

オブジェクト指向環境における数式処理

--- 数式処理におけるヒューマンインターフェース ---

対馬勝英，加賀英徳，植野雅之  
( 大阪電気通信大学工学部 )

数式処理システムのヒューマンインターフェースを改善するために行ってきた一連の研究より生まれた数式処理システム ICAS, INTCAS システムを DMI ( Direct manipulation Interface ) の視点より分析した。数式処理のヒューマンインターフェースには記号法と操作環境の二面性があり、その両面にわたる改善が必要である。更に Derive, Mathematica を分析し統合的な数式処理システムを構築する我々の研究についても報告した。

Symbolic Manipulation on the Object Oriented Environment

----- Human Interface of Computer Algebra System -----

Tsuchima Katsuhide , Kaga Hidenori , Ueno Masayuki  
Osaka Electro-Communication University  
18-8 , Hatsuchō , Neyagawa , JAPAN

We have analysed about the human interface of computer algebra systems ICAS, INTCAS system which have developed by us from the DMI ( Direct Manipilation Interface ) standpoint. We have developed these system to give good human interface about symbolism and operation.

## 1. はじめに

数学教育のみならず広く教育全般に数式処理システムを用いる試みがなされてきたが、殆どの試みにおいて数式処理システムに関する深い洞察が欠如していたとおもわれる。

従来の数式処理システムは

- 1) 人が紙上で行うのと同じ記号法を用いにくく。
- 2) 人が紙上で行う同定、挿入、一覧等の操作が行えない。

の点で使いにくくヒューマンフレンドリとは言い難いものであった。

我々は1)を改善するためにICASと名付けた数式処理概念を提起しシステムとして実現した。<sup>1,2,3)</sup>次に2)を改善するためにINTCASと名付けた数式処理ワークステーションを開発した。<sup>4,5)</sup>このように我々の研究は数式処理の記号法に関するものと操作環境に関するものに大別できる。これを更に発展させるために数式処理の記号法、操作環境について「インターフェースの科学」の視点より、深い分析を行い、システムとして実現したい。

## 2. ヒューマンインターフェース

のモデル

インターフェースに関する一般的な考察<sup>6)</sup>は重要であるが、それは一般原理よりトップダウンにシステムの設計指針が獲られるといったものではない。現時点で最も進んだインターフェースに関するモデルはNormanによるDMI(Direct manipulation Interface)であろう。

これは1図に示したようにユーザの心理的世界と物理的な世界を区別してユーザの行動をモデル化したものである。

そこではユーザに適切なメンタル・モデルをあたえ得ることがよいインターフェースであるとの主張がなされている。

これに関してSchneidermanは

- 1) 関係のあるオブジェクトを恒に画面に表示する。
  - 2) 複雑なコマンドによるのではなく、オブジェクトに直接働きかける動作やメニューによる選択により入力する。
  - 3) 操作ははやすく、可逆的で、結果は直ちにオブジェクトの変化としてみることができる。
- を持つインターフェースがDMIであると云っている。

<sup>6)</sup> 従来のコマンドによるインターフェースはユーザとユーザの関心を持つ対象の間にシステムが恒に介在している。これは対話メタファーによるインターフェースであり、ユーザは間接的にしか対象を操作しないし、世界を間接的に眺めているという感覚をもつ。一方、DMIでは操作はモデル世界メタファーによっているのでユーザは対象に直接、働きかけ、かつ世界を直接眺めているという感覚を持つ。その際にモデル世界メタファーに必要な特性としてシステムからの出力の表現とユーザからの入力の表現が重なりあえることの重要性が強調されている。システムから出力されたものがユーザの入力として再利用できることの重要性である。

これらがDMIの基本であり、それがユーザにとつて心理的に快適なインターフェースを生む。MAC上のハイバーメディアはこれらのDMIの一つのモデルを与えていている。

$$g(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{d}{dx}(3x + \sin(x))$$
$$g(x,y) = 3 + \cos(x) + \text{Taylor}(\dots) = 1 + \dots$$
$$g(x,y) = 1 + \dots$$

