーム理論を用いた攻合いの解析

攻合いにおいて一般に「ダメの数」という用語は 2 つの意味で用いられている．1 つは「活路の数」であって局面の静的な情報として与えられる．もう 1 つは「手数」，すなわち，「活路を奪い取るのに必要とされる着手の数」である．以下では，混乱のないように「ダメ数」は前者の意味で，「手数」は後者の意味で使用する．ダメが単純ダメの場合はダメ数と手数は一致するが，一般にはダメを詰める前に手入れを必要とする場合があるので，ダメ数は手数の下限となる．

図 3 に単純ダメではないようなダメの例を示す．(対象ブロックを ⓿, ⓪ で示している)

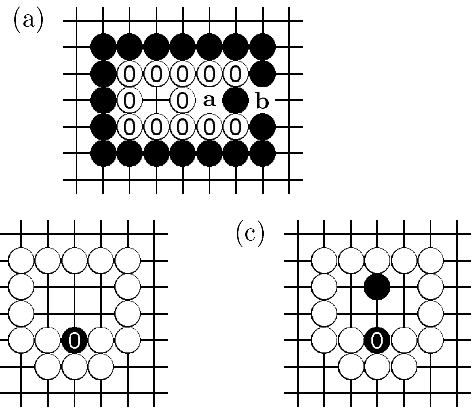


図 3: 単純ダメではないダメを持つ対象ブロック

(a) では白の対象ブロックの「ダメ数」は 2 であるが，黒は b に守ってからでないと a に詰められないので「手数」は 3 手である．なお，この領域には白が着手することはない．

また，(b), (c) の両図ともに対象ブロックの「ダメ数」は 1 であり，白が着手すればダメ数は 0 になる．しかし，黒が着手すれば (b) ではダメ数は 3 に，(c) では対象ブロックが上の黒石と連結しダメ数は 4 になる．

このような状況を組合せゲーム理論を用いて手数をスコアとするゲームとして表現する．黒の対象ブロックの手数を正のスコア，白の対象ブロックの手数を負のスコアとする．そして，黒，白双方の着手によってスコアが変化する場合の対象ブロックの手数 G を

$$G = \{G^L \mid G^R\}$$

とする．ここで，G^L は黒が着手した後の対象ブロックの手数，G^R は白が着手した後の対象ブロックの手数を表わす．そうすると，図 3 の (a)〜(c) の手数はそれぞれ，-3, $\{3 \mid 0\}$, $\{4 \mid 0\}$ というゲームとなる．

対象ブロックの手数を数えるにあたっては微妙な問題がある．囲碁のヨセにおいて価値が最小の手は「ダメ (どちらの地でもない空点)」であり，その価値 (温度) は 0 である．しかし，攻合いにおいては，着手することによって最低でも相手の手数を 1 手は縮めることができるので，温度が 1 度の着手が最小の価値であって，1 度よりも小さい温度の着手は行なわれない．これは，ヨセで自分の地に着手して 1 目損することをしないのと同様である．この性質を用いて，手数を表現

するゲーム木に対して枝刈りを行なって 1 度未満の着手を持たないゲーム木へと変換したものを解析の対象とする必要がある．例えば，図 4 にある局面の黒の対象ブロックの手数はいずれも 1 とするのが適切であると考えられるが，これはゲーム木に対して次に示す変換を施して枝刈りすることによって導く．

