

# CAIのためのMATH-WORD PROCESSOR

Mathematical Word Processor for CAI

## — 数式解説の支援 —

米沢 宣義            広瀬 学

N.Yonezawa            M.Hirose

工学院大学

Kogakuin Univ.

あらまし： 数式の自動消書表示機能を装備した画面エディタならびにこのエディタにより教材を作成していく過程を逆再生できる機能を持つワードプロセッサと、作成した教材を学習するための学習システムを提案する。

画面エディタは、式の2次元の入力、色変更、移動、複写ならびに式の置き換え（自動的に式全体を消書し直し表示する）や、式の任意部分を解答入力のための空欄に置き換えるコマンドならびにビデオ再生起動コマンドを持つ。

このワードプロセッサを用いればOHPやビデオ資料を見せたり黒板で書換えや置き換えをしながら説明する教授法に近いイメージを画面で実現でき、更に必要に応じて画面からはずれたり上書きによって消えた部分を逆再生表示できる。ビデオ画面は教材からの指示により切り替わり、再生については学習者が制御できる。

キーワード： CAI 教材開発 ワードプロセッサ 教材構造 数式

### 1. まえがき

数学的色彩の強い教材を扱うCAIシステムは、数式の入力、編集表示機能を完備すると共に、一般的に長くなる数式の解説を限られた画面の中で無理なく分かりやすく行えるような機能が必要と思われる。また、数式が意味する物理量をタイムリーにビデオで説明できればなおよい。これら機能は従来型CAI、ICAIに関わらず共通して必要なインタフェース部分である。

実際に数式の入力表示を扱った研究はいくつかある。例えば文献[1]～[4]は、数式を図1のように修正したい場合、いったんルート記号の中まで削除されてしまうため、「 $b^2+c^2$ 」をなんらかの方法で入力しなければならない。また図2のようなきめの細かい式変形表示や図3のように一部が空欄になっている式を扱えない。

$$a + \sqrt{b^2 + c^2} + d$$

↓

$$a + b^2 + c^2 + d$$

図1. 式の修正の例

$$y = x^3 + 6x - 4x^2 + 3x + 1$$
$$y = x^3 - 4x^2 + 6x + 3x + 1$$
$$y = x^3 - 4x^2 + 9x + 1$$

図2. 式の変形過程の表示例

$$(x^3)^4 = x \square$$

$$(x-1)^2 = x^2 - \square x + \square$$

図3. 一部が空欄になっている式の例

文献[5]は過去に表示され画面からはずれた式をスクロールダウン機能で表示することができるが、過去に表示された式を書き換えた場合には書き換えられだ式を再び表示することができない。つまり、入力、表示、消去、部分書き換えをしながら式を解説していく過程を必要に応じてビデオのように逆再生・順再生することによって学習効果を上げるような機能はない。

これらの制約は、数学方面のCAI利用の妨げになる。そこで、以前、文献[6]で上記制約を取り除いた教材作成用ワードプロセッサを提案した。その後、更に機能を拡張しCAIシステムとして形が整ったので報告する。説明の都合上、文献[6]と重複する部分があることを断っておく。

## 2. システム構成の概略

本ワードプロセッサは、以下に示すデータを含む数式教材を生成する。但し、(3)は必要に応じて生成される。

- (1)式を含む教材データ
- (2)教材の編集過程データ(以後、履歴と呼ぶ)

(3)文献[7]におけるビデオ要素のノード番号、図形要素のノード番号

上記(1)(2)(3)は数式要素として文献[7]の教材木の一つのノードに対応させる。ビデオ要素と同様に数式要素には学習システムが一方的に再生するモードと学習者が自由に再生を制御するモードがある。これらのモードはノードの属性により識別する。(以降「ビデオ要素のノード」を「ビデオノード」、「数式要素のノード」を「数式ノード」、「図形要素のノード」を「図形ノード」と呼ぶ。)

学習は文献[7]のコマンドテキストで制御する。DISPコマンドにより数式要素を表示すると画面にワードプロセッサで作成した教材が表示される。この表示画面を数式画面と呼ぶ。数式画面は数式要素の属性と上記(1)(2)(3)の教材データによって制御される。

もし、数式画面を履歴に従って順方向に再生している時、ビデオ要素のノード番号にあうと現在表示している数式画面を一旦保存し、画面をビデオ再生に切り替え、再生が終了したら元

の画面に復帰する。数式画面を逆再生している時も同様な動作をする。図形要素のノード番号の場合はそのノードに対応する図形(文章含む)がすべて数式画面に合成される。

## 3. 数式画面の構造

本システムも、文献[5]と同様に巻物のような仮想画面上に式を表示していき、その一部をディスプレイ画面に表示する(以下、仮想画面全体を「ワールド画面」、ディスプレイに表示されている画面を「実画面」と呼ぶ)。図4にワールド画面と実画面の関係を示す。

