

順位計算を用いた対戦方式の解析

河合 孝尚¹ 飯田弘之^{1,2}

1. 静岡大学大学院情報学研究科 2. 科学技術振興事業団さきがけ研究 2 1

概要

本稿は、二人あるいは二チームで試合をする競技種目の大会で、試合回数を制限した場合でも実力をより正確に反映できる対戦組み合わせ方式を検討する。最近考案されたランダムスイス混合対戦組み合わせ方式は、ランダムな対戦組み合わせを適宜取り入れることでスイス方式の欠点とされる順位逆転現象を改善する対戦組み合わせ方式である。ランダムスイス方式でのランダム方式とスイス方式の種々の組み合わせに対してシミュレーション実験を行い、それぞれの対戦方式による順位と総当りリーグ戦による順位とを比較する。同様に、対戦の偏りに関する問題を検討するため、各競技者のソルコフ値による順位と総当りリーグ戦の順位とを比較する。特定の競技者数 ($n=20$) と試合ラウンド数 ($t=9$) に対して、ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式の諸性質を観察する。

Analysis of pairing systems based on the ranking

Takahisa Kawai¹ and Hiroyuki Iida^{1,2}

1. Departments of Computer Science, Shizuoka University

2. PRESTO, JST

Abstract

This paper is discussed about the pairing system which can reflect ability more correctly by the game which limits the number of times of a game to the participating number. The random swiss mixture pairing combination system devised recently is a pairing combination system which improves the ranking inversion phenomenon made into the fault of the swiss system by taking in a random pairing combination suitably. A simulation experiment is conducted to the various combination of the random system in a random swiss system, and the swiss system, and the ranking by each pairing system is statistically compared with the ranking by the round robin league match. Similarly, in order to examine the problem about the deviation of pairing paying attention to a solkoff value, the ranking by each contestant's solkoff value is statistically compared with the ranking of a round robin league match. Each number of rounds of a random system and the swiss system considered to be appropriate is drawn to the number of participating contestants and the number of game rounds which were limited, and many character of a random swiss mixture pairing combination system is clarified.

1. はじめに

将棋や囲碁のようなボードゲームや種々のスポーツ競技など、様々な規模の競技大会が世界各地で開催され、優勝者をはじめとする順位付けをするために、適切な対戦者を決めるための組み合わせ方式が用いられている。他の競技者全員と対戦できない場合、割り当てられる対戦相手によって大会の最終順位は少なからず影響を受けるので、対戦組み合わせをどうするかは非常に重要である。対戦者に偏りがいないかといった公平性、総当りリーグ戦での予想結果との比較から推定される順位付けの妥当性が問われる。よく知られている主な対戦組み合わせ方式として「総当り方式(総当りリーグ戦)」、「ノックアウト方式」、「スイス方式」、「変形スイス方式」などがある。ノックアウト方式は、日本語ではトーナメント戦と同義語として使われているが、本稿では誤解のないように、この意味においてノックアウト方式で統一する。

上記の対戦組み合わせ方式の中で、総当り方式が最も公平かつ実力を反映できる組み合わせ方式と考えてよい。しかし実際に大会を行なう場合、他の競技者全員と対戦する総当り方式は、参加者が多い場合時間がかかり過ぎる。そこで、何回戦かだけを実施するのが自然な解決法である。限られた試合数を実施する場合、最も公平かつ実力を反映できる対戦

組み合わせ方式はどういうものか。

本稿では、変形スイス方式と呼ばれる、現在最もポピュラーな対戦組み合わせ方式を再検討し、この方式にランダム要素を取り入れた「ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式」を紹介する。勝ち点やソルコフ値などのタイブレーク方式に基づくシミュレーション実験を行い、総当り方式の順位と比較することにより順位の妥当性および対戦の偏りについて検討する。

参加チーム数と試合数が与えられるとき、大会の対戦組み合わせ方式はより実力が反映される方式、つまり強い者がより上位に順位付けされる方式が妥当である。言い換えれば、総当りリーグ戦を行ったときに得られるであろう順位付けと同じか、できるだけ近いことが望ましい。各競技者（チーム）にレーティングを与え、そのレーティングに応じて試合の勝敗を確率的に決定することでシミュレーション実験が可能である[2]。それぞれの対戦組み合わせ方式についてシミュレーション実験を行い、順位付けの妥当性や公平性（対戦の偏り）について検証する。