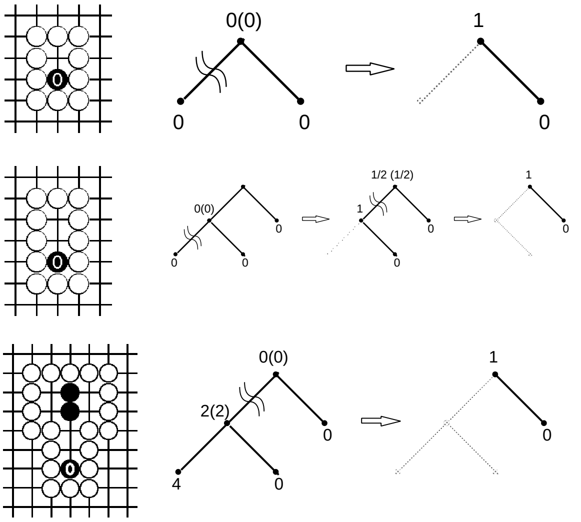


図 4: 手数を表わすゲーム木の枝刈り

標準形の手数木への変換

1. 対象ブロックのダメ数が 0 になるまで両プレイヤの合法手を着手する．(この時点では，身ダメをつめているなどの損な着手かどうかは全く考えずに可能な着手をすべて行なう．そうすると，出来上がったゲーム木の葉の値はすべて 0 となっている．ただし，実際にはダメが単純ダメになった時点で打ち切ってダメ数を数えてもよい．)
2. ゲーム木のノードを葉から根に向かって以下の変形操作を順に適用する．
   - ノードの温度が 1 未満であるとき，そのノードから出る対象ブロック側のプレイヤの着手を枝刈りする．
   - 枝刈りの結果，一方のプレイヤの着手しか持たないノードの値を次式で置換する．ここが，通常の組合せゲーム理論的扱いとは異なる．

$$\begin{array}{ccc} \{\ \mid n\} & \longrightarrow & n+1 \\ \{-n \mid\ \} & \longrightarrow & -n-1 \end{array}$$

3. 「劣性選択枝 (dominated options) の除去」と「反撃短絡 (bypassing reversible moves)」操作を適用して，正準形 (canonical form) へ変換する [2].

この手順を適用して出来上がったゲーム木を「標準形の手数木」，または単に「手数木」と呼ぶ．標準形の手数木のすべてのノードの温度は 1 以上である．

次に，部分局面 (サマンド) が標準形の手数木を用いて表わされるゲームとして，以下の性質を持つ「攻合いゲーム」を考える．この攻合いゲームには地としてのスコアの概念はなく，純粋に対象ブロックの攻合いの勝敗だけが考慮の対象となる．

- 各サマンドの領域内の対象ブロックは一つのみ
- 着手のルールは通常の囲碁と同様で，自殺手は禁止
- サマンドの領域中のすべての相手方の対象ブロックのダメを先に 0 にした側の勝ち (最終着手時のみ自殺手も許される)

この攻合いゲームは，内ダメを持たない石同士の攻合いをモデル化したものとなっている．

最小の価値の着手が温度 0 のダメへの着手であるような囲碁のヨセ局面の解析には「1 度の冷却」が役立った．一方，攻合いゲームでは 1 度の着手が最小の価値の着手である．したがって，攻合いゲームは 1 度の冷却によって，まずヨセ局面と同等のゲームになり，そこからさらに 1 度冷却することによって局面評価ができると考えられる．すなわち，攻合いゲームの解析には「2 度の冷却」が局面の評価に利用できる．

「攻合いゲーム」の勝敗の判定

G を攻合いゲームとして，G を「2 度冷却」した値を g とする．すなわち，$g = Cool(G, 2)$ とする．

1. g が整数になるとき

$$\begin{array}{lll} g > 0 & \text{ならば} & \text{黒勝} \\ g < 0 & \text{ならば} & \text{白勝} \\ g = 0 & \text{ならば} & \text{先着した側の勝} \end{array}$$

2. $n < g < n+1$ (n は整数) であるとき
黒が先着すると「同数着手」によって，手番を黒に保ったまま，値を $n+1$ にできる．白が先着した場合は「同数着手」の後，値を n にできる．そして，得られた値を 1. の方法で評価する．

3. $g <> n$ (g と整数 n が比較不能) であるとき
黒が先着すると「同数着手」の後，値を $n+1$ にできる．白が先着した場合は「同数着手」の後，値を $n-1$ にできる．そして，得られた値を 1. の方法で評価する．

