コンピュータと教育　10－2
（1990. 4.25）

ＩＣＡＩにおける学習者モデルの構築

Construction of a Student Model in ICAI

原田耕平
Kouhei, HARADA

筑波大学
University of Tsukuba

あらまし　今日まで提案されてきたICAIシステムにおける学習者モデルは，主として手続き的知識を対象にしていることに対して，本研究は，手続き的知識だけでなく概念的知識をも対象とする学習者モデルの構築を目的としている。そのために Hiebertの知識論を手掛かりとし，概念的知識と手続き的知識とを区別すること，この両者の関連を与えるプロセスをモデル化することによって学習者モデルを構築した。またこの学習者モデルの構築によって教授方略を具体化した。なお，本研究における教材の知識は，数の計算領域を対象にしている。

キーワード　ＣＡＩ，数学教育，教授法，学習者モデル，ＩＣＡＩ，誤答

1．研究の意図・目的・方法

ICAI(Intelligent CAI) システムの主要な構成要素は，対象とされる教材の知識，学習者モデル，教授方略の３つであると考えられる。本研究は，この構成要素の中で，特に学習者モデル（Student Model）の構築に視点を当てる。この第一の理由は，構築された学習者モデルに従って教材の知識が取り上げられ，さらに教授方略が決定される。つまり，学習者モデルは，ICAIにとってシステムの基礎となる要素であり，よりよい学習者モデルの構築がICAIの発展につながると考えられることである。また，第二の理由は，今日まで提案されてきた学習者モデルについてみるとき，そこで取り上げられている知識は，主として手続き的知識（procedural knowledge）(1) であったという点である。また概念的知識(conceptual knowlede) が対象とされる場合も，それが低水準のものか断片的なものである。ICAIが学習者の創造的な知識の習得を目指すものであれば，手続き的知識だけでなく概念的知識をも対象とする学習者モデルの構築が要求されるからである。

このような観点から，本研究は，学習者のもつ知識を概念的知識と手続き的知識に区別し，またその関連を与えるプロセスをモデル化することによって学習者モデルを構築することである。なお，本研究で対象とする教材の知識は，数計算の領域に限定する。

この研究目的を達成するために次のような研究方法をとる。第一に，今日まで提案されてきた学習者モデルを考察し，その問題点を指摘する。第二に，Hiebert の知識論を考察し，本研究の目的とする学習者モデルを構築する。第三に，構築された学習者モデルと既に筆者が示した問題解決のプロセス・モデルとによって，教授方略が具体化されることを示す。

2.学習者モデル

ここでは，今日まで提案されてきた学習者モデルを分類する。次に，それらのモデルの中で，本研究の意図する学習者モデルと関連のあるMatzのモデルを考察し問題点を指摘する。

木村(1987)は，今日まで提案された学習者モデル

をSleeman,D.& Brown,J.S.(1982)の２つの基準を手掛りにして次のように分類している。つまり，学習者が獲得した知識・推論的知識が，エキスパートの知識と比較して，①同質で，部分集合であるか，②異質であるか，によって分類する。さらに，③思考の結果に着目するか，④思考過程，問題解決過程を中心におく内的プロセスに着目するか，で分類している。そして，この分類に基づいて，今日まで提案されてきた学習者モデルが（表 1）[(2)] のように分類されている。

学習者モデル	Sleeman & Brownn の基準による分類	プログラムの例
1)オーバーレイ・モデル Overlay Model	①—③	Goldstein(1979) WUMPUS
2)差異モデル Differential Model	①—③	Burton(1981) WEST
3)バギー・摂動モデル Buggy・Perturbation Model	②①—③	Burton(1982) DEBUGGY Sleeman(1981) LMS
4)プロセス・モデル	②—④	
ア．問題解決プロセス・モデル		Greeno(1976) PERDIX
イ．知識形成・問題解決プロセス・モデル		Matz(1982)
エ．より体系的・包括的でグローバルな知識形成・問題解決プロセス・モデル		Schoenfeld(1985)

（表 1）学習者モデルの分類

以上の分類と具体的モデルについて，木村は，①—③のモデルより，②—④によるモデルの方が技術的，教育的な意味で優れていること，また，1)～3)のモデルと4)のモデルとの間に研究の大きなギャップのあることを指摘している。つまり，①—③によるモデルにおいて対象とされる知識は，プロダクション・システムによって表現される手続き的知識であり，学校教育で重視される質の高い知識が対象とされていないことを指摘しているといえる。

さて，このよな木村の指摘をふまえ，今日まで提案されてきた学習者モデルの中で，本研究の意図するモデルに関連のあるものとして，Matz(1980,1982)のプロセス・モデルが取り上げられる。

Matzは，代数の問題解決における学習者の「誤答(error)」について「合理的であるが推測の誤りの結果」であるとして，「誤答」の生成プロセスに着目している。そして，学習者の「誤答」の根源を次の３つに分類している。

①外挿技法の不適切な適用による誤り
②基礎知識が不完全であることによる誤り
③手続きの実行上の誤り

この①の誤りは，既存の規則をそのまま適用できないときにそれを適用する誤りである。つまり，学習者が，既存の知識が不適切であるにもかかわらず「こじつけ」て，適用する場合であり，次のような線形性，一般化などがある。

(a) 線形性 ： $(AB)^2 = A^2B^2 \rightarrow (A+B)^2 = A^2+B^2$

(b) 一般化 ： $(X-3)(X-4)=0 \qquad (X-5)(X-7)=3$

$$X-3=0,\ X-4=0 \rightarrow X-5=3,\ X-7=3$$

$$X=3,\ X=4 \qquad X=8,\ X=10$$

②の誤りは，新しい概念の獲得に要求される基礎知識の質的変化がなされないために生み出されるものである。Matzは，算数から代数への概念変化について，記号値，表記法，同等，解法の本質的変化を取り上げている。