2. 方法

2.1. 組み合わせ方式

本稿の実験では以下の対戦組み合わせ方式を対象として計算機によるシミュレーション実験を実施した。

・総当り方式

各プレイヤーが他の競技者全員と対戦する。最も公平と言えるが、競技参加者数が大きくなると大会進行に時間がかかり過ぎ、多忙な現代社会では多くの場合、実行不能である。ただし、試合ラウンド数が限定される対戦組み合わせ方式の基準と考える。つまり、総当り方式の結果との差異が少ない方式ほど優れていると認識する。

・スイス方式

スイス方式は、囲碁、将棋、連珠、チェスなどの大会で一般に採用されている対戦組み合わせ方式である。たくさんのプレイヤーの強さ（順位）を一定期間内に決めるとき、しばしばスイス方式が用いられる。ノックアウト方式では、対戦の偏りが最終順位に多大な影響を与える。総当りリーグ戦であれば2位にランクされたはずのプレイヤーが1回戦で優勝者と対戦しまうケースなどがその顕著な例と言えよう。そこで敗者復活方式やシード方式を導入する案もあるが、それでも実力を正確に反映することはできない。スイス方式はその欠陥を補うために考え出された方式である。原理的には、同じもしくはできるだけ近い成績のプレイヤー同士が対戦し、一度対戦したプレイヤーとは二度対戦をしない対戦組み合わせ方式である。各プレイヤーの試合回数が等しいという条件を満たす。スイス方式の重要な特徴を以下に列挙する[1]。

- ・ できるだけ成績の近いプレイヤー同士を対戦させる。
- ・ 成績にかかわらず各プレイヤーは同じ回数だけ試合する。
- ・ 不戦勝を抑制する。
- ・ 逆転の余地がある。
- ・ 対戦の組み合わせが煩雑である。

・ランダム方式

対戦組み合わせをランダムに決定する。ただし、一度対戦したプレイヤー同士は対戦しない。

・ランダムスイス方式

スイス方式では勝数によって対戦相手を決めるため、早いラウンドで負けると対戦相手が楽になる。逆に、ラウンド前半で好調の場合、ラウンド後半で強豪と対戦し続けることになり、結果的に全体的に順位が下がってしまう。にもかかわ

らず、2回戦から実力が近いと思われる相手と対戦させるため、実力が低い者の方が上位にランクされてしまうという順位逆転現象を引き起こしやすい。この欠点を改善するため、いくつかのラウンドをランダム方式で行い、スイス方式と併用するのがランダムスイス方式のアイデアである。本稿の実験ではランダム方式をラウンド前半で実施し、後半でスイス方式を採用する。

2.2 . レーティングについて

Elo レーティングでは 200 点差で上位者の勝率は約 76%と定義されているが、計算を簡単にするため、ここでは 200 点差で 75%とする。上位者の勝率は以下の式で計算する[3]。

$$\text{上位者の勝率} = 1 - 1 / (3^{\text{レーティング差} / 200} + 1)$$

勝敗の判定の仕方は以下のようにする。

- (1) 先手と後手のレーティング差を求める。
- (2) 先手の勝率を小数点以下第 4 位まで求め (第 5 位で四捨五入) 10^4 倍する。このとき、求められる値 (n とする) は 0 ~ 10000 である。
- (3) n が 10000 の時 (= 先手が勝率 100%) は先手の勝ち、0 の場合は後手の勝ちとする。
- (4) 乱数 r を 0 ~ 9999 の範囲で発生させる。
- (5) $r < n$ なら先手勝ち、 $r > n$ または $r = n$ なら後手勝ちとする。

次にレーティングを生成するため、レーティングのとり得る幅を決め、その範囲内で各チームのレーティングを与える。ここではすべての実験で 250, 500, 1000 の 3 通りのレーティング幅でそれぞれシミュレーション実験を行なった。