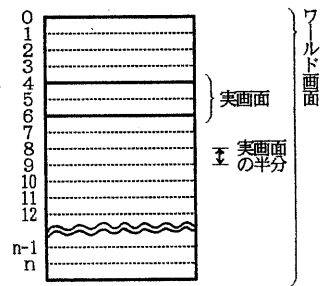


図4. ワールド画面と実画面の関係

スクロールで移動するワールド画面の単位を実画面の半分としたため、1/2実画面単位で、ワールド画面に0から始まる通し番号を付けた。この数字によってワールド画面上の実画面の位置を示す。(図4の例では「4」である。この数字のことを以下「画面位置」と呼ぶ)。

ディスプレイ上には下2行を除いて実画面が表示される。下2行には、現在カーソルのある式の番号、内部文字列(長い場合は一部表示する)、表示位置、画面位置、現在指定している操作の名前、履歴ポインタ(後述)の位置、メッセージが書かれる。

## 4. 教材作成の機能

### 4.1 数式の入力機能

数式は図5に示すような操作で入力する。ここで $\square$ や $\square$ などは[GRAPH]キーとアルファベットの組み合わせで入力し、それぞれ「分数」と「ルート」を表わしている。

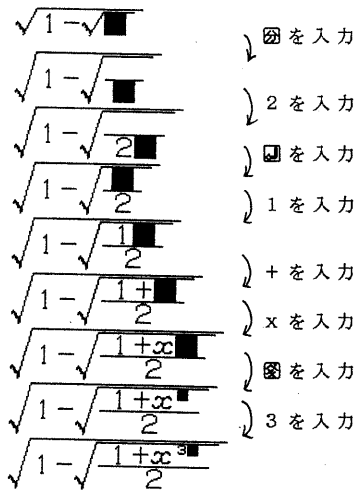


図5. 式の入力

図5の最後の式は内部的には図6のような文字列で表現されている。この文字列のことを「内部文字列」と呼ぶ。

① 1 - ② 2 ③ 1 + x ④ 3 ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

図6. 内部文字列

付録1に本システムで取り扱う式の例を、付録2に応用例を示す。

式を修正するときは矢印キーで修正する場所までカーソルを移動し、文字を削除したり挿入することによって行なう。

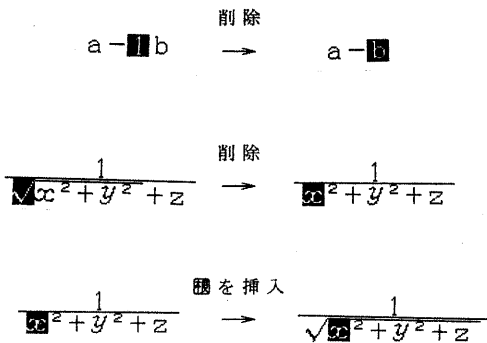


図7. 式の修正

また式の一部を他の式などで置き換えて新しい式を生成することもできる。

$$(x^2)^3 = x^6$$

↓ 「6」を空欄で置き換え

$$(x^2)^3 = x^{\square}$$

$$y = at^2$$

↓ 「a」を「1/2」で置き換え

$$y = \frac{1}{2}t^2$$

図8. 式の置き換え

入力された数式1つに対して以下のデータが生成される。

- (1) 番号  
式を表示する順番をあらわす通し番号
- (2) 属性  
データが数式であることを示す属性
- (3) データ  
数式の内部文字列や表示色などのデータ
- (4) 表示位置  
ワールド画面上の表示位置

#### 4.2 式と図等を合成する機能

教材木の各ノードに格納されている図等（図形や文章やビデオ画）を部分木あるいは単一ノード単位で指定し、それを表示させたい場所へ移動することにより図等を数式教材の一部として位置づける。このとき以下のデータが生成される。

- (1) 番号  
式や図等をあわせて表示する順番をあらわす通し番号
- (2) 属性  
データが図等であることを示す属性
- (3) データ  
図等が格納されている部分木またはノードを表わすノード番号（部分木の場合は「\*」を末尾につけて表わす）。なお数式ノードやそれを含む部分木を組み込むことはできない。
- (4) 表示位置  
図形や文章を作成したときの表示位置に対

