

ヘブライ語の Nebel^{たてごと}(堅琴) を語源に持つナブラ ∇ について

藤野 清次¹

概要: ベクトル解析において、記号 ∇ は Hamilton の演算子またはナブラと呼ばれ、スカラー場とベクトル場を対応づけるベクトル微分演算子である、ことはよく知られている。しかし、一体何故ナブラと呼ばれるのか十分わかっていないように思われる。そこで、本研究では、ナブラの語源に遡りその後の歴史を辿りながら、記号 ∇ とその呼び名ナブラが徐々に定着した経緯について述べる。

On Nabla ∇ originated from Nebel (=Harp) in Hebrew

Seiji FUJINO

Abstract: As you know well, the symbol ∇ is called the Hamiltonian operator or “nabla” in the vector analysis. The symbol ∇ is significant differential operator which relates the scalar field to the vector field. In general, however, the etymological root of “nabla” is not known sufficiently. Therefore we make clear the etymology of symbol ∇ used for the gradient, and trace the history of the symbol from the viewpoint of linguistics.

1 はじめに

一般に、スカラー場 $u(x, y, z)$ に対して、その偏微分係数 $(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z})$ を成分とするベクトル場を u の勾配と呼び、 $\text{grad } u$ で表す。

$$\text{grad } u = \frac{\partial u}{\partial x} \mathbf{i}_1 + \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{i}_2 + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{i}_3. \quad (1.1)$$

スカラー場 u にベクトル場

$$\nabla u = \mathbf{i}_1 \frac{\partial u}{\partial x} + \mathbf{i}_2 \frac{\partial u}{\partial y} + \mathbf{i}_3 \frac{\partial u}{\partial z} \quad (1.2)$$

を対応づける次のベクトル微分演算子

$$\nabla = \mathbf{i}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{i}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{i}_3 \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.3)$$

を導入する。このとき、(1.1) 式は $\text{grad } u = \nabla u$ と表せる [15]。この演算子は Hamilton の演算子またはナブラと呼ばれる。このナブラ記号の起源は、以下のように三つに分類することができる。

- ギリシャ(フェニキア²)語起源説 (例えば、文献 [15] [18] [39])

1. 文献 [15], p.110 より引用。

「ナブラ ($v\alpha\beta\lambda\alpha$) は”フェニキアの堅琴”を指すギリシャ語で、記号 ∇ の形がそれに似ているためにこのような呼び名が使われているという。」

¹ 九州大学 情報基盤センター (Computing and Communications Center, Kyushu University)

² ギリシャ文字は、ギリシャ人がフェニキア人から前9世紀頃その文字を借用したのが始まり。フェニキア (Phoenicia) とは地中海東岸の一地方に対する古代名。フェニキアという名前は、“紫色”語を意味するギリシャ語 (Phoinies) に由来。

2. 文献 [18], p.12 より引用.

「記号 ∇ の形から, " 堅琴" のギリシャ名をとって, こうよばれる。」

● アッシリア³ 起源説 (例えば, 文献 [13] [23] [41])

1. 文献 [23], p.10 より引用.

「 ∇ はナブラ (nabla) と呼ばれる演算の記号である. Nabla はアッシリアの琴のことで, ∇ がその形に似ているところから名付けられたものである。」

2. 文献 [41], p.112 より引用.

「この演算子 ∇ は, ナブラ演算子と呼ばれる. … (中略) … なお, ナブラ (nabla) は古代アッシリアのたて琴に由来するという。」

● ヘブライ起源説 (例えば, 文献 [1] [22] [26] [32])

1. 文献 [1], p.70 より引用.

「nabla. これはヘブライの堅琴の名である. ∇ を delta(Δ) を略して del, またはそれを逆にして atled と読むことがある. 」

2. 文献 (邦訳)[22], p.190 より引用.

「最も重要なものは, ハミルトンが ∇ で表し, この記号が古代ヘブライの弦楽器に似ているところから, 「ナブラ」と名付けられた演算子: 」

3. 文献 [26], p.44 より引用.

「ナブラはこの形をしたヘブライの弦楽器に因んでつけられた名前である. ∇ をまたアトレッド (atled, デルタの逆読み) あるいはハミルトンの演算子ともいう。」

4. 文献 [32], p.55 より引用.

