社団法人 情報処理学会　研究報告
IPSJ SIG Technical Report

2003－GI－10　(5)
2003／8／4

最中限の終盤の分析

副田俊介† 田中哲朗††

最中限は竹内郁雄によって提案された 3 人プレイヤのカードゲームである．本研究は最中限をプレイする強いプログラムを作ることを目的とする．最中限は提案されたばかりのゲームであるため，人間のプレイにおいても，有効な戦略は確立されていない．そこで，人間の知識を使わずに計算機を用いて最中限を分析することにより，有効な戦略を求めることを試みる．この目的のために，最中限をプレイするプログラムを自動対戦させる実験を行い，点数に注目して分析を行った．プログラムは途中まではランダムプレイ，最終ラウンドでは探索によって手を生成するものを用いた．このプログラムは最終ラウンドの探索では相手プレイヤがランダムプレイヤ，つまりどの手も等しい確率で選ぶプレイヤであると仮定して全幅探索を行っている．この実験の結果，最終ラウンドに入る時点で点数が最も高かったプレイヤのゲーム終了時の得点の期待値は −0.56， 2 番目のプレイヤは 0.91， 3 番目のプレイヤは −0.54 となり，最終ラウンドに入る時点で最も中間の位置にいるプレイヤが最も有利であるという経験則と，この条件の元では一致することが確かめられた．

Analysis of Saichugen Endgames

Shunsuke Soeda† and Tetsuro Tanaka††

Saichugen is a three player card game introduced by Ikuo Takeuchi. As it is a fairly new game, no good playing strategies are well known yet for Saichugen. We have analyzed Saichugen endgames by using Saichugen playing programs. We have used programs that play randomly up to the middle of the game, and plays by searching in the last round of the game. The programs assumes that the opponents players play randomly when searching. We had this programs play each other for 1000 games and analyzed the results. For these playes, we were able to show that the player with the most middle points when entering the endgame tends to keep his place – win the game.

1. はじめに

最中限は， Douglas Hofstader が Metamagical Themas で提案した凡庸 (mediocre)[1] をもとに，竹内郁雄が提案した 3 人プレイヤのカードゲームである．凡庸と比べ，遊びやすくなっており，かつ推理の要素が加えられている．

最中限は提案されたばかりのゲームであるため，人間のプレイにおいても，有効な戦略は確立されていない．そこで，人間の知識を使わずに計算機を用いて最中限を分析することにより，有効な戦略を求めることにした．

具体的には，最中限をプレイするプログラムを自動対戦させて最終ラウンドに入る時点でのゲームの状態と各プレイヤの勝敗の関係について調べるという方法を採用した．

最中限のゲームの状態は次の 3 つを用いて表現することができる：

- 経過したターンの数
- 各プレイヤの手札
- 各プレイヤの点数

経過したターンの数と各プレイヤの点数はすべてのプレイヤで情報を共有しているが，他のプレイヤの手札は見えない．本研究ではこれらの要素のうち，特に点数に注目することにした．

実験のために，1 ラウンド目から 4 ラウンド目まではランダムプレイに手を生成し，5 ラウンド目 (最終ラウンド) では探索によって手を生成するプログラムを作成した．最終ラウンドの探索は相手プレイヤがランダムプレーヤであると仮定した全幅探索を行っている．つまり相手プレイヤが手を選ぶ際に，どの手も等しい確率で選ぶと仮定した上で，相手の手札のとして可能な組み合わせすべてを評価して自分の手を選ぶ．

† 東京大学大学院総合文化研究科広域科学専攻
Department of General Systems Studies,Graduate School of Arts and Science, University of Tokyo
†† 東京大学情報基盤センター
Information Technology Center, University of Tokyo

表 1 凡庸の発想

レベル 1	:	3 人が数を言い，中位の数を言った者がその数を得て勝者となる．
レベル 2	:	レベル 1 を 5 回繰り返した得点総計が中位の者がその数を得て勝者となる．
レベル 3	:	レベル 2 を 5 回繰り返して . . .
レベル 4	:	. . .