レーティングの分布は正規分布を仮定する。レーティングに対して正規分布に従う乱数を使い分布を与える。正規分布には 0 以上 1 未満の乱数 12 個の和を求め、これをレーティング幅に合わせてスケールする擬似正規乱数を使用する。

2.3 . 実験

参加チーム数(n=)20, 試合数(t=)9 とし、参加チーム全ての順位を決定する。総当り方式での順位とランダムスイス混合対戦組み合わせ方式との順位差を求め比較する。総当り方式は、限定されたラウンド数の方式に比べてより実力を反映しやすい方式であり、総当り方式の結果に近いほど性能が良いと考えるのが合理的である。実験では、総当り方式での順位の結果 1 サンプルに対し、ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式で、当初取り入れるランダム方式のラウンド数を 0 (スイス方式) ~ 9 (ランダム方式) 回と変化させ、それぞれ 100 サンプル取り出し平均を求めた。

比較方法するため、統計解析手法で用いられる“平均”と“分散”を計算して各回数ごとに比較する。総当り方式との差を求める際に '+' と '-' のデータが混在してしまうため、“差の平均”と“分散”を絶対値になおして計算する[4][5][6]。

$$\text{差の平均} = (\text{総当りの順位} - \text{サンプルデータ}) / 100$$

$$\text{差の分散} = 1 / (100-1) (\text{サンプルデータ} - \text{差の平均})^2$$

$$|\text{差の平均}| = |(\text{総当りの順位} - \text{サンプルデータ})| / 100$$

$$|\text{差の分散}| = 1 / (100-1) (|\text{サンプルデータ}| - |\text{差の平均}|)^2$$

2.4. 大会で用いられている順位計算のシミュレーション

大会の組み合わせ方式でスイス方式が用いられている場合、少しでも同率順位をなくすために、以下のタイブレイク方式が用いられている。これに基づいて、総当り方式での順位と、その時のランダムスイス方式(ランダム回数 0 ~ 9)を各 100 サンプル測定した。

- 1) 勝数の多い者
- 2) ソルコフ方式 (すべての対戦相手の勝数の合計)
- 3) SB 方式 (対戦して負かした相手の勝数の合計)