「 ∇f はナブラ f と読む. ナブラは堅琴に似た ∇ の形のヘブライの楽器の名前。」

2 Hamilton 卿による記号 ∇ の初出

Oxford 大辞典 [34] によると, ナブラ ∇ を最初に導入したのは W. Hamilton 卿 (1805-1865) であるとされる. 1846 年 7 月 20 日に開催された王立アイルランド・アカデミーの会議で Hamilton 卿がその記号を初めて使用した. その講演集は 1847 年に出版された. ただし, そのときのナブラ記号は \triangleleft のように 90 度横に回転していた. 以下の文章は文献 [34](Vol.10, p.186) からの引用である.

³ アッシリア: メソポタミアの北部からおこり, 古代オリエント最初の世界帝国を築きあげたセム人系国家. 前 2000 年頃から前 609 年まで存在した. 前 722 年には北イスラエル王国を滅ぼした.

“nabla (næbl) [Greek: νάβλα] The operator was introduced by Sir William Hamilton, who represented it by the symbol \triangleleft .

1846 *Proc. R. Irish Acad. III*, p.291,

The following ... general characteristic of operation, $i\frac{d}{dx} + j\frac{d}{dy} + k\frac{d}{dz} = \triangleleft$, in which x, y and z are ordinary rectangular coordinate, while i, j, k are his [Hamilton's] great importance in many researches.

1847 *Phil. Mag. XXXI*, p.291,

In the paper designed for Southampton ... the characteristic was written ∇ ; but this more common sign has been so often used with other meanings, that it seems desirable to abstain from appropriating it to the new signification here proposed.

1853 *Lectures on Quaternions vii.*[11] p.610,

Introducing, for defined by the formular $\triangleleft = \dots$ ”

また、F. Cajori (1859-1930) の文献 [4] (Vol.2, P.135) によると、記号 ∇ の呼び名には ナブラの他にも、Del や Atled (Delta の逆読み) のような呼び名もあることがわかる。

“The Hamiltonian operator. The symbol ∇ , which is also called a “del,” “nabla,” or “atled” (delta spelled backwards), was introduced by William Rowan Hamilton (1805-1865) in 1853 in *Lectures on Quaternions*.”

また、Hamilton 卿の死後 1899 年に出版された文献 [12] (Vol.1, p.548) には以下の記述が見られる。これから二つの記号 \triangleleft と記号 ∇ との関係がわかる。

“More recently \triangleleft has been printed ∇ , and in accordance with the notation for partial differentiation used in the “Elements” $\nabla = iD_x + jD_y + kD_z$.”

以上のことから、記号 ∇ は Hamilton 卿による発案であったこと、そして、ギリシャ語の $\nu\alpha\beta\lambda\alpha$ が元になっていることなどがわかった。さらに、前述の Oxford 大辞典 [34] (Vol.10, p.273) には、Nabla に非常に関連する用語: Nebel に関する以下の記述がある。

“Nebel (ni:bl) [Hebrew: *Nebel* or *Nēbel*]

A Hebrew instrument of music, usually supposed to have been a kind of harp.

1753 *Chambers Cycl. Supp.*, *Nebel*, in the Jewish antiquities, a kind of musical instrument.”

以上の事実から、記号 ∇ に対する Nabla は、ギリシャ語の $\nu\alpha\beta\lambda\alpha$ がそのまま音訳されて生まれた言葉で、その源はヘブライ語の堅琴を意味する Nebel である、と結論付けられる。

3 記号 ∇ に対する呼び名について

3.1 Knott の著書の紹介

ここでは、記号 ∇ に対する呼び名の出処について探してみよう。有力な情報は、Cargill Knott の 1911 年の著書 “Life and Scientific Work of Peter Guthrie Tait” [5] [21] から得られる [16] [20] [40]。以下それを紹介しよう。その “The Operator NABLA” という章 (p.143) によると、提案者は神学者の Robertson Smith であったことがわかる。R. Smith は P.G. Tait 教授の研究助手を一時期勤めたことがある。

“From the resemblance of this inverted delta to an Assyrian harp Robertson Smith suggested the name Nabla. The name was used in playful intercourse between Tait and Clerk Maxwell, who in a letter of uncertain date ... ”

そして、エディンバラ大学でクラスメートだった Peter Tait (1831-1901) と Clerk Maxwell (1831-1879) の間で交わされた手紙が以下のように残っている。その中で記号 ∇ の呼び名に関する話題に触れられている。

In a letter from Maxwell to Tait on Nov. 7, 1870, Maxwell wrote,
“Dear Tait

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}.$$

What do you call this? Atled?