このプログラム同士を 1000 回対戦させた結果を分析し，最終ラウンドの直前での状態と最終的な点数の関係について調べた．

この実験の結果，最終ラウンドに入る時点で点数が最も高かったプレイヤのゲーム終了時の得点の期待値は -0.56， 2 番目のプレイヤは 0.91， 3 番目のプレイヤは -0.54 となり，最終ラウンドに入る時点で最も中間の位置にいるプレイヤが最も有利であるという経験則と，この条件の元では一致することが確かめられた．

2. 関連研究

最中限は三人不完全情報ゲームに分類される．各プレイヤは他のプレイヤの手札の正確な内容を知らないため，完全情報ゲームと比べて探索を行うことが難しい．

不完全情報ゲームを扱うためのアプローチをここでは二つ紹介する．

一つ目はモンテカルロ法に基づくアプローチである．この方法では，相手プレイヤの手札をランダムに生成し，完全情報ゲームとして扱う試行を多数回繰り返す[2)]．

二つ目のアプローチは確立された戦略を利用するものである．戦略に沿った可能性のみを探索することで，計算量を少なく押さえつつ，必要な探索を行う[3)]．この方法はブリッジのような既に確立された戦略があるゲームで用いられてきた．

最中限には確立された戦略がなく後者は用いることが出来ないので，前者を用いることにする．

3. 最中限の紹介

3.1 凡庸のルール

Hofstadter が凡庸を発想した動機は 3 人でプレイして面白いゲームがあるかどうかということであった．

凡庸の基本発想は表 1 のとおりである． これを適当なレベルまで行い，中位の数を得たものが最終勝者になるというものである．

3 人ゲームでは，2 人が結託すると残る 1 人がどうプレイしても不利になってしまうことが多く，ゲームとして成立しにくい．これに対して上のルールでは 2 人が結託しても，残りの 1 人の点数をコントロールすることが難いことは容易に想像できる．

しかし凡庸には次のような問題点がある：

- 同点の問題
- 数の範囲をどうするか
- レベルいくつの勝負が面白いか

3.2 最中限のルール

最中限はカードを用いることで凡庸の問題点をいくつか解決したものとなっている．最中限ではトランプのカードを 1 組 (52 枚) 用いる (ジョーカーは用いない)．

カードには以下のような順序関係を定義する．

- スーツによる順序関係
  スペード > ハート > ダイヤ > クラブ
- 数による順序関係
  K > Q > J > . . . > 3 > 2 > A

数による順序関係を優先し，数が同じ時だけスーツによる順序関係を適用する．この定義により 52 枚すべてに順序関係が定義されるので，引き分けはない．カードの点は数字札はそのまま計算し，絵札は K=13, Q=12，J=11，A=1 とする．

ゲームは以下のように進行する．

(1) 3 人に手札を裏向きにして 17 枚配る．

(2) 残った 1 枚は捨て札として裏向きにしたまま場から除く．次のゲームのときに復活させる．

(3) 1 **ターン**とは，3 人が裏向けに 1 枚ずつ出し，全員が出し終わってから，それを表にして比較することである．出札の中位を出した人が勝ちとなる．このとき，勝者は自分の出したカードを表にしたままにし，敗者は裏に返して自分の前に置く (図 1)．

(4) ターンを 3 回繰り返したものを**ラウンド**と呼ぶ．凡庸でいうところのレベルが 1 段上がった段階である．ラウンドでは，その 3 ターンで得た得点総計が中位の者が勝ちとなる．同点の場合は同点者 (2〜3 名) がいずれも勝者となる．このときスーツや枚数は関係ない．勝者はその得点総計を得，それらのカードを表にしたままにする．敗者はそのターンで表になっていたカードをすべて裏にする (図 2)．

(5) ラウンドを 5 回繰り返したものがゲームとなる．ゲームでは，その 5 ラウンドで得た得点総計が中位の者が勝ちとなる．同点の場合は同点者 (2〜3 名) がいずれもゲームの勝者となる．