4) ミディアム方式（負かした相手の勝数が最高と最低の2人を除いた相手の勝数の合計）

3. 結果と考察

3.1. 正規分布でのレーティング幅を 250 にした場合

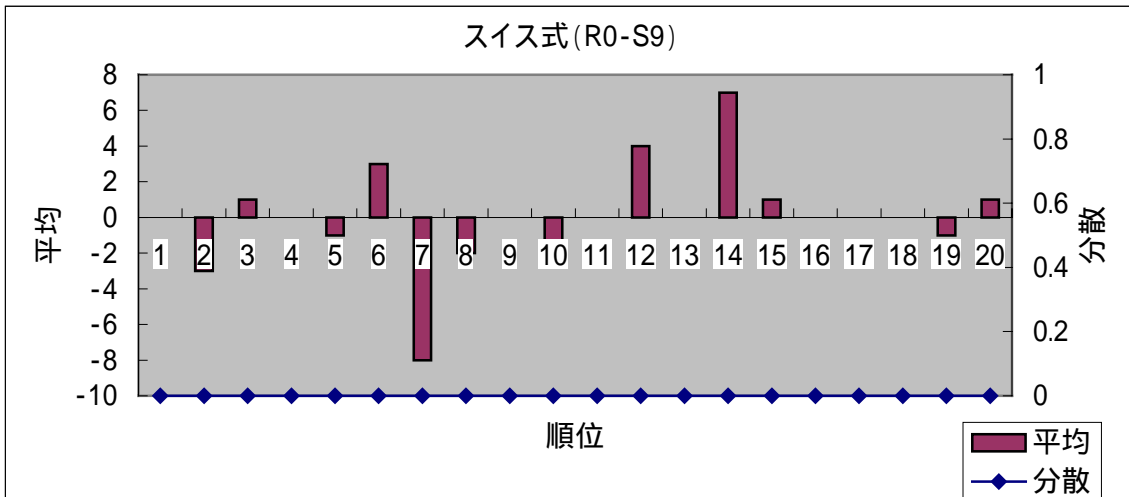


図1 スイス方式と総当り方式

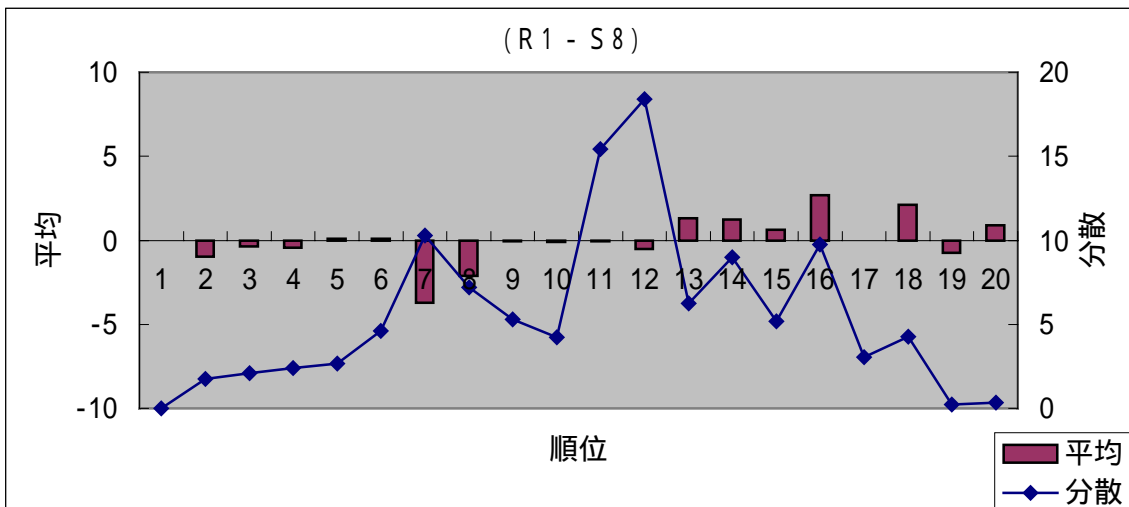


図2 . ランダムスイス (R1) と総当り方式

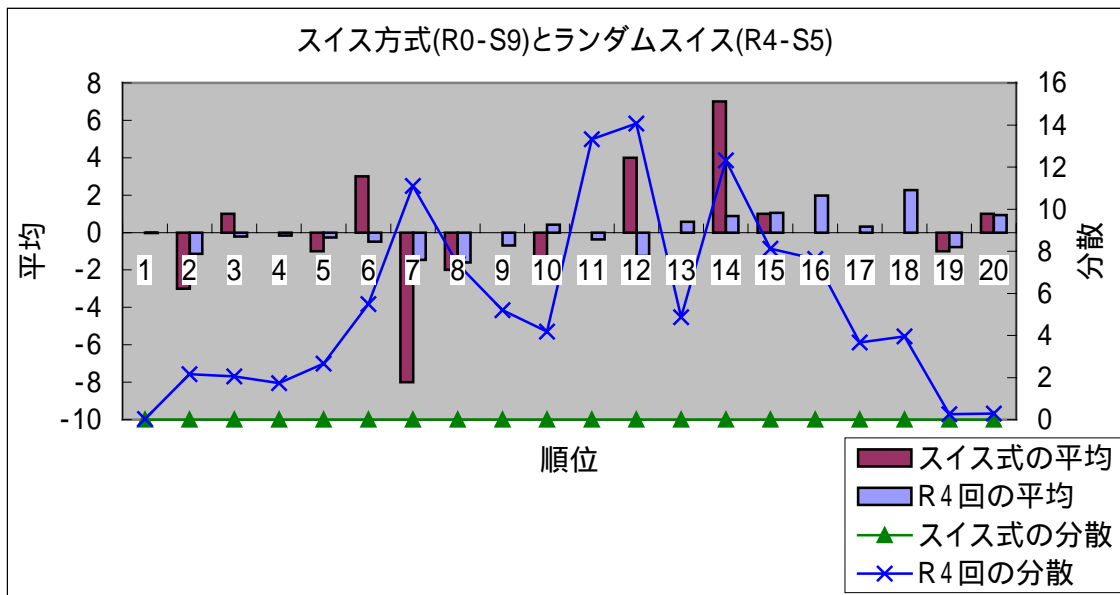


図3. スイス方式, ランダムスイス (R4) と総当り方式

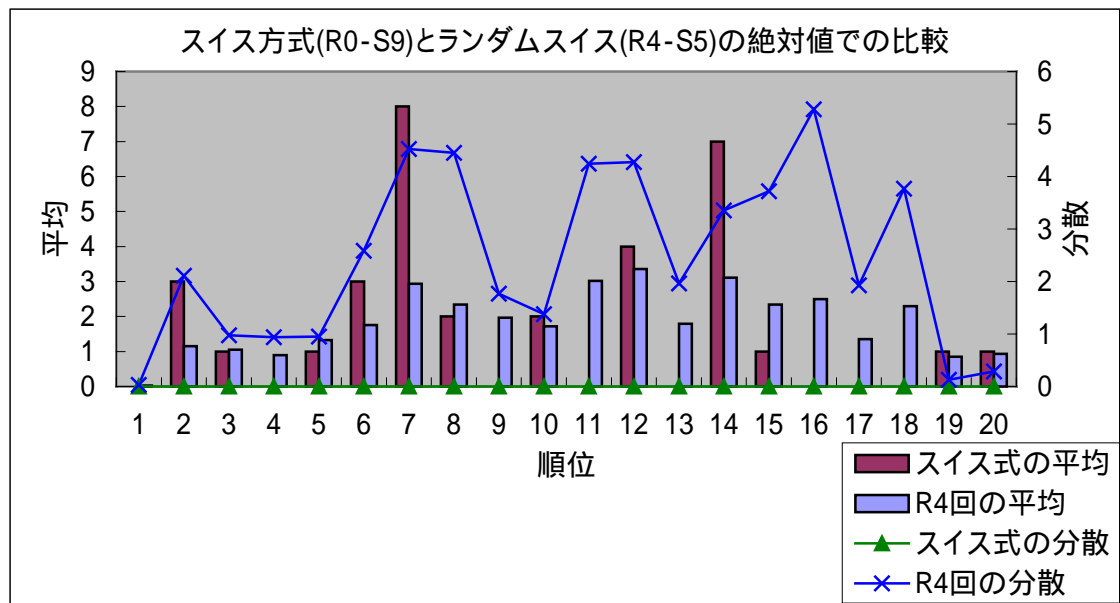


図4. スイス方式とランダムスイス (R4) の絶対値での比較

スイス方式とランダムを1回行った時のランダムスイス混合対戦組み合わせ方式 (R1) での総当りとの“差の平均”と“分散”をまとめたものを図1, 図2に示す。最初にランダムを1回行なうことにより, 純粋なスイス方式に比べて総当り方式との“差の平均”が約半分以下に減少した。つまり, より総当り方式の結果に近い, ということである。このようにして, ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式でランダム方式のラウンド数を増やすと, 最適だと思われるのはランダムを3~4回行った時である。その時の“差の平均”と“分散”と純粋なスイス方式とを比較したものを図3に示す。同じように, 絶対値での“差の平均”と“分散”を図4に示す。

