

エントロピー時系列による音楽の解析と その変曲・作曲への応用

井上政義、入料孝一

鹿児島大学理学部物理学科

音楽では、1つの音はそれ以前の音および次の音との関係で意味をもつ。そこで、ある時間間隔（数個の音符）におけるエントロピーを導入し、このエントロピーの時間変化から音楽を解析する。現に聞いている音（音符）を基準とし、この音との協和性で音にランクをつける。ランクは、同一音のランクを零とし、漸次その協和性の減少にともないランクの数を増大させる。音を解釈しているときに参考にされていると思われるそれ以前の数個の音符の平均ランク数よりこの時点でのエントロピーが求まる。音楽が進行するにつれ、エントロピーが変化していく。同一のエントロピー時系列をもつ異なる音楽から変奏曲が得られ、エントロピーの作図から作曲ができる。我々の解析から音楽の秘密は「カオスの縁のまわりの $1/f$ ゆらぎ」と思われる。

Analysis of music by a time series of entropy and application to variations and composition

Masayoshi Inoue and Koichi Nyuryo

Department of Physics, Faculty of Science, Kagoshima University

A time series of entropy of music is introduced, and music is analyzed with the series. The entropy is calculated by an average rank number of several notes whose positions are located just before the present note. The rank number is defined by the degree of consonance between the present note and the considered note. Variations can be obtained with the use of the entropy series of the original music. We obtain the conjecture that the heart of music is thought to be $1/f$ fluctuation around the edge of chaos.

§1. 複雑系科学による音楽の解析

音楽は文化を構成する主要な芸術として多様な側面をもっている。ここでは、音楽の本質論を複雑系科学の観点から解析する一つの試みについて報告する。複雑系科学は、多くのエレメントからなる系を取扱い、エレメントそれ自体の性質に直ちには還元できない系全体に関わる性質の発現（創発）を問題にする。音楽では単一の音（還元された要素）それ自体に意味があるのではなく、他の音との関係性に意味があるので、音楽は複雑系の典型例の1つとみなせる。

ところで、気体の研究をするとき、最も単純な気体である理想気体の性質を調べることからはじめるように、ここでは装飾が施されていない音楽（原形）を考察する。また、とりあえず音強や音色および、和声文章のセンテンス以上の高次な意味などは取り扱わない。

音楽は時間の芸術であるから、まず時間について考察する。音の物理的な過程の時間は実数で表すことのできる連続時間である。そこでは、現在は時間軸の1点で表され、その点より前が過去であり後ろが未来である。これにたいして、音にかかわる生理的過程と音を音楽として解釈している心理的過程では現在は1点ではなくある時間間隔をもつと考えた方がよい。心理現象では物理的な一瞬には意味がなく、ある解釈がなされる時間間隔が時間の最小間隔となる。ある音もそれ以前の音との関係性で意味をもち、また期待感から未来の音との関係も問題になる。1つの音それ自体にしても、その音の高さ（振動数）を認識するには一瞬では不可能であり、ある時間間隔が必要になる。物理的な時間と音楽の時間は図1のように表せるだろう。

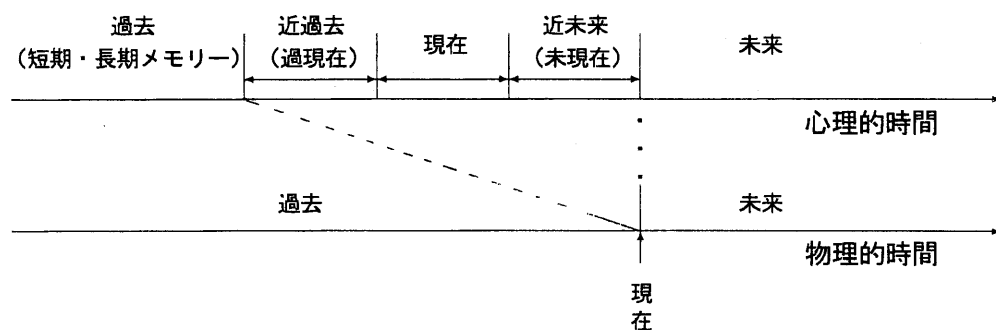


図1

脳の内部では、意識部に於いて現に聞いている音を近過去（過現代）と参照しまた近未来（未現代）と比較して解釈していると思われる。もっと高次な解釈では過去（短期・長期）の記憶もある役割をはたしているだろう。このように、一人の人間にとっても時間は単一ではなく、複合的な時間が脳に共存していると考えたほうがよいと思われる。