(6) 勝者の人数によって表 2 のように点数を与える．

こうして，全部で 15 ターンを行ったところでゲー

表 2　ゲームの得点配分

勝者の人数	勝者の得点	敗者の得点
3	0	0
2	+1	-2
1	+2	-1

ムは終了する．ゲーム終了後，各人の手札に 2 枚の未使用カードが残る．

4. 計算機実験の概要

本研究では最終ラウンドで探索を行うプログラムを自動対戦させることで，最終ラウンドの直前の状態と各プレイヤの勝敗について調べた．

4.1 用いたプログラム

本研究で用いたプログラムは次のようにプレイする：

- 1 から 4 ラウンド目まではランダムにプレイする．
- 5 ラウンド目は全探索を行い，手を決定する．

探索は相手プレイヤがランダムプレイヤであると仮定したものを用いている．つまり，相手プレイヤが手札からプレイするカードを選ぶ際に，すべての手札を等しい確率で選ぶと仮定している．また 1 ラウンド目から 4 ラウンド目まですべてのプレイヤがランダムにプレイしているという仮定をするので，終盤の時点での他のプレイヤの手札も可能な分布が等確率で出現すると考えることができる．

探索アルゴリズムの手順を説明する．

(1) 手札から一枚プレイするカードを選ぶ．

(2) 不明なカードから 2 枚選び，相手がそのカードをプレイしたとする．

(3) もしそこで終局なら自分の得点を計算して返す．そうでないなら再帰的にこの探索アルゴリズムを適用し，評価値を得る．

(4) 相手のプレイしうるカードの組み合わせをすべて試し，評価の合計を求める．

(5) この操作を自分の手札すべてに対して行い，評価の合計が最も高い手を実際にプレイする手とする．また，その手札に関する評価の合計を評価値として返す．

最終ラウンドの開始時点 (13 ターン目) では手札は 5 枚，不明なカードは 11 枚ある．1 ターンごとに手札は 1 枚，不明なカードは 2 枚減るため，このアルゴリズムで調べなければならない場合の数は最大

$$ {}_5P_3 \ {}_{11}P_6 = 19,958,400 $$

通りとなり，単純な全探索で最適解を求めることができる．

この探索アルゴリズムの ruby 風の擬似コードを図 3 に示す．

4.2 実験の手順

4.1 で説明したプログラムを 3 つ準備し，これらを 1,000 回対戦させた．手札は 1 回の対戦ごとにランダムに生成し直した．

実験は，Xeon 2.2GHz を二つ，メモリを 3GB 搭載したサーバで行った．要した時間は約 3 日である☆．

5. 実験の結果

4 節で示した実験の分析結果を示す．

5.1 点数の絶対値と得点の期待値

図 4 は最終ラウンド (5 ラウンド目) 開始時点での自分の点数と最終的な得点の期待値との関係を示している．

ここから，終盤に入る時点で極端に点数が高い場合には勝ちにくいことがわかる．具体的には得点が 11 点以上のあたりから急激に期待値が減少する．

5.2 点数の相対値と得点と勝率

5 ラウンド目開始時点での他プレイヤとの点数の差と，ゲームの結果を表 3 に示す．他プレイヤのうち，5 ラウンド目開始時点で点数が大きかったプレイヤとの点差を横に，点数が小さかったプレイヤとの点差を縦に並べてある．各点差の組み合わせに関して，頻度と平均の得点が示されている．

この表の中心部に関しての詳細は表 4 のとおりである．表 4 には 5 ラウンド目開始時点での他プレイヤとの点差と，各結果の頻度 (割合)，および平均の得点が示されてる．

図 5 は他プレイヤとの点数の差と +2 点で勝ったゲームの割合をグラフにしたものである．

同様に図 6 は他プレイヤとの点数の差と -1 点で負けたゲームの割合をグラフにしたものである．

平面の 2 軸に関しては (他のプレイヤの点数 − 自分の点数) の値を $0-5, 5-10, 10-\ldots$ のグループにわけてプロットしている．

図 5 では縦軸は +2 点で勝った割合に，図 6 では縦軸は −1 点で負けた割合になっている．

これらの図から読みとれることは，今回実験した条件のもとでは相手プレイヤの中間に位置するプレイヤの勝率が高くなっており，逆に一人だけ高得点だったり低得点だったりするプレイヤの勝率は非常に低くなっている．