1 図 ノートの一例

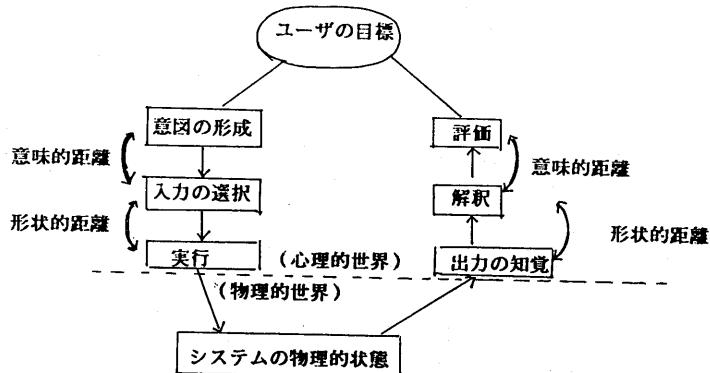
ノートの上では式の移動、式の命名、演算の手作業、記入の位置決め、全体の一望等が半ば無意識的に行われ、数式処理システムを利用する際にもこの事情はメンタルモデルの形成に影響を与えている。

## 3. 数式処理のDMIの二重性

代数、解析等で用いられる記号法は人が紙上で一連の数理的問題解決を行う際に用いるある種のDMIである。<sup>7)</sup> 2図にノートの一例を示したが紙の上では式の相互関連に関する操作は殆ど無意識に行われる。一方、数式処理システムを用いた問題解決においては操作を強く意識することを余儀なくされる。(3図)

このことは数式処理システムを用いる時に複数のメンタルモデルの使い分けを要求されることを意味する。数式処理システムのDMI化とはこの記号層と操作層におけるメンタルモデルの離を解消することにより実現される。

ICAS、INTCASにおいてはこの狙いが相当達成されているが詳細は参考文献によられたい。<sup>8,9)</sup>



2図 D M Iに関する図

人間とコンピュータの相互作用のモデルが示されているが、実行側と評価側での意味的距離と形状的距离を小さくすることと両側の相互参照がD M Iに欠かせない。(この図は参考文献1の引用である。)

#### 4 数式処理ワークステーションINTCAS<sup>4),5)</sup>

ICASは3で述べた数学的な記号法と数学的な実体に関するD M Iの実現であった。一方、2で述べた対話作業に関する改良もまたD M Iの実現に欠かせない。

我々は数学教育における利用をその主たる目的としてICAS機能の利用できる数式処理ワークステーション機能INTCASをnuMATHの上に構築した。4図にしめす標準画面上のメニューとマウスを用いて対話することで数式処理をおこなうが以下の特徴を持っている。

- 1) 全ての操作はマウスを用いて可能である。
- 2) 画面上に6箇のスタックを持ち、数式のこれらの中で移動、抜取り、追加がビジュアルにおこなえる。
- 3) 2)のスタック以外にディスク上に数式のためのバッファを持つ。
- 4) 長大な数式に関してはその為のウインドウを用いて対応する。
- 5) すべてのICAS機能が利用できる。
- 6) ユーザは固定された標準画面と対話することで作業が進行する。
- 7) 数式の移動、消去、抜取り等をマウスを用いて行える。

- 8) オペレタの移動、抜取りが可能で、かつ、その結果を任意のオペランドに作用させることができである。

INTCASのユーザの感想は

- 1) 小規模の利用に関しては非常に使いやすく、ICAS以上に全体的な問題解決の時間の短縮が可能である。
  - 2) ICASのプリティプリント機能と併用すると紙と鉛筆を用いずに数学がやれる。
  - 3) コマンドの教育をしなくとも数式処理機能が目に見える形で利用できるので、教育現場での数式処理利用の可能性が見えてきた。
  - 4) 恒に固定した画面と対話しながらマウスを用いて操作が進行するので変数管理、ヒストリーを意識した操作が不要になり直接、数学を意識させることができる。
  - 5) 「関数」アイコンを用いるとコマンドの入力が不要になり使いやすい。
- 等がある。後述するようにSMALLTALKの様な環境においては多くのスクリーンを開いて作業をすることが一般的であるが、INTCASは一枚の主画面との対話を想定して設計している。勿論、技術的には多くのスクリーンを開く方式をとることはそれほど難しいことではない。研究者のツールとしては多くのスクリーンを開く方が便利ではあるが4)にのべたような長所を保存しつつ拡張を試みる必要がある。特に、教育に

