パチンコの数理モデル化, 大当り回数期待値解析, および大当りの波の制御について

水野 隆文[1], 加藤 昇平[2], 伊藤 英則[2]

我々は, 確率的有限プッシュダウンスタックオートマトンの観点からパチンコをモデル化した. そのモデルをもとに, 標準的な 2 モードのパチンコについて, 大当り回数確率分布の漸化式表現を示し, 期待値式を示した. さらに, 大当りの波の定式化を行い, その制御手法を提案した.

A Mathematical Model for Pachinko, An Expectation Analysis of Big Hits, and An Approach to Control Waves of Big Hits

Takafumi Mizno[1], Shohei Katoh[2], and Hidenori Itoh[2]

We modeled Pachinko as a non-deterministic pushdown automaton. We showed a recurrence expression of probability distributions and an expectation of big hits of a two-mode-pachinko. We formulated waves of big hits and suggested an approach to control waves of big hits.

1　はじめに

パチンコは, 遊技球を電動役物に入賞させ, 大当りをひくことを目的とするゲームである. 遊技者は, 遊技球を遊技台に備え付けの電動バネで 1 球ずつ弾いていく. 遊技球が遊技台の電動役物に入賞すると, 台内部のマイコンが大当りの判定を行い, ある大当り確率で大当りとなる. 遊技台は, 遊技球が入賞するたびにその内部状態 (モード) が変化する. 大当り確率はモードごとに異なった値が仕様に定められている. あるモードの時に大当りを引いた場合にも, モードが変化する. 大当り後, 仕様に定められた確率でそのモードから別のモードに変化するか, そのままのモードを維持する.

本研究の目的は, パチンコの大当り回数確率を分析すること, および, 大当りの波を制御することである. 一般に, 大当りの波とは, 大当りが直感以上に多く続く状況と, 大当りが少ないない状況が交互に現れる様子を主観的に表現した言葉である. 現在, 普及しているパチンコでは, 大当りの波の制御は行われていない.

パチンコの数理的な分析については, 水野らが, 2 つのモードを持つパチンコについて状態遷移図によりモデル化を行い, 大当り回数確率分布を示し, 期待値式を導出した [1][2]. さらに, パチンコの一般化を行うために確率的有限オートマトンの観点からモデル化を行った [3]. そして, 過去の履歴により大当りの波を制御するための枠組みとして, プッシュダウンスタックを持つパチンコモデルを提案し, 大当りの波を定式化した [4].

本稿の以降の構成は以下のとおりである. まず, 2 章でパチンコモデルを定義する. 3 章で大当り回数確率分布の漸化式表現を示し, 2 モードの標準的なパチンコについて大当り回数の期待値式を示す. そして, 4 章で大当りの波を定式化し, その制御手法を提案する. 最後に, 5 章でまとめと課題を述べる.

[1]名城大学都市情報学部
Meijo University Faculty of Urban Science
[2]名古屋工業大学情報工学科
Nagoya Institute of Technology Department of Computer Science

2 パチンコモデルの定義

定義　パチンコモデルの構文　パチンコモデルを, $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ の5つ組で定義する．ここで,

1. 状態の有限集合 S.
2. 当り状態の集合 S_f. $S_f \subset S$. $S \setminus S_f$ の要素を当り状態に対し待機状態と呼ぶ．待機状態1つが遊技台のモード1つに対応する．
3. スタック記号の集合 $\Gamma = \{\gamma_0, 0, 1\}$. γ_0 はスタックボトムを表現する記号である．
4. 遷移関数 $\delta : S \times \Gamma^* \to \mu(S \times \Gamma^*)$. $\mu(Q)$ は有限集合 Q 上の離散確率分布の集合を表す．$\delta(s_f, w)(s'_f, w') = 0$, $s_f, s'_f \in S_f$, $w, w' \in \Gamma^*$ とする．これは, 当り状態から当り状態へは遷移しないことを意味する．
5. 初期状態 s_0. $s_0 \in S \setminus S_f$.