上の 2. および 3. で得られた値のことを「g の調整値」と呼ぶことにする．

次にこの結果を用いて，対象ブロック間に単純ダメとなる内ダメが存在する場合の勝敗の判定法を，(1) 式の拡張として以下に与える．

G : 対象ブロックの内ダメを除く部分の攻合いゲーム

Δ' : $Cool(G, 2)$ の攻撃側への調整値

S : 内ダメの数

$$F = \begin{cases} S & (S = 0 \text{ または防御側に 1 眼あり}) \\ S - 1 & (S > 0 \text{ かつ防御側に眼がない}) \end{cases}$$

$$\boxed{\Delta' \geq F \text{ ならば攻撃側の攻合い勝}} \;.....(2)$$

5 攻合いの解析例

前節の結果を用いて攻合いを解析する例を以下に示す．図 5(a)〜(d) は，いずれも 1 度よりも大きい温度を持つ部分局面を含んだ攻合い問題である．そして，問題図中のダメ領域を冷却したものを Mathematical Go[3] と同様の形式で図 6 に示す．小さな黒丸と白丸は，領域のスコアの整数部分のマーキングで，(a)〜(d) のいずれも白のマークの方が 1 つ多くなっていて，整数部分は -1 であることを意味している．領域中には，整数部分以外の値 (小数や無限小要素) も示している．例えば，図 6(a) の右上の領域の冷却前のゲームは $\{6 \mid \{4 \mid 0\}\}$ で，これは冷却によって $4\uparrow$ となる．図のキャプションにあるのはマーキングを含めた攻合いゲーム全体の冷却値である．いずれも，黒の調整値は 0 となるので黒が勝てる．勝ち手がある場合にどの領域に着手すべきかは [3] の付録 E の表 E.9 によって与えられ，図中の大きな×印が推奨される勝ち手，小さな×印は別の勝ち手である．

図 7 は，19 路盤における全局的な攻合いの例で，下辺から中央に延びる黒と白の大石同士が攻め合っている．

ここで示した方法を用いて様々な形の攻合いにおける手の大きさを解析することができる．例えば図 8(a) で黒の手番だとして，黒は a, b, c のうちいずれに着手するのが最善だろうか? a のすぐ先にはダメを沢山持つ自分の石が待っていて，もしこれに連絡できれば攻合いにおいては大きな得となるので a が大きそうに見えるが，実はその読みは誤っている．各領域を冷却した結果は図 8(b) に示す値となり，[3] によれば黒の着手の大きさは $b > a > c$ であることがわかる．a より b が大きいことを示す例として図 8(c) の差分攻合いゲームを考える．(c) の右半分は，黒白を反転した対象ブロックに対して白が b に相当する位置に着手したものである．図 8(c) から黒が b に着手してマネ碁をすれば黒の 1 手勝は明らかである．しかし，もし黒が a に着手すると図 8(d),(e) の例に示すようにいずれも黒の負けとなる．

このような回廊型のダメ領域で幅が 3 のものの冷却値は，ヨセにおける幅 1 の回廊と同様の冷却値を持つ．そのうちのいくつかを図 9 に示す．なお，幅が 2 以下の回廊については，冷却値は単に整数値となる．

6 おわりに

組合せゲーム理論を用いて囲碁の攻合いを解析する手法を示し，Müller の判定式を単純ダメではない外ダメを持つ場合に拡張した．今後の課題として，内ダメが単純ダメではない場合も含めた一般的な攻合い，および，コウを含む攻合いの判定があげられる．

参考文献

[1] John H. Conway: "On Numbers and Games", Academic Press, (1976).

[2] Elwyn Berlekamp, John H. Conway and Richard K. Guy: "Winning Ways –for your Mathematical Plays–", Academic Press, New York, (1982).

[3] Elwyn Berlekamp and David Wolfe: "Mathematical Go –Chilling Gets the Last Point–", A.K.Peters, (1994).

[4] Elwyn Berlekamp: "The Economist's View of Combinatorial Games", *Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.365–405, (1996).

[5] H. A. Landman: "Eyespace Values in Go", *Games of No Chance*, Cambridge University Press, pp.227–257, (1996).