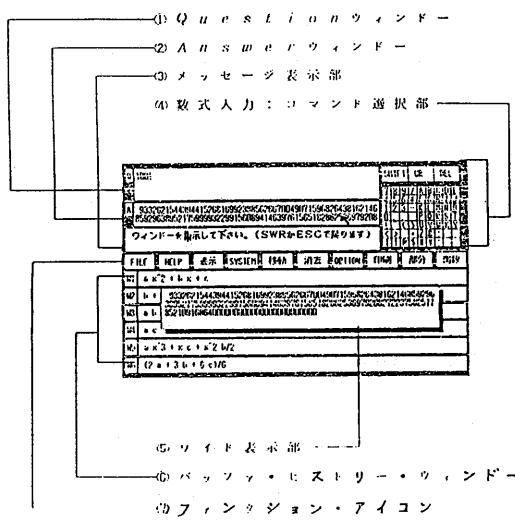


図 4 INTCAS の標準画面

ユーザはつねにこの画面上のアイコンとそのサブアイコンと対話する。

おいては無方針な機能のみの拡張は混乱をもたらす可能性もあり、実践による結論が必要である。

## 5 統合化数理環境

DMIに関して注目すべき数式処理システムとして Derive<sup>10</sup> が出現した。これは全ての操作をアイコン選択により行うことを基本としたインターフェースを採用している。

例えば

$X^3 + 2X$  を X で微分するには

Calculus

Differentiate

EXPRESSION

$X^3 + 2X$

VARIABLE

X

Simplify

とする。

これは操作をアイコンで選択し、次に被操作量を入力する方式である。左の文字はシステムの指示であり、右はユーザの入力である。

または

Author

$X^3 + 2X$

Differentiate

EXPRESSION #

C/R

VARIABLE

X

Simplify

としてもよい。

これはオペランドを先に選び、次にアイコンにより操作を選択する方式である。勿論、通常のシステムのように

Author

DIF ( $X^3+2*X$ , X)

Simplify

の入力も許されている。

操作のアイコン化の方式が成功するには操作に対応したアイコンの階層化が必要となるが、ある程度、それは成功している。

単なる操作として見るならば上述のDeriveのインターフェースはDMIとして望ましいといえる。しかし、数学的な記号法である

$$\frac{d}{dx}(x^3 + 2x)$$

とは異なっており、ここまで革新的を期待しないユーザーも多いだろう。教育等の特殊な用途においてはこのインクフェースは有効である。

ある整式を開発して、微分し、それを代数的に解くといった一連の操作を行う場合、DERIVEは快適である。画面上に被操作量が表示され、それに対する操作をアイコン選択するだけで一連の操作が進行していく。そのとき、ユーザは記号法を忘れて操作に対するメンタルイメージのみで作業を行っているのである。

機能	muMATH	ICAS	INTCAS	Derive	Mathematica
実体の評価 の抑止	X	O	O	X	(O)
オペレタ代数	X	O	O	X	(O)
マウス	X	X	O	X	O
マルチスク リーン	X	X	X	X	O
部分抜取り 移動、挿入	X	X	O	X	O
数学操作の メニュー化	X	X	X	O	X
画面	スクロール	スクロ ール	固定画面	固定画面	スクロール バーによる 全域参照