3.2. 勝数だけで順位付けした場合のシミュレーション

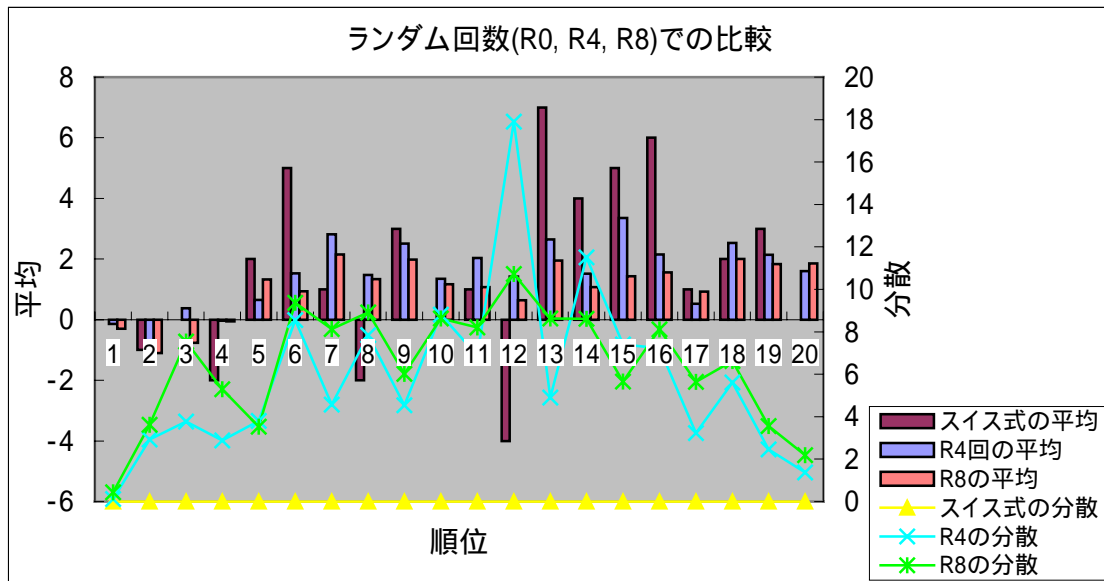


図5. スイス式, ランダム4回, ランダム8回の比較

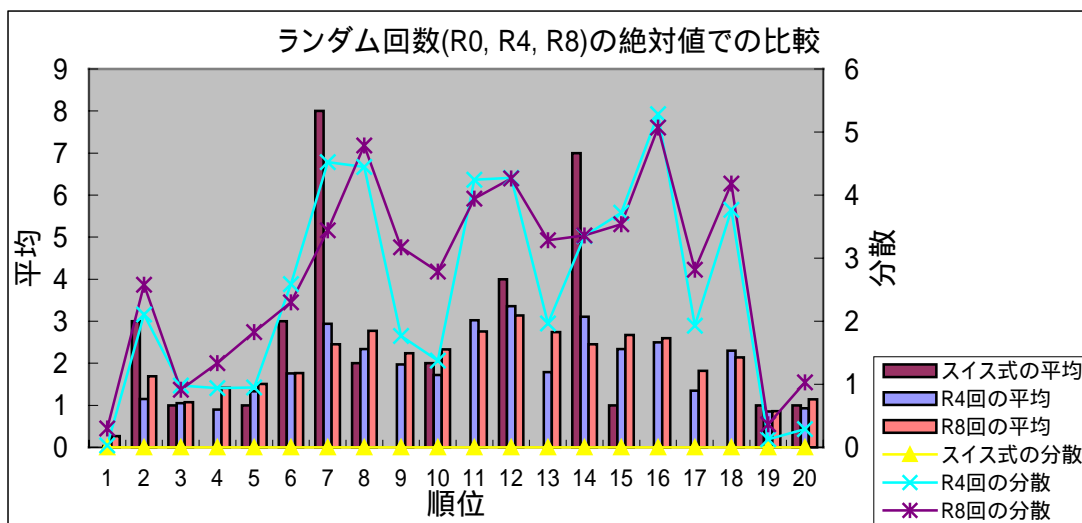


図6. スイス式, ランダム4回, ランダム8回の絶対値での比較

次に、勝数の多い順に順位付けしたものと、総当り方式での順位との“差の平均”と“分散”を求めたものを図5、図6に示す。この結果、スイス方式に比べ、ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式のランダム回数を増やすほど、“差の平均”、“分散”ともに値が下がっていく。これはランダム回数が増えることで、強い者は弱い相手と、弱い者は強い相手と対戦してしまう可能性が高くなるので、同じ実力を持つ者同士の対戦が減少してしまうためだと考えられる。この結果は一見より実力が反映されているかのように思えるが、自分のレベルより下の者としか当たっていない、つまり対戦の偏りが考慮されていないので参加チーム全てに順位を付ける場合は信頼性に欠けると思われる。