するワールド画面上の表示相対位置。ただしビデオノードの場合はこの表示位置は意味をもたない。

#### 4.3 編集操作

上記編集以外に以下のような操作を行なうことができる。

##### (1)スクロールアップ・ダウン

実画面をワールド画面上で移動する操作。

##### (2)幅開け・幅閉じ

ワールド画面上の指定した位置以下の式、図等を指定幅だけ上下させる操作。

##### (3)移動、複写、消去

式や図等を他の位置に移動したり、複写したり、あるいは消去する操作。

さらに、式の入力・修正中にその式が他の式と重なってしまうような場合に、数式の表示位置の移動や幅開けが自動的に行なわれたり、式が実画面の下に表示しきれなくなった場合に自動的にスクロールアップする。

#### 4.4 履歴記録・再生機能

式の入力・修正によって生成された式や組み込まれた図等には一連の番号がつけられ管理されるが、このデータ以外に本システムでは、式の表示・消去・変形・修正操作や図の表示・消去などの履歴をデータとして管理している。これは通常のワープロが文の入力や移動などの操作手順を記録していないのに対して、表示の順序や移動、変化などの操作をC A Iの一部として再現させることを目的として設定した機能である。また、そのために本システムでは、式の入力や図等の組み込みその他の操作は学習者に表示する順番で行なう必要がある。

ほとんどの操作が履歴として記録されるが、内部的には履歴を簡単化するために修正、移動、複写などの操作の履歴はその結果のみが記録される。例えば式の修正の操作の履歴は「式の消去」と「全く新しい式の表示」が続いて行なわれたとみなされ記録される。よって「表示」「消去」「幅開け」「幅閉じ」の4つでそれ以外の操作をも表現し、これを履歴として記録する。

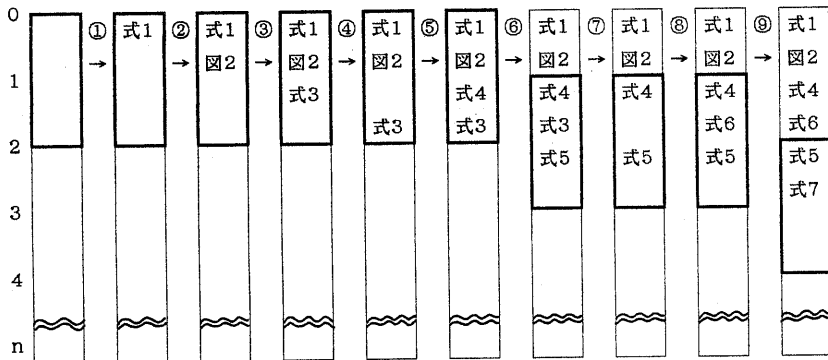


図9. 表示・消去、画面操作をしたときのワールド画面と実画面の変化の例

表1. 図9の例の履歴

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
操作	表示	表示	表示	幅開	表示	表示	消去	表示	表示
適用対象	式1	図2	式3	250 48	式4	式5	式3	式6	式7
画面位置	0	0	0	0	0	1	1	1	2

またスクロールアップ・ダウン操作は履歴の各時点に画面位置を付加することによって表現する。

画面の変化の例（紙面の都合により簡略化している）を図9に、その履歴を表1に示す。

表1の「適用対象」は、表示・消去をする式や図等の通し番号で、幅開け・幅閉じの場合は、その操作を行なう実画面上における位置と幅をドット単位であらわしている。

履歴を逆に遡る（以下、「逆再生」と呼ぶ）ときは履歴に書かれた操作の逆（「表示」に対して「消去」）を行ない、実画面を一つ前の履歴の画面位置にもどし表示する（なお、ここで履歴の位置をさすポイントのことを「履歴ポイント」と呼び、順方向に履歴をたどることを「順再生」と呼ぶ）。

表2(a). 履歴および実画面の例

	①	②	③	④	⑤	⑥
操作	表示	表示	消去	表示	消去	表示
適用対象	式1	式2	式1	式3	式2	式4
実画面	式1	式1 式2	式2	式2 式3	式3	式4 式3

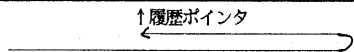


表2(b). 履歴および実画面の例  
(単純に履歴を書き直した場合)

	①	②	③	④	⑤	⑥
操作	表示	表示	消去	表示	消去	表示
適用対象	式5	式2	式1	式3	式2	式4
実画面	式1	式5 式2	式2	式2 式3	式3	式4 式3

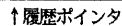
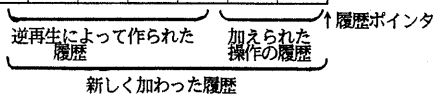