最終ラウンド開始時点での順位と得点の期待値の関係は表 5 のようになっている．ここからも，今回実験

☆ その後プログラムを改良し，不必要な計算を除去した結果，3 時間程度で実行できるようになった

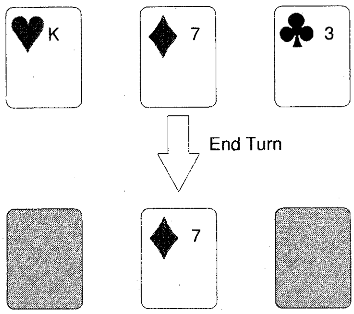

図 1　ターンの点数の計算方法

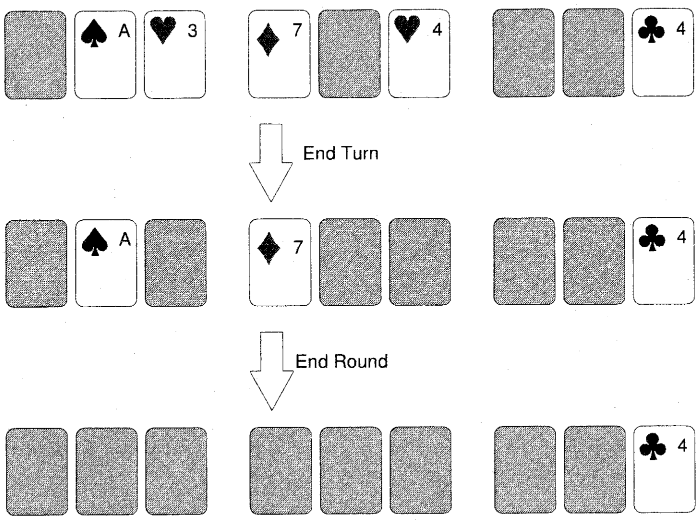

図 2　ラウンドの点数の計算方法

表 5　5 ラウンド目開始時点での順位と得点の期待値

順位	得点の期待値
1	−0.56
2	0.91
3	−0.54

を行った条件では，最終ラウンド開始時点で中間に位置するプレイヤの成績が良いことがわかる．

なお，同着があった場合には，同じ順位のプレイヤは最高位の順位として計算している．例えばプレイヤ A とプレイヤ B が同着一位であった場合には一位が二人いると計算している．そのため，表 5 の期待値の合計は 0 にはならない．

6. まとめ

最中限の最終ラウンドを探索によってプレイするプログラムを作成し，1,000 回自動対戦させた結果を分析した．

その結果，点数が最も多いプレイヤの場合の期待値は −0.56，2 番目のプレイヤの期待値は 0.91，3 番目のプレイヤの期待値は −0.54 となり，終盤に入る時点で最も中間の位置にいるプレイヤが勝ち易いという経験則と一致することが確かめられた．

7. 今後の課題

次のような課題が考えられる：

- 相手プレイヤとしてランダムプレイヤ以外を想定したプログラムも作成し，同様の実験を行う．
- どのようにプレイすれば最終ラウンド開始時点で得点が 2 番目になるかを調べる．
  今回調べた条件では，最終ラウンドに入る段階で得点が 2 番目のプレイヤの勝率が最も良いことがわかった．そこで，次にどのようにプレイすれば

```
def search turn, played_cards
  state.update played_cards
  if endgame?
    return state.evaluate
  else
    max_play_points = very_small_integer
    foreach card in my_hand
      my_hand.remove card

      total = 0

      foreach opponent1_card in unused_cards
        unused_cards.remove op1_card
        foreach opponent2_card in unused_cards
          unused_cards.remove op2_card
          ret_points, ret_hand = search (turn+1), [my_play, op1_card, op2_card]
          total += ret_points
          unused_cards.add op2_card
        end
        unused_cards.add op1_card
      end

      my_hand.add card
      if total > max_play_points
        max_play_ponts = total
        max_play_hand = card
      end
    return max_play_points, max_play_hand
  end
end
```

図 3 探索アルゴリズムの擬似コード

最終ラウンドに入る段階で得点が 2 番目になるかを調べる.

- 手札の内容と勝敗の関係について調べる.
  今回の実験では手札に関する情報は利用していない. これは終盤に入る段階で, 手札の内容よりも点数の影響が大きいと判断したからである. しかし (特に点差が小さくなると) 手札の影響が無視できなくなることが考えられる.
- 最中限でゲームの当初から結託することによって成績を良くすることができるかどうかを調べる.
  最中限は今のところ, ゲームの開始以前から結託することで, ゲームを有利の進めることが難しいゲームであると思われている. 結託することが可能であるか, 可能であるならどのようにして可能でどの程度有利になるかを調べる必要がある.