図 数式処理システムのインターフェースに関する特徴

本論文で論じたいいくつかの数式処理システムのインターフェースに関する特徴を示した。Xは不可能、Oは可能、(O)は等価的に可能であることを示す。

Deriveは二次元出力の形で見やすい形の対話結果を出力するので処理はメニュー、アイコンの選択で、結果は数学的な記号法に従ったものをという設計がなされている。この種のインターフェースの一般化は比較的容易であるが、記号法と操作の離をどのように評価するべきかの結論がまず必要である。

次に良好なインターフェースを持つMACの環境のもとのMathematica<sup>112</sup>を例にひき数式処理システムのインターフェースについて述べてみたい。

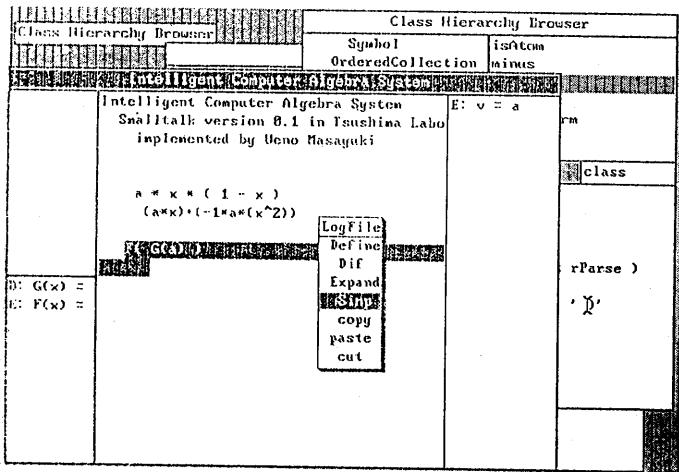
Mathematicaの一般的な特徴として

- 1) 高度の機能を持つ数式処理が行える
- 2) 数式処理と数値計算を連続して行うことができる。
- 3) 強力なグラフィック機能を持つ。
- 4) APL, LISP, PROLOGに似た対話型利用ができる。
- 5) プロシージャがオブジェクト指向C, SMALL TALKと同等に記述できる。

#### 6) 強力なパターンマッチ機能とその柔軟な制御機構を持つ。

等があるがここではそれを持つヒューマンインターフェースについて考えてみたい。

Mathematicaの入力はDeriveのような革新的なものではない。しかし、MACの上のシステムではブルダウンメニューによりファイル管理、エディティングが行えるので再入力、入力の一部変更、抜取り、消去、コピー、ペースト等が自由に行える。これは紙の上で人間の行う特定の項の囲い込み、アンダーラインの添付、部分注視とよく対応するが、実体の移動が可能であることとそれらの再利用、再評価が可能である点がハイパーメディアの利用により生じた特徴である。MACそのものがDMIの典型でありその特徴が数式処理システムに継承されていると言える。しかし、Mathematica, ICASのような記号法に関する新しい意味を持たず、INTCAS, Deriveのような操作に関する新しい提言を持っている訳でもない。しかし、Mathematicaを使



6図 開発中のSMALLTALK 上の数式処理システムの画面（1）

用してみると著しく快適なインターフェースを利用してゐるとの実感を持つ。この実感は

- 1) スクロールバーにより全ての処理結果を見ることが保証されている。
- 2) 不要な入力と処理結果はプルダウンメニューにより処理単位で棄却できる。
- 3) 入力と処理結果はノートブックと名付けた単位で保存でき、かつ、再評価が可能である等の環境的な特徴により得られる。

これらの機能は数式処理システムとエディタとの結合の結果であり、なにも新しいものではないとの意見をきくが部分的に存在した機能が統合化されて、ユーザにDMIを使用しているとの感覚をあたえることに意義がある。このようにMathematicaには我々がヒューマンインターフェースの特徴として望んだ多くの機能が実現されており、ハイパーテキスト上の数式処理システムの改善の方向を探るには重要な示唆をふくんでいる。