パチンコモデル $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ の計算状況を順序対 $< s, w >$ で表現する．ただし, $s \in S$, $w \in \Gamma^*$ である．M は, まず, $< s_0, \gamma_0 >$ から計算を始める．$< s, w >$ から $< s', w' >$ へは確率 $\delta(s, w)(s', w')$ で遷移する．

M の状態遷移のうち次を満たすものを, 試行, 大当り, はずれと定義する．

試行　$s \in S \setminus S_f$ から $s' \in S$ への1遷移.

大当り　$s \in S \setminus S_f$ から $s'' \in S_f$ への1遷移.

はずれ　$s \in S \setminus S_f$ から $s''' \in S \setminus S_f$ への1遷移.

1試行は, 電動役物に遊技球が1回入賞することに対応する．試行は, 大当りかはずれのどちらかである．状態間遷移が試行でなければ, スタックは変化しない．遷移が大当りの場合はスタックに1を, はずれの場合はスタックに0をプッシュする．スタックは, 試行の履歴を表現する．

3 大当り回数確率分布

N 回試行したときに, 大当り回数が i 回となる場合を考える．これは, 次の2とおりしかない．

A. $N-1$ 回試行し, 大当りが i 回, かつ, $< s', w >$. N 回目の試行がはずれ, $< s, 0w >$ へ遷移.

B. $N-1$ 回試行し, 大当りが $i-1$ 回, かつ, $< s', w >$. N 回目の試行が大当りし, その後, $< s, 1w >$ へ遷移.

大当り回数確率分布を $P(w, i, N)$ で表現する．これは, N 回試行したときに, 大当り回数が i 回であり, 大当りの履歴が w となる確率である．モデル $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ において, $P(w, i, N)$ を, 次の漸化式により計算する．

$$P(w, i, N) = \sum_{s \in S \setminus S_f} P(< s, w >, i, N), \tag{1}$$

$$P(< s, w >, 0, 0) = \begin{cases} 1 & < s, w > = < s_0, \gamma_0 > \\ 0 & others \end{cases},$$

$$P(< s, 0w >, i, N) = \sum_{s' \in S \setminus S_f} \delta(s', w)(s, 0w) P(< s', w >, i, N-1), \tag{2}$$

$$P(< s, 1w >, i, N) = \sum_{s' \in S \setminus S_f} \sum_{s'' \in S_f} \delta(s', w)(s'', 1w) \delta(s'', 1w)(s, 1w) P(< s', w >, i-1, N-1). \tag{3}$$

i または N が負のとき, および, $i > N$ のときは, $P(<s, w>, i, N) = 0$ とする. 式 (2) は, N 回目の試行がはずれ, 待機状態 s へ遷移する確率である (上記 **A.** に対応). 式 (3) は, N 回目の試行が大当りし, その後, 待機状態 s へ遷移する確率である (上記 **B.** に対応). 試行 N 回における大当り回数の期待値は, 形式的に次のように表現できる.

$$\sum_{w \in (\Gamma \backslash \gamma_0)^N} \sum_{i=0}^{N} iP(w\gamma_0, i, N). \tag{4}$$

例.2 モードのパチンコについて　例として, 通常モードと確変モードの 2 モードを持つ標準的なパチンコについてモデル化し, 期待値式を示す. このパチンコは, 初期モードが通常モードになっている. 通常モードから確変モードへは直接遷移しない. 大当り後は, 確率 1/2 で, 2 つのモードのうちどちらかへ遷移する. 確変モードは, 通常モードより大当り確率が高い. 各遷移確率は, 履歴に左右されない. この例では, 履歴 w を省略している. パチンコモデルは, $M = (S, S_f, \Gamma, \delta, s_0)$ は次のようになる.

1. $S = \{s_1, s_2, s_3\}$.
2. $S_f = \{s_3\}$.
3. $\Gamma = \{\}$.
4. 遷移関数 δ:
   $\delta(s_1)(s_1) = 1 - p_1$, $\delta(s_1)(s_2) = 0$, $\delta(s_1)(s_3) = p_1$,
   $\delta(s_2)(s_1) = 0$, $\delta(s_2)(s_2) = 1 - p_2$, $\delta(s_2)(s_3) = p_2$,
   $\delta(s_3)(s_1) = 0.5$, $\delta(s_3)(s_2) = 0.5$, $\delta(s_3)(s_3) = 0$.
5. $s_0 = s_1$.