§2. バッハのプレリュード1番の埋め込み次元とアトラクター

音楽は音の時系列としてみたばあい、雑音でもなければ単なる周期的な音でもない。そ

ここで、音楽に内包されている複雑さの度合いと規則性を解析するために、音楽を音符の時系列とし、この時系列の埋め込み次元とアトラクターを調べてみる。このような解析では、実数値をもつ変数の無限に長い時系列が本当は必要である。ここでは、この必要性を充たしていないので、ここでの次元やアトラクターは1つのめやすである。

ここで、時系列として用いた楽譜はバッハの平均率クラヴィアのプレリュード1番である。この楽譜の高音部の音符を半音階を最小単位にして、音高に応じて0（最低音）から1（最高音）までの数に変換した。このとき休止符のところは低音部を代用した。この結果は図2に示しているように、次元は約 $D = 3.9$ となった、この値はたしかに人が発生する乱数やコンピュータによる疑似乱数 ($D \approx 6 \sim 7$) (埋め込み次元は10) より小さい。また、乱数と異なり、同じ「音の連なり」がいくつか繰り返されることがありこの現象が左図の左の部分の直線部分として現れている。d次元の埋め込みの直線部はd個の音の連なりが同一である数に対応している。

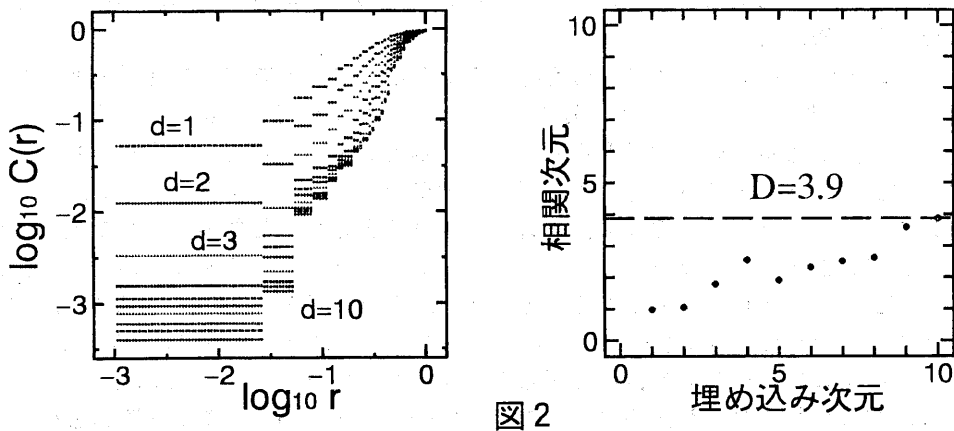


図2

この音楽の埋め込み次元の方法で作った点の集合（アトラクター）を図3に示した。この図のように、音符の連なり（時系列）が幾何学的な物体（アトラクター）に変換される。これから、音楽を幾何学的な構造物として研究する方法の道が開かれる。人が音楽を聞くときに今聞いている1つの音を聞くのではなくそれを過去の音と比較しながら聞いている。このことから、埋め込み次元の方法はたんなる解析方法ではなく、人の情報処理と関係している可能性がある。図2 - 3は音楽の指紋と考えられる。