I want to get a name or names for the result of it ... ”

このように、1870年11月7日付けの Maxwell から Tait への手紙の中で、Maxwell は、「 ∇ を君は何と呼んでいるの？ アトゥレッドでも呼んでいるのかい？」と尋ねている。このような冗談も混じえながら、 ∇ に対する呼び名についてこの後続いて手紙の後半で率直な意見を披露している。また、Maxwell は、大学の同級生の一人で神学者かつオリエント文明にも精通していた William Robertson Smith (1846-1894) にもこの件で相談した。そのため、Smith は言語学の立場からそれについて考察し、自分の考えを Maxwell に手紙で伝えた。そこで、一週間 (1870年11月14日付け) 後に Maxwell が Tait に書いた手紙では、Smith の手紙の内容を以下のように紹介している。Smith も Maxwell と同様にユーモアを解する人だったようだ。ギリシア神話に出てくる、竜を退治しテーベ (Thebes) を創建したフェニキアの王子カドモス (Cadmus) を話に登場させた上、ヘブライ語で堅琴を意味する **נבל** をナブラと初めて関係づけた。

“I return you Smith’s letter. If Cadmus had required to use ∇ and had consulted the Phoenician Professors about a name for it, there can be no question that Nabla would have been chosen on the **נבל** principle. ”

そして、1871年1月23日付けの Maxwell から Tait に宛てた手紙は、次のように「まだ、あのナブラで音を奏でているのかい？」というジョークで始まった。冒頭の T' とは Tait の愛称である [36]。

In a letter from Maxwell to Tait on Jan. 23, 1871, Maxwell began with,
“D' T'
Still harping on that Nabla ? ”

さらに、1871年 Edinburgh で開催された British Association の総会に出席したとき、Maxwell は Tait に捧げる叙情詩 (Ode) を紙に鉛筆で書き残している。この詩は雑誌: *Nature* (Vol.IV, p.261) にも後日掲載された。“ナブラに関する最高の音楽家”とはもちろん親友 Tait のことを指す。この会議には、会議全体の議長を務めた Tait の他に Maxwell や Smith も参加していた。

“To the Chief Musician upon Nabla
A Tyndallic Ode
Tune — The Brook.”

そして、鉛筆で走り書きされた題目の上には、Smithによるヘブライ語訳が手書きで加えられている。KnottはT.M. Lindsay談として次の話を紹介している。“reed”とは、吹奏楽器の口びるを当てる部分の“リード(舌)”にSmithのユーモアを掛けたLindsayのジョークのようである。

“T.M. Lindsay tells me that Robertson Smith was continually in the company of Tait and Maxwell during the Meeting of the British Association, that ∇ was the source of many jokes, and that there is little doubt the Hebrew inscription is from the “reed” of Robertson Smith.”

MaxwellからTaitに宛てた最後の手紙を紹介する。これはMaxwellが亡くなる2ヶ月程前(1879.8.28付け)に出されたものである。Nabladistという新語が出てきた。最後の署名: $\frac{dp}{dt}$. も彼らしい。

“Peruse his last epistle and see whether he could be transformed from a blower of his own trumpet into a Nabladist. I have been so seedy that I could not read anything however profound without going to sleep over it. $\frac{dp}{dt}$.”

3.2 呼び名に関する他の話題

Maxwellの1873年の著書[27](Vol.2, p.258)に記号 ∇ に関する記述が見られるが、単にオペレータ ∇ とだけ記しており、ナブラとは呼んでいない。

“where ∇ is the operator

$$i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z},$$

and V indicates that the vector part of the result of this operation is to be taken.”

一方、 ∇ に対する別の呼び名にdelがある。Oxford大辞典[34]によると、delの初出はE.B. Wilsonの1901年の著書[42]とされる。

“del: 1901 Wilson, *Vector Analysis* iii, p.138.

$i_1 \frac{\partial}{\partial x} + i_2 \frac{\partial}{\partial y} + i_3 \frac{\partial}{\partial z}$. This symbolic operator ∇ was introduced by W.R. Hamilton and is now in universal employment. There seems, however, to be no universally recognized name for it, although owing to the frequent occurrence of the symbol some name is a practical necessity. It has been found by experience that the monosyllable **del** is so short and easy to pronounce ...”

また、Wilsonの同書(p.138の脚注)には以下のような記述が見られる[6]。すなわち、Föpplが著書[8]で言っているように、演算子 ∇ と単に言及するだけで特別の呼び名を付ける必要がない、とする意見もある。しかし、書くときはそれでよいが、講義のときなど人に話すときにはやはり呼び名が必要だ、と記している。

“Föppl in his *Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität* avoids any special designation and refers to the symbol as “die Operation ∇ .” How this is to be read is not divulged. Indeed, for printing no particular name is necessary, but for lecturing and purpose of instruction something is required - ...”