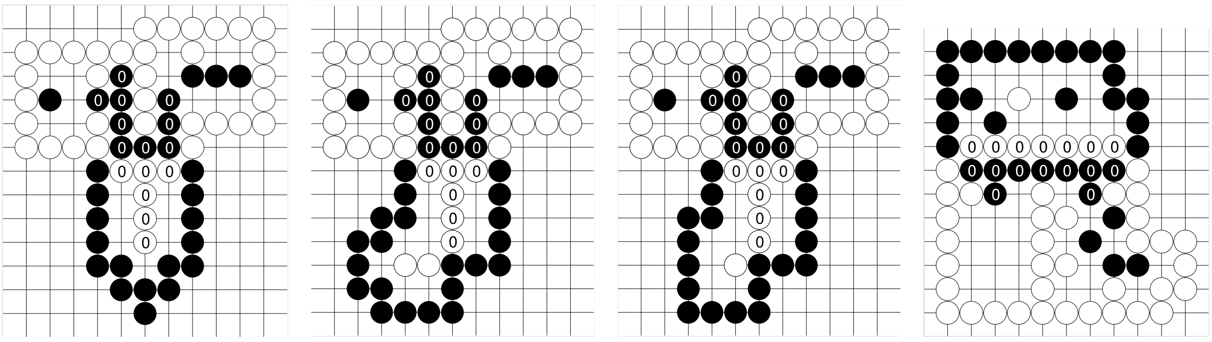
[6] Martin Müller, Elwyn Berlekamp and William Spight: "Generalized Thermography: Algorithms, Implementation, and Application to Go Endgames", International Computer Science Institute, TR–96–030, (1996).

[7] 滝沢武信："数理ゲーム理論の囲碁への応用", ゲーム情報学研究会, 99–GI–1–6, pp.39–46, (1999).

[8] Martin Müller: "Race to capture: Analyzing semeai in Go", Game Programming Workshop '99 (GPW '99), pp.61–68, (1999).

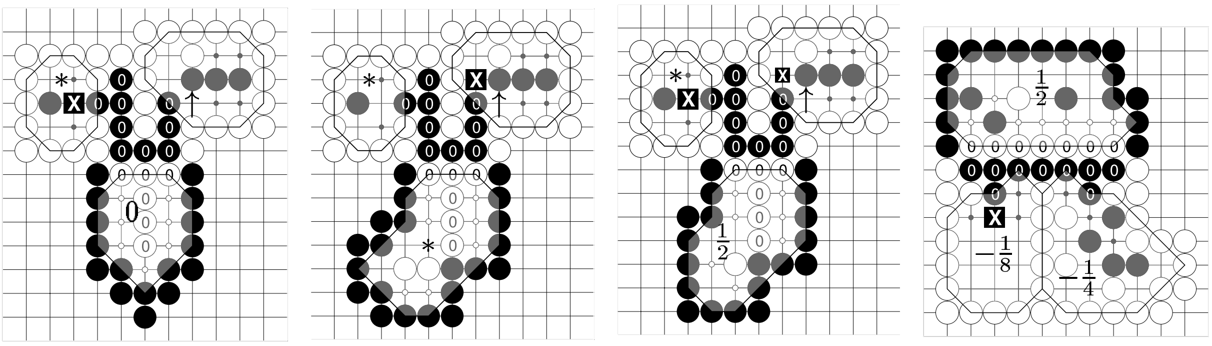
[9] Teigo Nakamura, Elwyn Berlekamp: "Analysis of Composite Corridors", Proceedings of CG2002, (2002).

[10] William L. Spight: "Evaluating Kos in a Neutral Threat Environment: Preliminary Results", Proceedings of CG2002, (2002).