3.3. ソルコフ値だけで順位付けした場合のシミュレーション

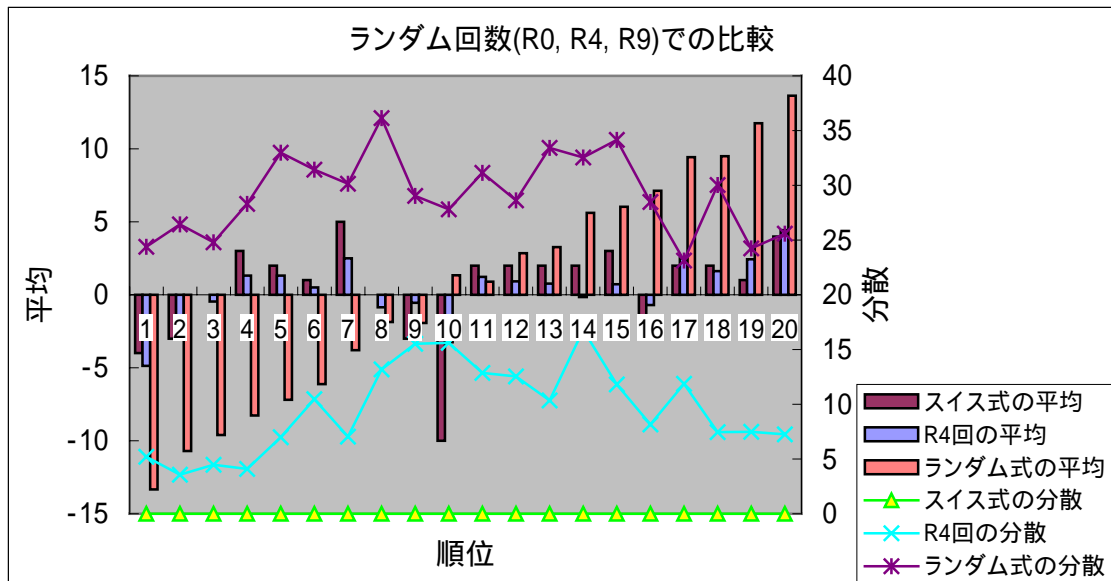


図7. スイス式, ランダム4回, ランダム方式の比較

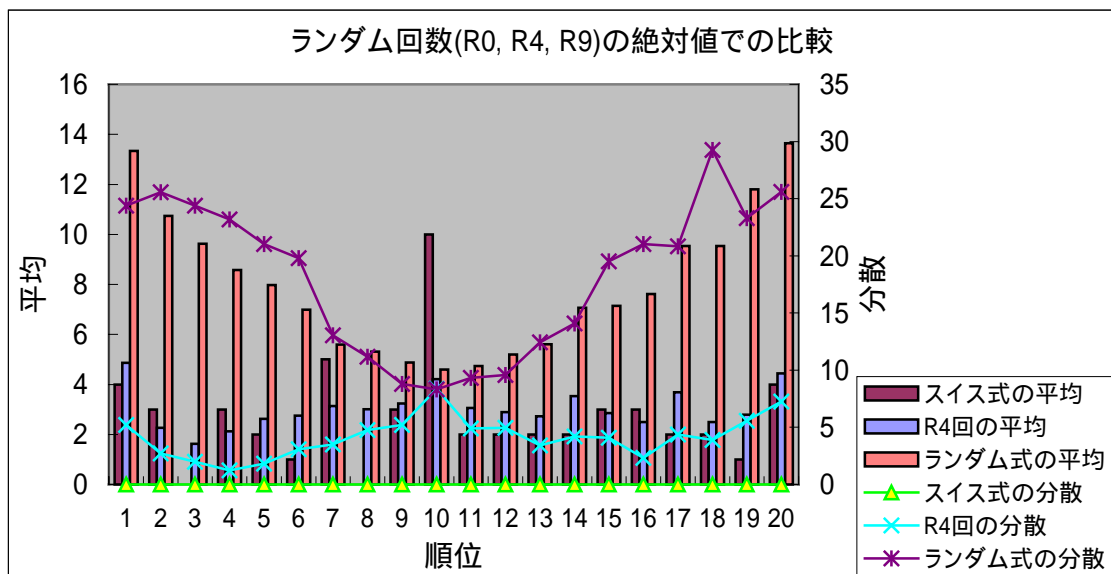


図8. スイス式, ランダム4回, ランダム式の絶対値での比較

次に、ソルコフ値（対戦相手の勝ち数の合計）の多い順に順位付けしたものと、総当たり方式での順位との“差の平均”と“分散”を求めたものを図7、図8に示す。この結果、ソルコフ値のみで順位付けしたものと総当たり方式での順位とを比較した場合、ランダムの回数が増えるほど対戦に偏りが現れることがわかった。図7を見ると、完全なランダム方式の上位と下位のものは、総当たり方式での順位との“差の平均”が大きくなっている。これはソルコフ値が勝ち負けに関係なく対戦した相手の勝ち数を合計するためである。“分散”も“差の平均”と同じような曲線を描くのもそのためと考えられる。しかし、図7のランダム回数4回時の平均値をみるとsinカーブのように描かれることがわかった。これはランダムを何回か行なうことによって、ある近い順位の集団の中でグループのようなものが形成されているのではないかと考えられる。つまり、最初に勝ち負けに関係なくソルコフ値が与えられるので、その後スイス式を行なうと、ある程度順

位が決した中での争いになるのではないかと考えられる。

4. 考察

ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式が純粋なスイス方式よりも平均値が全体的に低くなるので、より総当たり方式の順位に近いと言える。しかし、参加チーム全体に対してではなく、上位のわずかな順位だけを決める場合にはスイス方式がよい(図3・図4参照)。一方、ランダムスイス混合対戦組み合わせ方式は、1位以外で平均値、分散値ともに純粋なスイス方式より高くなってしまいが、平均値に関してはスイス方式よりも半分以下に下がっているため、参加チーム全員に順位を付けることには適していると考えられる。