参 考 文 献

1) Douglas R. Hofstadter: "Metamagical Themas: Questing for the Essence of Mind and Pattern", Penguin Books, (1985).
2) Ian Frank, David Basin and et al. : "Monte-Carlo Sampling in Games with Imperfect Information: Empirical Investigation and Analysis", (1997).
3) Stephen J. J. Smith, Dana S. Nau and Thomas

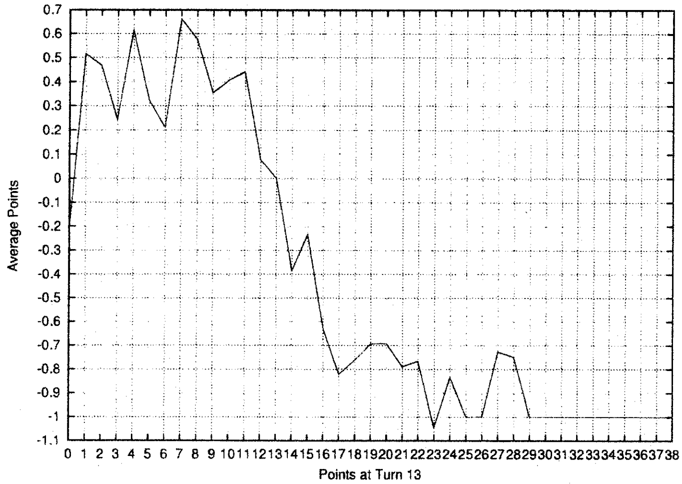

図 4　5 ラウンド目開始時点での点数と成績の平均

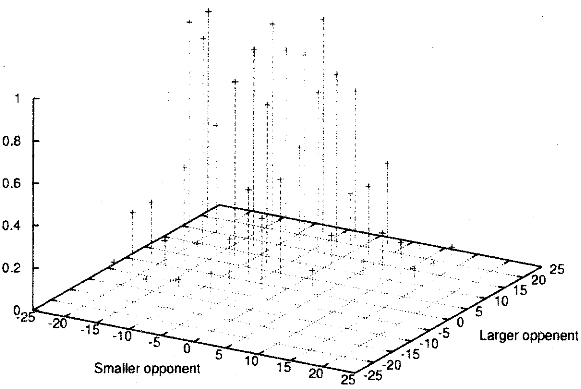

図 5　5 ラウンド目開始時点での他プレイヤとの点差と 2 点で勝った割合

A. Throop : "A Planning Approach to Declarer Play in Contract Bridge", Computational Intelligence, vol. 12, pp.106-130, (1996).

表 3　5 ラウンド目開始時点での他プレイヤとの点差と頻度 (平均得点)