大当り確率分布 $P(i, N)$ は次式で計算される.

$$P(i, N) = P(s_1, i, N) + P(s_2, i, N), \tag{5}$$

$$p(s, 0, 0) = \begin{cases} 1 & <s> = <s_1> \\ 0 & others \end{cases}, \tag{6}$$

$$P(s_1, i, N) = (1 - p_1)P(s_1, i, N-1) + p_1p_3P(s_1, i-1, N-1) + p_2p_3P(s_2, i-1, N-1), \tag{7}$$

$$P(s_2, i, N) = (1 - p_2)P(s_2, i, N-1) + p_1(1 - p_3)P(s_1, i-1, N-1) + p_2(1 - p_3)P(s_2, i-1, N-1). \tag{8}$$

大当り回数の期待値は次式となる [1][2].

$$\sum_{i=0}^{N} iP(i, N) = \frac{2Np_1p_2}{p_1 + p_2} + \frac{2(p_1^2 - p_1p_2)(1 - (1 - \frac{p_1+p_2}{2})^N)}{(p_1 + p_2)^2} \tag{9}$$

4　大当りの波とその制御

本稿では, パチンコにおける大当りの波を, 試行回数 n ごとに勝ち負け R_n を記録した時系列 $\mathcal{R}_N = \{R_n\}_{n=0}^{N}$, として定義する. 勝ち負け R_n を次式で定義する.

$$R_n = h_w a_n - h_l(n - a_n). \tag{10}$$

a_n は, 試行 n 回の時点での大当りの回数. h_w, h_l は適当な重みである. 例えば, それぞれ大当り 1 回の報酬, はずれ 1 回の損失である. この定義は, フェラーのコイントスにおけるリードの波の定義 [5] をパチンコに拡張したものである.

次に, 大当りの波の周波数を, 次式で定義する.

$$freq(\mathcal{R}_N) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1}[u(R_{n+1}) + \chi(R_n R_{n+1})] + 1}{N}. \tag{11}$$

ただし,

$$u(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi = 0 \text{ のとき} \\ 0 & \xi \neq 0 \text{ のとき} \end{cases}, \quad \chi(\xi) = \begin{cases} 1 & \xi < 0 \text{ のとき} \\ 0 & \xi \geq 0 \text{ のとき} \end{cases}.$$

式 (11) 右辺の分子は, $R_n = 0$ となる回数と R_n の正負が反転する回数の合計である. $freq(\mathcal{R}_N)$ は, 試行 N 回の時点での, 試行 1 回で何回勝ち負けがタイになるかの期待値である.

大当り確率が全試行を通じ一定と仮定し, 式 (10) の R_n の期待値が 0 となるように h_w, h_l を定めた場合, $\mathcal{R}_N = \{R_n\}_{n=0}^{N}$ は次の特徴を持つ (逆正弦定理)[5][6].

- N が増加するにつれ $freq(\mathcal{R}_N)$ は減少する.
- N が増加するにつれ, R_n が 0 付近にある確率が小さくなる.

これら波の性質を制御する手法として, 過去の履歴を参照し, 大当り確率を変化させているアプローチが考えられる. 例えば, ある試行の直前に大当りが続いていたら, その試行の大当り確率を高くし, はずれが続いていたら大当り確率を低くする. これにより, N の増加にともない, $freq(N)$ が減少することが期待される. また逆に, ある試行の直前に大当りが続いていたら, その試行の大当り確率を低くし, はずれが続いていたら大当り確率を高くすることにより, N の増加にともない $freq(N)$ が増加することが期待される.