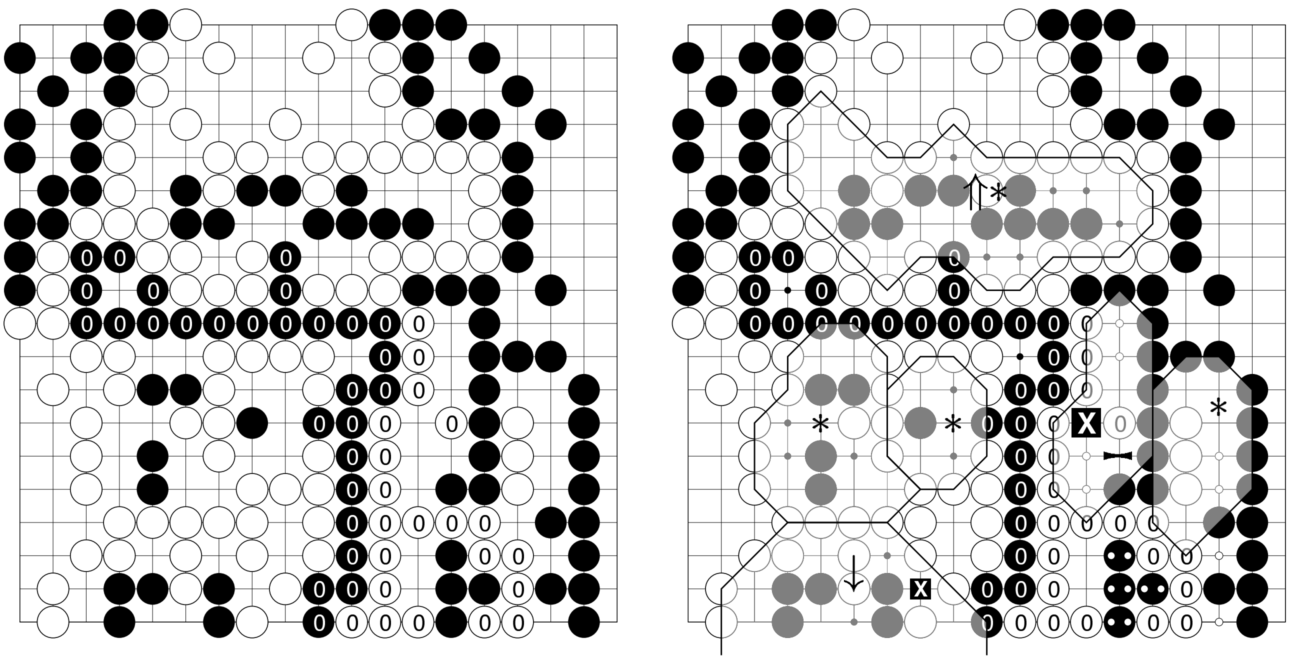
問題 (a)　問題 (b)　問題 (c)　問題 (d)

図 5: 攻合い問題 (すべて黒先)



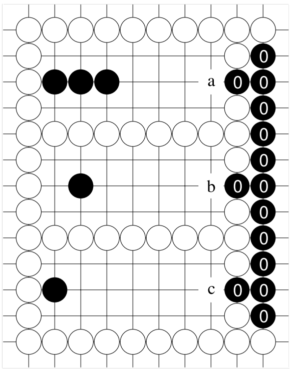
(a) 合計: $-1\uparrow *$　(b) 合計: $-1\uparrow$　(c) 合計: $-\frac{1}{2}\uparrow *$　(d) 合計: $-\frac{7}{8}$

図 6: 冷却値を用いた解析

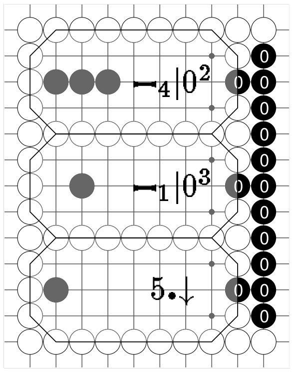


(a) 問題図 (黒先)　(b) 冷却値の合計: $-1\uparrow$⧟

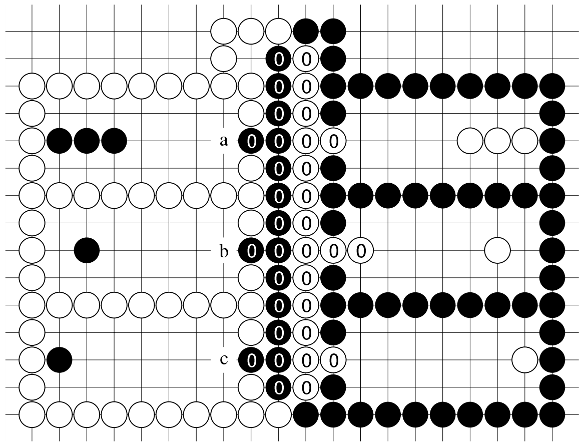
図 7: 19 路盤の攻合問題



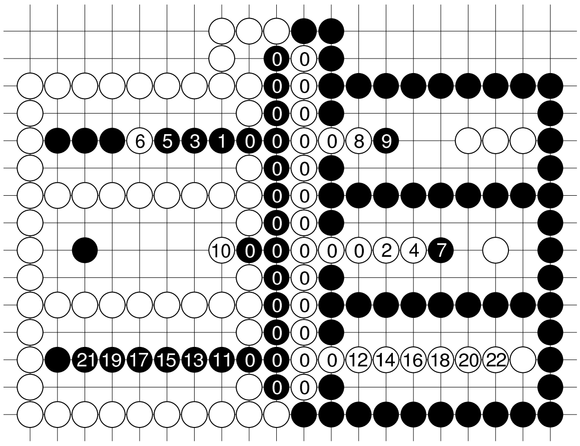
(a) a, b, c のどれが最大?