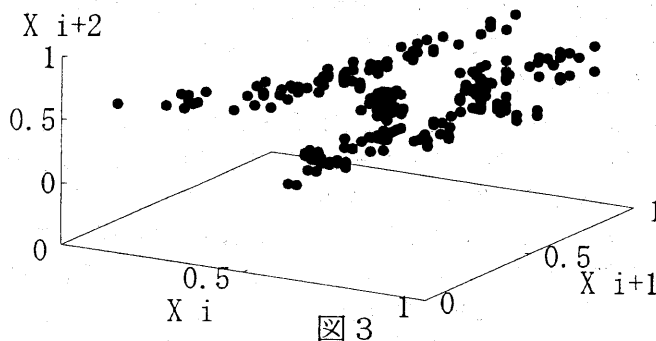


図3

§3. 音楽のエントロピー時系列と音楽の力学

—— カオスの縁の周りの $1/f$ ゆらぎ ——

音楽が音楽らしさを表している旋律的和音をエントロピー時系列 $S(n, m) = \log[W(n, m)]$ を用いて解析する。ここで、 n は最初から n 番目の音符の位置を示し、また $m (= 1 \sim 7)$ はその音符から何番目の音符までさかのぼるかを表すパラメータである。 $W(n, m)$ は m 個の平均ランク数に自分自身 (n 番目) の種類をあらわす 1 を加えたものである。ランクは n 番目の音符を基準にして、それとどの程度協和的になっているかの序数で決める。すなわち、 $[W(n, m) - 1]$ は m 個の音符のなかにある、基音 (n 番目の音) と異なる音符の平均有効数 (1 音符あたり) である。基音と不協和の度合いが大きいほど、有効数は大きくなる。ランクの決め方には種々の方法がありうる。人の感覚に合う方法がよいが、今回は以下のようにして決めた。

まず、基準の音符と同じ高さの音の音符のランクは 0 で次の協和的な音 (1 オクターブ上・下) のランクは 1 とする。一般の音のランクは、音の振動数の比に対応するファレイ級数のランクから決める。簡単な分数ほどファレイ級数の木のなかでランクが小さい。ファレイのランク 1 から 5 までは、そのまま音のランクとし、ファレイのランク 6, 7, 8 は音のランク 6 とし、ファレイの 9 以上は音のランク 7 とした。ちなみに、力学系で振動数ロッキングが起きるとき、ランクの小さいロッキングほど「悪魔の階段」のステップが長い。また過去にさかのぼるほどこのランクの値は減衰するものと考えられるがここでは、簡単のためにこの減衰は考えない。このようにして、 m 個のランクの和を求めこれを m で割る、これに基準の音符のそれ自体の種類 1 を加えた和が $W(n, m)$ である。

例えば、同じ音が連なる音楽のエントロピーは一定値零であり、また不協和音が多い音楽は高いエントロピー値をとる。バッハのプレリュード 1 番について、 $m = 4$ としたのきのエントロピー時系列を図 4 に示す。この図のように小節ごとに変化のパターンが異なっている。これと同じ時系列をあたえる原曲と異なる曲をこの時系列をもとにしていくつも作ることができる (変曲)。このとき、時間を逆にして求めたエントロピー (この m は小さい) (期待感) とつなぐとより自然な音楽が得られる。変曲の度合いは m の大きさに加減ができ、 m を大きくすると原曲に近くなる。

変曲では既製の音楽のエントロピー時系列を借用した。これを作図すると、これと次に紹介する音高ガイドラインから作曲ができる。一般の作曲は高度な問題であるから、最も簡単な作曲を考えてみる。この作曲とは定エントロピー ($S(n, m) = \text{const}$)、定音高ガイドラインによる作曲である。

この作曲では、まず $S(n, m)$ の値 S_0 と定音高を決める、この 2 つがこの系のコントロール・パラメータである。初期条件の決め方は以下のようにする。最初の基音は定音高に選び、曲の最初から m 個までの音符の列が与えるエントロピーの値が S_0 になる列が可能な初期条件となる。ただし、初期条件の音は全て、定音高を中心として 1 オクターブ以内に限った。この初期条件の種類はエントロピーおよび m が増大するにつれ莫大な数になる。

コントロール・パラメータと初期条件が与えられると、作曲は決定論的に行われる。題意より $(m+1)$ 番目の音符の音高は定音高である、次の音符 ($(m+2)$ 番目) の音高はその