表2(c). 履歴および実画面の例 (履歴を増殖させた場合)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫
操作	表示	表示	消去	表示	消去	表示	消去	表示	消去	表示	消去	表示
適用対象	式1	式2	式1	式3	式2	式4	式4	式2	式3	式1	式1	式5
実画面	式1	式1 式2	式2	式2 式3	式3	式4 式3	式3	式2 式3	式2	式1 式2	式2	式5 式2



最後に逆再生・順再生を行なっている途中（つまり履歴ポイントが履歴の最後でない場合）で、式の修正操作を行なった場合の履歴について述べる。

表2(a)のような履歴がとられているとする。履歴ポイントが⑥から②に戻った時点で式1を式5に修正した場合に履歴を表2(b)のように単純に書き換えたとする。この状態で履歴ポイントを⑥に移動する（順再生する）と式5と式4が重なって表示されてしまう。

これをさけるためには式を修正した時点で③の式1も同様に式5に書き換えればよいが、しかしこのようにすると式1の表示や消去をする履歴が失われるため逆再生・順再生により再び式1を表示することができなくなる。

そこで表2(c)に示すように履歴を自動的に増殖させることにより、履歴の保護と自然な逆再生・順再生を可能とした。

新しく加わった履歴（式4消去、式2表示、式3消去、式1表示、式1消去、式5表示）は、逆再生によって生じた履歴と式の修正（式1→式5）である。

なお、先に入力した式が単に入力ミスでこれを修正するような場合は履歴の増殖をせずに単純に式データの修正を行なうことができる。このような修正のことを「単純修正」と呼び、先程のように修正操作自体も履歴に残すような修正を「増殖修正」と呼ぶ。この二つの修正法は教材作成者の意図により使い分けられる。

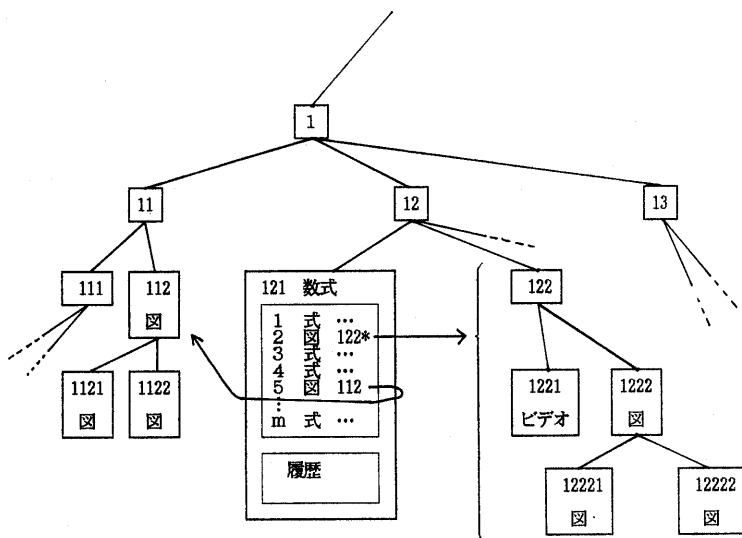


図10. 教材木の概念図

#### 4.5 教材木への登録

数式ワープロで生成した数式データ、履歴データ、組み込んだ図等のノード番号の3種類のデータに学習者からの再生制御を受けるか否かという属性をつけて教材木の1つのノードに格納する。図10に数式ノード、図形(文章含む)ノード、ビデオノードを含む教材木の概念図を示す。図中、各ノードにかかっている番号はノード番号を表わし、ノード番号121のノードが数式ノード、「ビデオ」がビデオノード、「図」が図形ノード(文章も含む)であり、それ以外のノードは教材の要素をもたないノードである。ノード121の中には、数式と図等の一覧表と履歴の表があり、この一覧表中の「図」は教材木の部分木(「\*」が付いているもの)と単一のノードをデータとして持っている。

#### 5. 学習時の機能

学習はコマンドテキストに示される手順に従って教材木の部分木を先行き順に表示していく。部分木に含まれるノードの種類によって以下のように表示法が異なる。

##### ① 図形ノードの場合

画面の指定位置(ノード内に位置のデータがある)に図形や文章を表示する。

##### ② ビデオノードの場合

画面に指定された範囲の映像を出力するようビデオディスクに制御信号を送る。

また、このノードの属性により以下のように異なる表示法がなされる。

- ・「動画」で学習者による制御が不可の場合  
指定された範囲のビデオ映像を初めから終わりまで再生する。
- ・「動画」で学習者による制御が可の場合  
学習者のキー操作により指定範囲内でビデオ映像の再生、逆再生、静止、倍速再生する。
- ・「静止画」の場合  
ビデオディスクの静止画を指定時間表示させる。