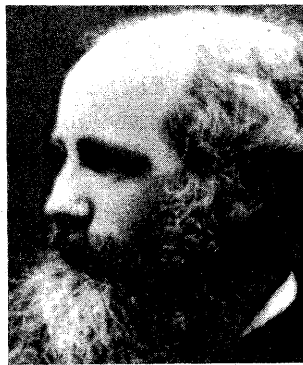
この節で登場した人物を簡単にまとめておく。

- Cargill Gilston **Knott** (1856.6.30 Edinburgh - 1922.10.26 Edinburgh) [7] [17] [30] [33] [38]
英国の物理学者。エディンバラ大学卒業。1883年明治政府に招聘されて来日。東京帝国大学理学部で物理学の教授となる。1891年帰国。在職中、当時学生だった長岡半太郎らを指揮して、日本全国各地磁気測量を成し遂げた。帰国後はエディンバラ大学で応用数学の教授。
- William Rowan **Hamilton** 卿 (1805.8.4 Dublin - 1865.9.2 Dublin)[40]
アイルランドの数学者。四元数の発見と研究、行列論の研究など多くの業績で知られる。
- Thomas Martin **Lindsay** (1843.10.18 Lesmahagow - 1914.12.6 Glasgow) [24]
歴史家。“Encyclopaedia Britannica”の編集にも大きな貢献した。
- James Clerk **Maxwell** (1831.6.13 Edinburgh - 1879.11.5 Cambridge) [3]
スコットランドの物理学者、数学者で天文学者。電磁気学、分子物理、光学、力学などの分野で多くの業績を残した。彼の名が付けられた Maxwell の方程式は電磁気学の分野で特に重要である。
- William Robertson **Smith** (1846.11.8 Aberdeenshire - 1894.3.31 Cambridge) [2] [14] [19] [35]
スコットランドの自由教会派の神学者。オリエント文化にも造詣が深かった。1870年 Aberdeen の自由教会大学のヘブライ語と旧約聖書の教義を教える教授となる。その後エディンバラ大学とドイツの2つの大学で教授を務めた。1881年代表的な著書である”Old Testament in the Jewish Church”を著した。1887年には“Encyclopaedia Britannica”の主幹編集者となった。
- Peter Guthrie **Tait** (1831.4.28 Midlothian - 1901.7.4 Edinburgh) [25]
スコットランドの数学者、物理学者。エディンバラ大学の自然哲学の教授。熱力学、摩擦理論、流体力学などの研究で知られる。Lord Kelvin 卿 [10] [37] [36] との1867年の著作が有名。ゴルフボールの弾道やスピンについて理論的な解析を初めてしたことでも知られる。

図1に W.R. Smith[28] [29] [14] と J.C. Maxwell そして P.G. Tait の3人の写真 [21] を示す。



図1: W.R. Smith



J.C. Maxwell



P.G. Tait

4 おわりに

ベクトル解析で現れる「勾配」を意味するナブラ記号 ∇ の語源は、ヘブライ語で堅琴を意味する Nebel である。そして、その後 Nebel から派生したギリシャ(フェニキア)語の $\nu\acute{\alpha}\beta\lambda\alpha$ がそのまま音訳されて Nabla (ナブラ) になった。すなわち、Hamilton 卿によって造り出された記号 ∇ は、C. Maxwell と W.R. Smith との手紙の中で、その形が堅琴に似ていたため、ヘブライ語と旧約聖書に詳しい Smith により Nabla と命名された。その後 Maxwell は友人 P. Tait に宛てた手紙や叙情詩の中で Nabla を何度も使用した。これらがきっかけになって、記号 ∇ に対してナブラという呼び名が一般的になった。