音高を基音としたときにエントロピー $S(m+2, m)$ が S_0 になるものの中からガイドライン（定音高）に1番近いものを選ぶ。また1番近いものが2つ（上と下）あるときは下の方を取ることにした。以下同様にして次々と音符の列が得られる。

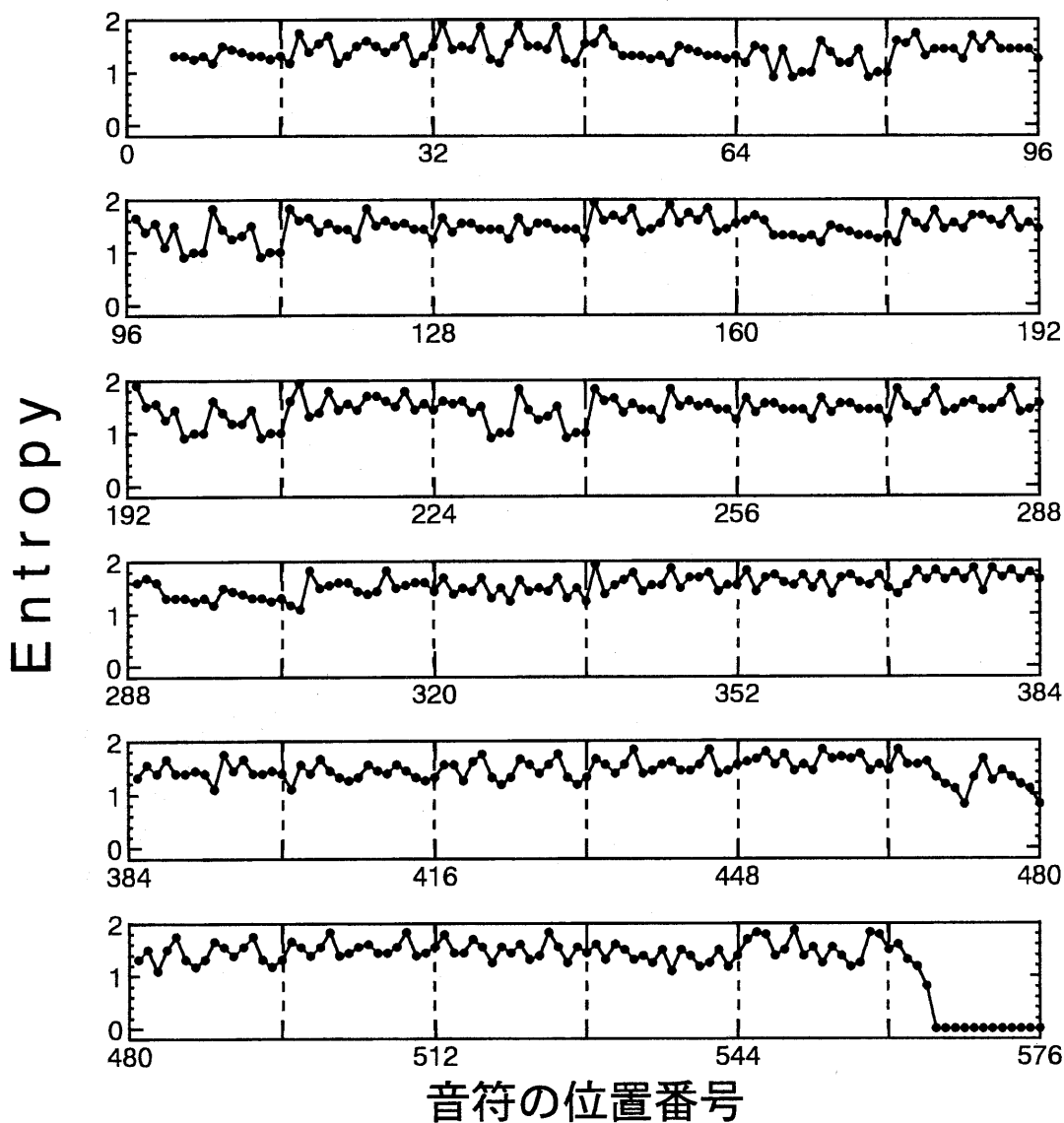


図 4

ところで、この系は音符の列（音楽）を生み出す記号力学系であるとみなせる。この系はエントロピーが一定であっても、いろいろな種類の音符の列を生み出す。そのなかに

は、途中で停止するもの、1周期、2周期、3周期、4周期、5周期、...、長周期になるものなどさまざまである。ところで、エントロピーが大きくなると列も多様になるがあまりエントロピーが大きすぎると逆に多様性が減じる。また m についても同様な現象がみられる。複雑性 (complexity) (多様性) として、生みだされる周期の種類の数をとることにする。あるエントロピー値のとき、どれだけの種類が得られるかそれぞれの $m (= 1 \sim 5)$ の場合の数の総計を求めた。縦軸に複雑性の度合いを表すこの種類の総計をとり、横軸にエントロピーの値 S_0 をとると図5が得られる。この図のピークのあたりは広い意味での「カオスの縁」に対応していると解釈できる。