##### ③ 数式ノードの場合

数式ノードに含まれている履歴の実行を行なう。まず学習者からの制御を受けるか否かの属性を調べ、この属性により以下のように異なる表示法がなされる。

- ・学習者による制御が不可の場合  
履歴の初めから終わりまで順々に実行する。

・学習者からの制御が可の場合

基本的には履歴の初めから順々に実行していくが学習者のキー操作により履歴を逆再生、順再生したり、スクロールアップ・ダウンできる。すなわち学習者が自由自在に画面を元に戻して、式変形等の過程を何度も確認することができる。また履歴の終わりに到達したら画面を初期化し再び履歴の初めから順々に実行していく。学習者が数式ノードの実行終了のキーを押すまでこれを何度も繰り返す。

また、必要に応じて数式ノードの中に含まれている数式の1つを数式ノードの表示とは別に単独に表示させることができる。これを行なうにはコマンドテキスト上で以下のように指定する。

MOVE ノード番号≠式番号: dx, dy, sw;

この場合ノード番号には「\*」「?」は使用できず、またこのノード番号のノードが数式ノードでない場合はエラーとなる。また、dxとdyは作成位置と表示位置の差で、swは表示と消去のスイッチである。

## 6. むすび

あるノードの数式教材から学習状態に応じて他の数式ノードを選択、呼び出しできれば複雑な解説展開も可能となる。今後これについて検討したい。なお、上記システムは、部分的にはできているが一つのまとまったシステムとしては完成していないことを断わっておく。

## 参考文献

- [1] 中山: C A I のための数式エディタの試作, 情報処理学会第36回全国大会講演論文集 pp.2413-2414('88)
- [2] 赤石, 日高, 中山他: 数学学習環境・支援システムの試作, 情報処理学会第37回全国大会講演論文集 pp.74-75('88)
- [3] Y.Nakayama: "Mathematical Formula Editor for CAI", ACM pp.387-392('89)
- [4] 赤間, 峯崎, 成嶋: C A I における数式入力システム, JCET-88 pp.139-140('88)
- [5] 長嶋, 有澤: 小・中・高校の数学科教員のための数式処理システムの設計と開発, CAI学会誌, pp.3-11('89)
- [6] 米澤, 廣瀬: 数式の解説を支援するためのシステム, CAI学会第26回研究会報告 Vol.90 No.1 pp.29-36('90)
- [7] 米澤, 廣瀬: ビデオディスクを用いたマルチメディア C A I システムとそのオーサリングシステム, CAI学会誌, pp.17-25('89)

付録 1 . 式の例

	表示例	内部文字列
括弧	$(x-1)(x+2)$	$(x-1)(x+2)$
分数	$\frac{x+2}{x-1}$	$(x+2)/(x-1)$
指数	$5x^4+8x^3-x^3$	$5x^4+8x^3-x^3$
ルート	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a+b}$
空欄	$(x-1)$ ( )	$(x-1)$ ( )
添え字	$a_1+a_2+a_3$	$a_1+a_2+a_3$
三角関数	$\sin x + \cos x + \tan x$	$\sin x + \cos x + \tan x$
log	$\log x$	$\log x$
和の冪	$\sum_{i=0}^{10} 3i^3$	$\sum_{i=0}^{10} 3i^3$
極限	$\lim_{x \rightarrow 0} x^3 + 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} x^3 + 1$
微分	$\frac{dy}{dx}$	$dy/dx$
積分	$\int_2^5 5x^4 + 8x^3 dx$	$\int_2^5 5x^4 + 8x^3 dx$
定積分 (途中の式)	$[x^5 + 2x^4]_2^5$	$(x^5 + 2x^4) _2^5$
階乗	$10!$	$10!$
順列	${}_5P_2$	$5P2$
組み合わせ	${}_5C_2$	$5C2$
根	$\sqrt[3]{a+b}$	$\sqrt[3]{a+b}$
三角関数	$\sin^2 x + \cos^2 x + \tan^2 x$	$\sin^2 x + \cos^2 x + \tan^2 x$
log <sub>n</sub>	$\log_{10} 1000$	$\log_{10} 1000$

付録 2 . 応用例

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{3^{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}+1}}{3 + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4 + \frac{\sqrt{5}}{5}}}}$$

$\frac{1}{2 + \frac{3^{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}+1}}{3 + \frac{4^{\frac{1}{2}}}{4 + \frac{\sqrt{5}}{5}}}}$

$$S = \int_{-a}^a \left\{ \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} - \left( -\frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \right) \right\} dx$$

$S = \frac{b}{a} \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx - \left( -\frac{b}{a} \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx \right)$