2図で示した紙上の作業感覚に近い形の操作が可能であることは特に注目に値するがこれの認知的側面に関する詳細な分析は我々もまだ済ましていない。

## 6. SMALLTALKをもちいた 数式処理システムの試作

I C A S の機能の利用を許しつつ、I N T C A S とは異なるタイプの数式処理システムの構築を試みた。マルチスクリーンとプルダウンメニューの使用はI N T C A S とは異なる作業環境を提供するが、数式処理においてDMIを確立するために両者の比較検討は重要であると考えられる。現在、7にのべた新しく登場してきた統合化数学環境のもつインターフェースの元での作業効率の分析を行っている。それをもとに1図の種々の用途に応じたインターフェースの作成を実践的に検討している。

5図に数種の数式処理システムのインターフェースに関する一覧を示したがI C A S の概念を利用できることを前提に操作のアイコン化を図る方向とハイパーテキスト上で操作をアイコン化しないシステムの構築を当面の目標としている。（6、7図に構築中のシステムの画面をしめした。）さらに将来的な目標としてDeriveのような記号法を離れた数式処理をハイパーテキスト上で実現することは興味深い。これは教育的な利用において特に有効性を發揮する可能性がある。

Intelligent Computer Algebra System

Intelligent Computer Algebra System  
Smalltalk version 0.1 in Tsushima Labo  
implemented by Ueno Masayuki

```

a * x * ( 1 - x )
(a*x)+(-1*a*(x^2))

FC G(a)
((a*G(a)))+(-1*(a^2)*G(a))

```

R: G(x) = a\*x

J: F(x) = a\*x

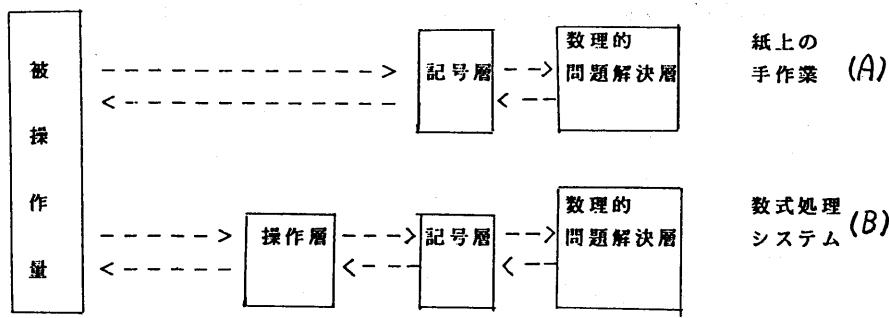
enable  
change  
entry  
put

E: v = a

7 図 開発中のSMALLTALK 上の数式処理システムの画面（2）

### 参考文献

1. 対馬, 「小型数式処理システムとその応用」, 情報処理, 27, 379, '86.
2. 対馬, 「数式処理におけるヒューマンインターフェースの改善」, 第3回ヒューマンインターフェースシンポジウム論文集, 347, '87.
3. K.Tsushima, T.Satou, "OAP---Operator Algebra Package---", SIGSAM Bull.
4. 対馬, 広田, 「数式処理ワークステーションの開発」, 信学技報ET87-5, 19, '87.
5. K.Tsushima, H.Kaga and K.Hirota, "Mathematical Education Using a Workstation for Computer Algebra", Proc. of APCCE'88, '88.
6. 古川, 溝口, 「インターフェースの科学」, 共立出版, '87.
7. 「ライブニツ著作集」, 工作舎, '88.
8. K.Tsushima, H.Kaga Y.Yoshimatsu and T.Satou, "Teaching Mathematics using a Computer Algebra", Proc. of MCSE'86, 407, '86.
9. 対馬, 加賀, 吉松, 佐藤, 「数式処理を用いた微分の教育」, CAI学会誌, 5, 59, '87.
10. SOFTWARE HOUSE, "Derive" Manual, '88.
11. S.Wolfram, "Mathematica", ADDISON WESLEY, '88.



3図 数学的な作業と心理

数式処理システムを用いると出力の認知には敏感になるが紙上では殆ど意識されない。また、入力については紙上では記号操作そのものが意識されるが、その位置決め、移動、消去、同等性のマーク化等は無意識に行われ、操作層は心理的には無視できる。