コンピュータと教育　8－2
（1989. 11. 9）

数学教育に対するマイコンの活用例

一松　信
東京電機大学理工学部情報科学科

大学段階での数学教育にマイコンを活用する試みは数多くあるが、成果は今一つという現状である。 ここではオランダの Lauwerier教授らの試みの一端を紹介して、参考に資する。 同氏の著書は、幾何学・解析学・モデル化（主に微分方程式）の３冊が既に刊行されているが、最後の本[1)]を中心に紹介する。

Applications of Microcomputers for Mathematical Education

Sin HITOTUMATU
Department of Information Sciences
Tokyo Denki University- Hatoyama Campus
Hatoyama-machi Ishisaka,Saitama Pref. JAPAN- 350-03

There have been many important experients to apply microcomputers for mathematical education in college level. But the results seem still insufficient. Here I would like to introduce some recent work by Prof.Lauwerier in the Netherland. Already three books of him have been published: Geometry,Analysis and Modelling (mainly differential equations). Here I discuss mainly the last one.

1．展望

大学段階での数学教育にマイコンを活用しようという試みは、既に数多く報告されている。 例えば初等整数論などは、もはやコンピュータを使わなければ、生きた教育はできないといわれている。 それにも拘らず、数値計算や図形の表示以上に立入って計算機を活用した成果は、なお十分とはいえない。 その主な理由は、人間との界面が十分でなく、予想以上に時間が掛るためだが、よい教科書がないことも重大である。

そのような試みの一つとして、オランダの H.A.Lauwerier教授の本[1)]がある。それはまだ広く公表する段階ではないというつもりなのか、わざとオランダ語で書かれている。

その一端を紹介する。

2．Epsilon グループ

彼らの本は、Epsilon Uitgavenから出版されている。 「小さいが無視してはいけない」という気持だろうか？

既に大学初年級の教科書が、少なくとも12冊出ているが、直接マイコンを使っているのは３冊：幾何学・解析学・モデル化　だけである。 もちろん今後続編が刊行されるだろう。

この３冊を見比べると、後から出た本程面白い。 最初の幾何学は、主に座標幾何だが、かなり無理をしている印象である。 解析学（微分積分学入門）も、数値的な極限と、関数のグラフの表示を除いて、非常に目新しい試みだとはいい難い。 最後のモデル化は、主に常微分方程式であり、類書がないわけではないが、注目すべき本と思うので取上げる。

3．微分方程式の講義の方針

微分方程式の講義において、伝統的な求積法のみに終始してはいけないという意見は、かなり昔からある。 特に解を表す関数式を書いただけでは半分にすぎず、解曲線の図を書かなければ解いたことにならないという意見もあった。

少し以前には、これは実行困難だったが、いまやマイコンにより、そのような試みも数多くなされている（例えば［2］）。　さらに進んで、対象となる微分方程式自体も与えられた式としてではなく、現象をモデル化して方程式を立てる所から始めるべきかもしれない。

但しこれを徹底しようとすると、物理学・数学・計算機の三位一体という大仕事になり、実行が容易でない以上に、その意義自体も問題になろう。

4．文献［1］の概要

Lauwerier 教授の本［1］は、まず以上のような趣旨説明から始まる。　最初に非線形の van der Pol方程式を例にとり、数値解法の重要性を述べる。　その後次のような典型例について、モデル化と解法を論じている。

放射性物質の崩壊、飽和のある現象（ロジスティック曲線）、生存競争の方程式（Lotka-Volterraの方程式）－そして最後に心臓の鼓動方程式。

その他1階常微分方程式が、平面上に方向場を与えることの図示や、相平面上の軌道の図など、興味深い図が多い。

もちろんこのような題材を羅列した限りでは、特に目新しい材料が豊富というわけではないが、一応標準的な材料が揃っているといってよかろう。

5．誤差に注意

数値計算には誤差が避けられない。　そして誤差については、在来の誤差解析で行っている量的な評価だけでなく、「質的な判断」をも加味しなければならない。

そのよい例が文献［3］にある。　単振動の方程式をオイラー法で解くと、相平面上で閉曲線（円）になるはずの解が、外側に開く螺線状の曲線になる。――振子がエネルギーを密輸入して、ひとりでに大きく振れだすという、物理的には許されない解！

それどころか、本来減衰振動になるはずの方程式をオイラー法で解くと、刻み幅の関係により、減衰と誤差とが丁度打ち消し合い、奇麗な閉曲線（楕円）がでることがある。　一見もっともらしいので、つい本物だと信用したくなるが、実は幻の解にすぎない。

文献［1］にも、生存競争の方程式をオイラー法で解くと、閉曲線になるべき解が螺線状になる例が載っている。

しかしこの種の「反面教師的」な材料を扱う場合には、十分の解説が必要らしい。　筆者は今年前半年、勤務先で数値解析の講義中に図のコピーを見せてこれを論じたが、印象が強烈すぎたのか、学期末試験において、計算機による数値解は信用できないものであるという意見の答案が多数現れ、反省しているところである。

なお単振動の方程式については、オイラー法と後退オイラー法とを交互に使えば、計算誤差を無視して閉曲線をうる。　さらに任意のルンゲ・クッタ型の公式に対して、交互に使えば閉曲線をうるような「反対公式」がある［4］。　実用性はともかく、数値解法も一般論だけでなく、個別の方程式の特殊性を考慮した解法が必要なのかもしれない。

6．結び

この話は「計算機の教育」ではなく、「計算機を利用した数学教育」の一面であるが、中学・高等学校段階においても、同じような課題があるものと思う。

参考文献

[1] H.A.Lauwerier, Modellen met de Microcomputer,Epsilon Uitgaven, Utrecht 1989

[2] 森本光生，パソコンによる微分方程式，朝倉書店，1987

[3] Kahane-Hawson 編，植竹恒男監訳，コンピュータと数学教育，聖文社，1989

[4] 一松信，単振動方程式の数値解法に関する試み，日本数学会秋季総合分科会応用数学分科会講演，1989 年 9月