これらのアプローチを定式化する. まず, $w = \{\gamma_n, \gamma_{n-1}, \cdots, \gamma_0\}$ のとき, $d(w)$ を次式で定義する.

$$d(w) = 2^{-1}\gamma_n + 2^{-2}\gamma_{n-1} + \cdots + 2^{-n}\gamma_1 \tag{12}$$

$d(w)$ は, 試行列 w を 2 進小数の小数点以下とみなした場合の, その小数値である. 例えば, $w = \{1011\gamma_0\}$ のとき, $d(w) = 0.1011_2$ である. また, $e(w)$ を次式で定義する.

$$e(w) = 1 - d(w) \tag{13}$$

大当りが続くと, $d(w)$ は 1 に近づき, $e(w)$ は 0 に近づく. はずれが続くと, $d(w)$ は 0 に近づき, $e(w)$ は 1 に近づく. これらを用いて, 遷移確率にバイアスをかけることにより $freq(N)$ を制御する. 計算状況が $< s, w >$,$s \in S/S_f$ のとき, ある (s', w') への遷移確率 $\delta(s,w)(s',w')$ を次式にて設定する.

$$\delta(s,w)(s',w') := \begin{cases} \Delta(s,w,s') = (1-m)p_{ss'} + m\frac{d(w)}{|S_f|} & s' \in S_f, w' = 1w \\ \frac{p_{ss'}}{\sum_{s'' \in S/S_f} p_{ss''}} \left(1 - \sum_{s_f \in S_f} \Delta(s,w,s_f)\right) & others \end{cases}. \tag{14}$$

ただし, $p_{ss'}$ は, あらかじめ設定する値で, 履歴を参照しない場合の s から s' への遷移確率である. m は適当なパラメータである ($0 \leq m \leq 1$). この設定により, 大当りが続いている場合は, 大当り確率が高くなる方向へ, はずれが続いている場合は, 低くなる方向へバイアスがかかり, N の増加にともなって $freq(N)$ が減少することが期待される. また, $freq(N)$ を N の増加とともに増加させたい場合には, 式 (14) の $d(w)$ を式 (13) の $e(w)$ に置き換えればよい.

5　おわりに

本稿では, パチンコを確率的有限プッシュダウンスタックオートマトンの観点からモデル化した. そして, 2 モードの標準的なパチンコについて, 大当り回数確率分布の漸化式表現を示し, 大当り回数の期待値式を示した. さらに, 大当りの波を定式化し, その制御手法を提案した. その手法は, 試行の履歴を参照し, 大当りが続いていればさらに大当りが出やすくなるように, はずれが続いていればさらにはずれが出やすくなるように, 大当り確率にバイアスをかけるものである. これにより, 試行を行うごとに大当りの波の周期 $(1/freq(N))$ が長くなることが期待される. また, 大当りの波の周期を短くしたい場合には, 上とは逆のバイアスをかければよい. 現在, 本稿で提案した手法を確認・解析するための実験を進めている.

本稿では, 遊技球が電動役物に入賞した後の振る舞いのみをモデル化した. そのため, 大当りの波の時間に関する振る舞いを考慮できない. 本モデルを詳細化し, 遊技球の挙動や, 遊技時間もモデルに取り入れることにより, 実際のパチンコに近づけることができる. さらに, 遊技者 (人間) の遊技特性をモデル化し, パチンコモデルと組み合わせれば, より現実にそくしたパチンコのシミュレーションを行うことができ, 大当りの波が遊技にどのような影響を与えるか調べることができる. 現在, これらモデルの詳細化を進めている.

一般に, パチンコの設計や検定には, 大当り回数確率分布や大当りの波が考慮されていない. 適切な大当り回数確率分布や波に従うパチンコを合理的に設計し, それを統計的に検定することが求められている. 本稿の結果はその足がかりとなる. 現在, 確率分布や波を考慮した, パチンコの設計法・検定法の構築について研究を進めている.

参考文献

[1] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: 確率ゲームモデルの期待値解析, 情報処理学会第 66 回全国大会講演論文集, Vol.1, pp.263-264(2004).

[2] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: パチンコの大当たり回数の期待値解析, ゲーム学会合同研究会研究報告 Vol.2, No.2, pp.25-28(2004).

[3] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: パチンコのモデル化手法, 大当り回数確率分布の漸化式表現, および大当りの波の定式化について, ゲーム学会第 3 回全国大会講演論文集, pp.37-38(2004).

[4] 水野隆文, 加藤昇平, 伊藤英則: パチンコの数理モデル化について, 情報処理学会研究報告数理モデル化と問題解決, No.52, pp.25-28(2004).

[5] W. フェラー : 確率論とその応用 I 上, 紀伊國屋書店 (1980).

[6] 小谷眞一: 測度と確率 2, 岩波書店 (1997).