驚くべきことに、バッハのプレリュード1番のエントロピー (図4) の平均値と図5のピークの位置がほぼ等しい。またバッハのエントロピー (図4) のパワースペクトルは図6 (点は5個の計算値の平均) に示すようにほぼ $1/f$ である。つまり、音楽の秘密は「カオスの縁の周りの $1/f$ ゆらぎ」であることを示唆している。カオスの縁あたりが一番情報生成能力が高いといわれている。作曲家はこのあたりを無意識に利用していると思われる。なお、図6の高調波のピークはカデンツのひとゆれを表しているのかも知れない。

ところで、従来の複雑系科学においては、「カオスの縁 (edge of chaos)」や「自己組織的臨界状態 (self-organized criticality)」が「 $1/f$ ゆらぎ」を生み出すと解釈されている。ところが、音楽の場合は、ルール (コントロール・パラメータ) を固定してさえカオスの縁を生み出す系において、さらにルール自身を $1/f$ で揺らしていることになっている。このことは音楽がいかに複雑でありうるかを示している。

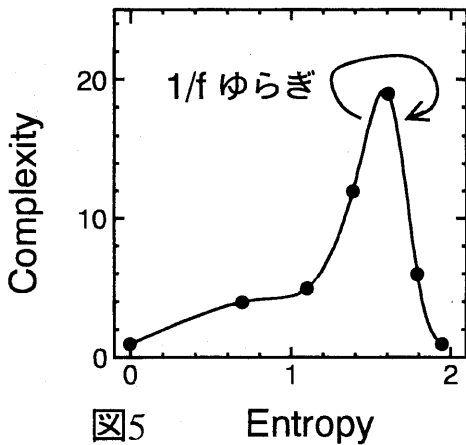


図5

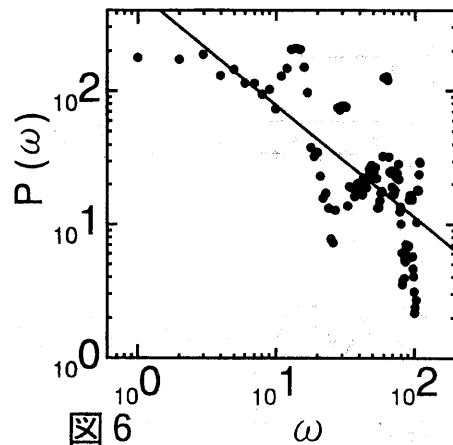


図6

参考論文

1. M.Inoue and M.Kashima, *Prog. Theor. Phys.* 92, 927 (1994). (短時間平均エントロピー)
2. C.G.Langton, *Physica D* 42, 12 (1990). (カオスの縁)
3. P.Bak, C.Tang and K.Weisenfeld, *Phys. Rev.*, A38, 364 (1988). (自己組織的臨界状態)