参考文献

- [1] 安達忠次, ベクトル解析, 培風館, 1961.
- [2] J.S. Black, G. Chrystal, The life of William Robertson Smith (1846-1894), Adams and Charles Black, 1907.
- [3] L. Campbell, W. Garnet, The life of James C. Maxwell, Johnson Reprint Corp., 1969.
- [4] F. Cajori, A History of Mathematical Notations. Vol.2, p.135, Lasalle, Illinois: The Open Court Publishing Co., 1928-1929.
- [5] Cornell University Library Math. Book Collection: <http://library5.library.cornell.edu/math.html>
- [6] M.J. Crowe, A History of Vector Analysis, University of Notre Dame Press, 1967. Republished by Dover, p.138, 1985.
- [7] 大日本文明協会編, 明治文化発祥記念誌, pp.64-65, 1925.
- [8] A. Föppl, Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität, 7 Aufl., Tuebner, 1923. (邦訳) 宮本茂業, 理論電磁気学 第1編 ヲエクトル解析論, コロナ社, 1930.
- [9] 藤岡由夫監修, 板倉聖宣, 木村東作, 八木江里, 長岡半太郎伝, 朝日新聞社, 1973.
- [10] A. Gray, Lord Kelvin: An Account of his Scientific Life and Work, Chelsea Pub. Co., 1973.
- [11] W.R. Hamilton, Lectures on Quaternions, Hodges & Smith, p.610, 1853.
- [12] W.R. Hamilton, Elements of Quaternions, Longmans, Green, and Co., Vol.1, p.548, 1899 & Vol.2, pp.433-456, 1901.
- [13] O. Heaviside, Electromagnetic Theory, 1893. (再版) Chelsea Pub. Co., Vol.1-3, 1971.
- [14] W. Johnstone, William Robertson Smith: Essays in Reassessment, Sheffield Academic Press, 1995. (これは 1994 年 4 月に Aberdeen 大学で開催された "William Robertson Smith Congress" で発表された講演 (34 件収録) を集めた会議録である.)
- [15] 伊理正夫, 韓太舜, ベクトル解析, 教育出版, 1977.
- [16] <http://members.aol.com/jeff570/mathword.html> (数学で使われる用語の語源について詳しい.)
- [17] 科学史技術史事典, 弘文堂, p.797, 1994.
- [18] 神部勉, 一理工学者が書いた数学の本- 偏微分方程式, 講談社, 1993.
- [19] M.M. Kbe, R. Goring, Chambers Biographical Dictionary, Chambers, p.1365, 1990.
- [20] P. Kelland, P.G. Tait, ed. by C.G. Knott, Introduction to Quaternions, Macmillan, 1904.
- [21] C.G. Knott, Life and Scientific Work of Peter Guthrie Tait, Cambridge University Press, pp.143-145, pp.171-175, 1911.
- [22] F. Klein, Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahnndert I, Springer, 1926. (邦訳) 足立恒雄, 浪川幸彦監訳, クライン:19 世紀の数学, 共立出版, 1995.

- [23] 小平吉男, 物理数学 第2巻, 現代工学社, 1974.
- [24] T.M. Lindsay, W.R. Smith, On Democritus and Lucretius, A Question of Priority in the Kinetical Theory of Matter, B. A. Reports, Trans. of the Sections, p.30, 1871.
- [25] A. Macfarlane, Peter Guthrie Tait, The Physical Review, Vol.1, pp.51-64, 1893.
- [26] 増田真郎, ベクトル解析, サイエンス社, 1975.
- [27] J.C. Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, Unabridged 3rd. ed. Vol.1-2, Clarendon Press, Oxford, 1998.
- [28] J. Morrison, William Robertson Smith and the Academy of Old Deer,[14], pp.50-59, 1995.
- [29] The Deeside Field, Aberdeen Publication, Vol.6, pp.35-36, 1933.
- [30] 中村清二, 田中館愛橘先生, 中央公論社, pp.65-78, 1944.
- [31] 西野友年, ゼロから学ぶベクトル解析, 講談社, 2002.
- [32] 丹羽敏雄, ベクトル解析 -場の量の解析-, 朝倉書店, 1989.
- [33] 大高利夫 発行, 来日西洋人名事典 増補改訂, 日外アソシエーツ編集部, 紀伊国屋書店, pp.285-286, 1995.
- [34] The Oxford English Dictionary (2nd ed.), J.A. Simpson and E.S.C. Weiner, Clarendon Press, 1989.
- [35] L. Smith, The Dictionary of National Biography, pp.568-570, 1982.
- [36] C. Smith, Energy and Empire, Cambridge University Press, 1989.
- [37] S.P. Thompson, The life of Lord Kelvin, 2nd. ed., Chelsea Pub. Co., 1976. (originally published in 1910 under title: The Life of William Thomson, Baron Kelvin of Largs)
- [38] 東京帝国大学, 東京帝国大学五十年史 上冊, pp.1361-1364, 1933.
- [39] 都筑卓司, なっとくする 物理数学, 講談社, 1995.
- [40] <http://turnbull.dcs.st-and.ac.uk/~history/index.html> (電子版の数学者辞典である。)
- [41] 和達三樹, 物理のための数学, 岩波書店, 1995.
- [42] E.B. Wilson, Vector Analysis - Founded upon the Lectures of J. Willard Gibbs -, Dover, 1960.

謝辞

本研究を遂行するに当たり, 国内では入手できなかった C.G. Knott の貴重な資料や情報を送っていただいた Prof. M. Benzi, Dr. J. Morrison に心より感謝の意を表します。