次に、勝数ではプレイヤーの強さははっきり出るが、対戦の偏りが考慮されていないことがわかった。一方、ソルコフ値ではランダム回の回数が増えると順位の上位と下位の者は勝ち負けに関係なく対戦した相手の勝数を合計してしまうために、総当たり方式の順位に比べて、かなりの順位差が出てしまうことがわかった。しかし、適度にランダム方式のラウンドを入れると、ある近い順位の集団の中でグループのようなものが形成されることがわかったため、対戦相手の偏りを抑えることには効果があることがわかった。

5. 今後の課題

今後の課題として、今回は順位計算の勝数とソルコフ値を求めて比較したが、SB値とMID値については計算しなかったため早急に実験したい。SB値(対戦して負かした相手の勝数の合計)に関しては、対戦した相手が本当に強いのかを見るには適した数値だと思われる、対戦して負けた相手の負け数の合計も見ることで、真の順位が求められるのではないかと推測している。今回は20チーム(n)中の9試合(t)に固定したが、このnとtを変えると結果もどう変わるのかも興味深い。

6. 参考文献

- [1] ELO, A. E. (1978). *The rating of chess players past and present*, New York: Arco publishing.
Scholastic Chess of Indiana (2003). Chess FAQ. <http://scichess.org/faq/swiss.html>
- [2] 橋本 剛, 長嶋 淳, 飯田弘之: “シミュレーションによる大会方式検証の提案 世界コンピュータ将棋選手権を題材にして”, 第7回ゲーム・プログラミングワークショップ 2002 (IPSJ Symposium Series Vol.2002, NO.17) p101-107
- [3] レーティング将棋について, 将棋倶楽部24 ホームページ, <http://www.shogidojo.com/dojo/rating.html>
- [4] George W. Snedecor and William G. Cochran: “STATISTICAL METHODS, 6th edition”, p87 – 112, p246 – 259, 岩波書店, 1978
- [5] 粕谷英一: “統計のはなし ~君にも出せる有意差~”, p126 – 140, 文一総合出版, 1999
- [6] 竹内 啓: “数理統計学 - データ解析の方法 -”, p165 – 170, 東洋経済, 1977