	-40 -35	-35 -30	-30 -25	-25 -20	-20 -15	-15 -10	-10 -5	-5 0	0 5	5 10	10 15	15 20	20 25	25 30	30 35	35 40
-40 ～ -35	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	1 (−1.0)	1 (−1.0)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)
-35 ～ -30		3 (−1.0)	2 (−1.0)	0 (-)	1 (−1.0)	0 (-)	0 (-)	1 (−1.0)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)
-30 ～ -25			14 (−1.1)	3 (−1.0)	4 (−1.0)	6 (−1.0)	1 (−1.0)	1 (2.0)	1 (2.0)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)
-25 ～ -20				24 (−1.1)	35 (−1.0)	20 (−1.0)	15 (−0.8)	4 (−0.2)	4 (0.7)	0 (-)	1 (2.0)	1 (2.0)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)
-20 ～ -15					52 (−1.1)	62 (−1.0)	60 (−0.8)	27 (−0.6)	9 (0.3)	4 (2.0)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)
-15 ～ -10						66 (−1.1)	92 (−0.9)	111 (−0.5)	70 (1.3)	29 (1.6)	14 (1.8)	6 (2.0)	0 (-)	0 (-)	0 (-)	0 (-)
-10 ～ -5							97 (−0.7)	150 (−0.3)	156 (0.6)	99 (1.3)	45 (1.9)	17 (1.6)	3 (2.0)	1 (2.0)	0 (-)	0 (-)
-5 ～ 0								100 (−0.1)	128 (0.6)	132 (0.8)	75 (1.4)	50 (1.5)	13 (1.1)	2 (2.0)	1 (2.0)	0 (-)
0 ～ 5									123 (−0.2)	190 (−0.1)	157 (0.2)	121 (0.2)	68 (0.3)	32 (0.4)	7 (0.3)	0 (-)
5 ～ 10										74 (−0.6)	138 (−0.3)	69 (−0.7)	31 (−0.9)	8 (−0.2)	3 (−1.0)	0 (-)
10 ～ 15											49 (−0.9)	62 (−1.0)	23 (−0.9)	7 (−1.0)	1 (−1.0)	0 (-)
15 ～ 20												4 (−1.0)	9 (−1.0)	2 (−1.0)	0 (-)	0 (-)
20 ～ 25													2 (−1.5)	3 (−1.0)	0 (-)	2 (−1.0)
25 ～ 30														0 (-)	1 (−1.0)	0 (-)
30 ～ 35															0 (-)	0 (-)
35 ～ 40																0 (-)

表 4　5 ラウンド目開始時点での他プレイヤとの点差と得点 (中心部の詳細)

	-10 ～ -5					-5 ～ 0					0 ～ 5					5 ～ 10				
	-2	-1	1	2	平均	-2	-1	1	2	平均	-2	-1	1	2	平均	-2	-1	1	2	平均
-25 ～ -20	0 (0%)	14 (93%)	0 (0%)	1 (7%)	−0.8	0 (0%)	3 (75%)	0 (0%)	1 (25%)	−0.2	0 (0%)	1 (25%)	2 (50%)	1 (25%)	0.7	-	-	-	-	-
-20 ～ -15	0 (0%)	54 (90%)	5 (8%)	1 (2%)	−0.8	0 (0%)	23 (85%)	0 (0%)	4 (15%)	−0.6	0 (0%)	5 (56%)	0 (0%)	4 (44%)	0.3	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	4 (100%)	2.0
-15 ～ -10	1 (1%)	86 (93%)	1 (1%)	4 (4%)	−0.9	5 (5%)	84 (76%)	4 (4%)	18 (16%)	−0.5	0 (0%)	13 (19%)	10 (14%)	47 (67%)	1.3	0 (0%)	3 (10%)	2 (7%)	24 (83%)	1.6
-10 ～ -5	13 (13%)	68 (70%)	6 (6%)	10 (10%)	−0.7	11 (7%)	99 (66%)	8 (5%)	32 (21%)	−0.3	4 (3%)	53 (34%)	33 (21%)	62 (40%)	0.6	1 (1%)	19 (19%)	5 (5%)	74 (75%)	1.3
-5 ～ 0						19 (19%)	42 (42%)	5 (5%)	34 (34%)	−0.1	4 (3%)	48 (38%)	13 (10%)	61 (48%)	0.6	5 (4%)	46 (35%)	5 (4%)	76 (58%)	0.8
0 ～ 5											8 (7%)	63 (51%)	40 (33%)	9 (7%)	−0.2	8 (4%)	107 (56%)	39 (21%)	36 (19%)	−0.1

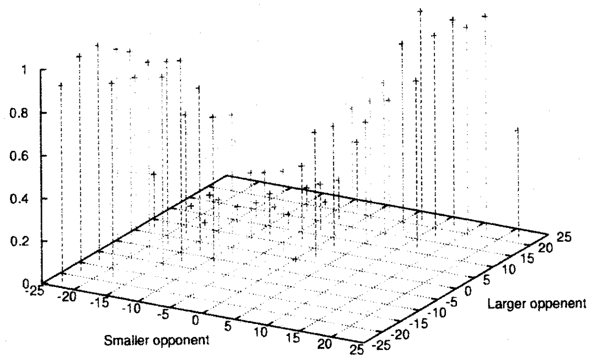

図 6 5 ラウンド目開始時点での他プレイヤとの点差と-1 点で負けた割合