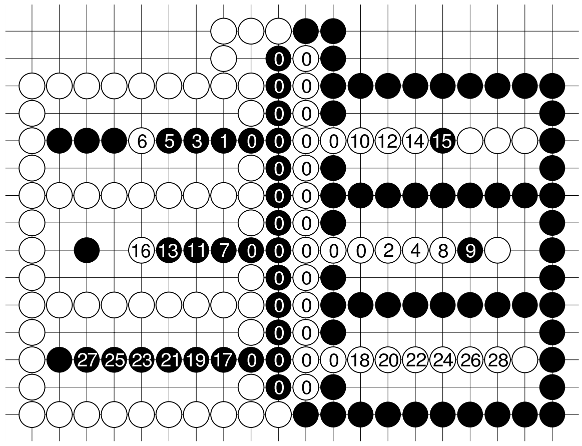
(b) 各領域の冷却値



(c) 差分攻合いゲーム



(d) 失敗図 1 : ㉒までで白の 1 手勝



(e) 失敗図 2 : ㉘までで白の 1 手勝

図 8: 回廊型のダメ領域の手の大きさの比較

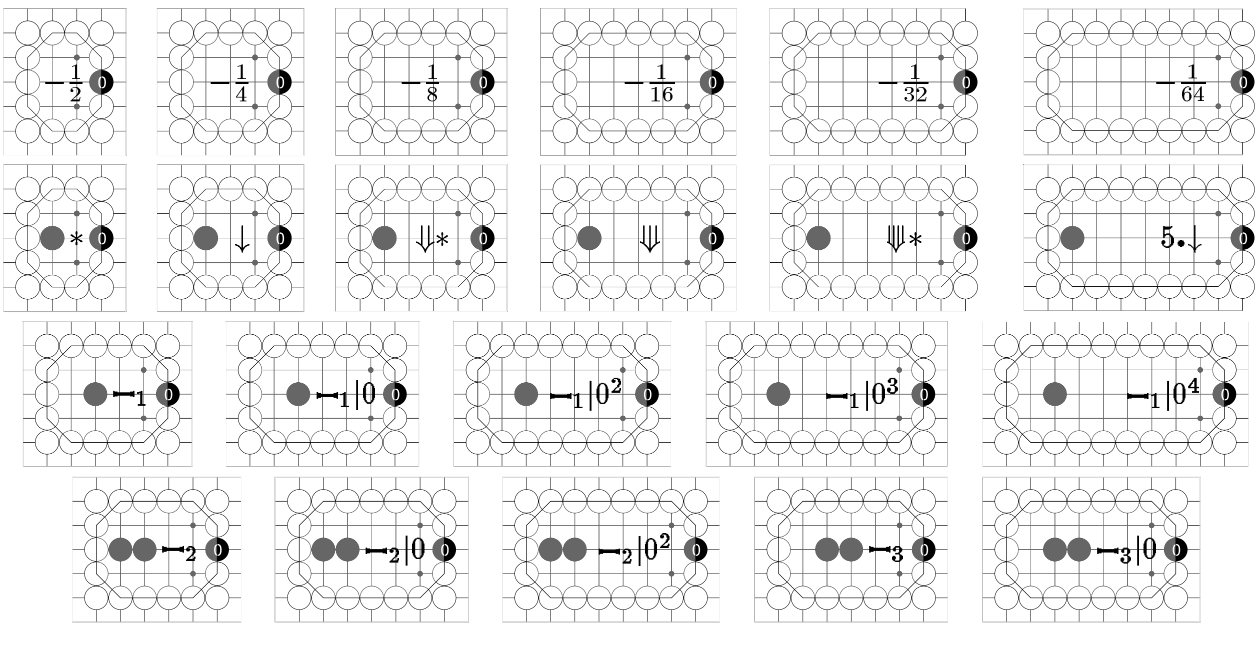


図 9: 回廊型のダメ領域の冷却値