(a) 記号値 ： 文字は数を代表する。
「X は何であるかわからないから掛けることができない。」（このような考えは，文字が数の代表であることを認識してないためである。）

(b) 表記法 ： 代数において特有の規則がある。
$X=6$ のとき $4X=46$（位取りとみなす。）
$X=-3, Y=-5$のとき $XY=-8$（加法とみなす。）

(c) 同等 ： 算数における同等“＝”の意味は“process-result”の意味であり，代数においては，さらに恒等式や方程式において使用される“＝”の意味がある。

$$\frac{X+1}{X+4}=\frac{5}{6} \quad \text{を X について解け。}$$

$$\frac{X+1}{X+4}=\frac{4+1}{2+4}=\frac{5}{6}$$

$$X=4,\ X=2$$

（“process-result”の意味で解いている。）

(d) 解法の本質的変化 ： 算数において問題を解くことは，アルゴリズムを実行することであるが，代数においては，多くの処理が含まれている。例えば「因数分解せよ。」にはその本質的意味が含まれている。従って，$X^2+5/6X+1/6$ の因数分解は，$X(X+5/6)+1/6$ は適切ではない。

③の誤りは，手続きの実行上のしくじり(slip)である。例えば，分数方程式を解く際，左辺だけに共通分母を掛け右辺の掛けるのを忘れる場合である。

以上の考察から,Matz のモデルは，学習者の表出した一意的な結果から，学習者モデルを構築するのでなく，学習者がどのようにその理解状態に至った

かについてのプロセスをモデルとして表現している。従って，このモデルは，対象とする知識の質において水準が高く，また誤答診断や治療方策の決定の上で重要な手掛りを与えるものである。

しかし，Matzによる学習者モデルには，次のような問題点が指摘できる。第一は，学習者モデルが，誤答のみを根拠として構築されているのであり，どのような知識が習得されたかを表現していない。第二は，誤答の根源は，学習者のもつ不完全な知識であり，必要な概念的変化がなされていないことであるとし，その必要な概念変化として，記号値，表記法，同等，解法の本質的な変化を同定しているが，なぜこのような概念変化がなされないのかについて，Matz は述べていない。このような問題点を解決するために，次節では,Hiebertの知識論を考察する。

3. Hiebertの知識論

(1) 概念的知識と手続き的知識

Hiebert,J. & Lefevre,P.(1986) は，知識を概念的知識と手続き的知識とに厳密に定義することは困難であるとしながらも，この２つのタイプの知識を区別することは，学習過程をより詳細に解釈できる一つの方法を与えると述べている。

Hiebert,J.らによると，「概念的知識は，関係(relationship)において豊富である知識として特徴づけられる。」とし，概念的知識は，いくつかの情報のネットワークとして考えられると述べている。また，概念的知識の習得は，いくつかの情報間の関係を構成することによって達成され，その関係づける過程は，既に記憶されている２つの情報の間で，あるいは，既有している情報と新しい情報との間に生じると述べている。さらに，Hiebert らは，このような関係づけは，各々の情報についての洞察が要求され，一つの発見であると述べている。そして，この関係の生成は２つの区別できる水準があるとする。第１の水準は，「初等的水準(primary level)」と呼ばれ，現在の情報それ自体を表現している関係と同じ抽象化の水準かそれよりやや低い水準での関係である。例えば，子どもは，小数の加法の学習において，２つの情報を必要とする。その一つは，小数点の左の数は. 1,10,100, ・・・であり，右の数は,1/10,1/100,・・・を表すことであり，もう一つは計算するために小数点をそろえることである。さらに，子どもは，この２つの情報を関連づけることによって，小数の各位の数をまとめればよいことを認識できる。このような関係は，小数という一つの文脈において２つの情報を関連づける初等的関係である。

第２の水準は，「反省的水準(reflective level)」と呼ばれ，既に結びつけられている関係の水準よりもより抽象的な水準を意味する。この関係は，現在の知識の水準を超え，異なって見えるいくつかの知識の共通である特徴を引き出し，それらを結びつけることによって生成される。例えば，先の例において，既習の全数の加法において末尾の数を右にそろえて各数をまとめるということ，また分数の加法のおいて共通な分母を見つけ同じ大きさのものをまとめるということを想起し，これと小数の加法における「小数点をそろえる」こととを関連づけることによって，「小数点をそろえる」ということは，共通な単位で測定されたものを加えるという一般的な考えの特殊な場合であることが認識される。この関係は，反省的水準のものであるといえる。

次に，Hiebert,J.らは，「手続き的知識は，数学の形式的言語または記号的表現体系と数学的課題を完成するためのアルゴリズムまたは規則から成り立っている。」と述べている。この前者の記号または構文法の知識は，表面的な知識の特徴の認識であり，意味についての知識を含んでいない。例えば,3.5÷□＝2.7 という式は構文的に認められるが,6＋＝□は認められない。後者のアルゴリズムまたは規則は，プロダクション・システムとして特徴づけられるものである。例えば,3.82 ×0.43を計算する手続きは，次の３つの下位手続きより成り立っている。第１は，この２つの小数を筆算の形に書くことであり，第２は数の部分の乗法であり，第３は，得られた数に小数点をつけることである。

さらに,Hiebert,J. らは，「もし，この２つの知識が不十分であったり，両方の知識を習得したとしてもそれぞれ別個に理解しているならならば，数学的能力が十分であるとはいえない。」と述べ，この２つの知識を関連づけることの重要性を指摘し，次のような利点があるとしている。

①問題の表現を多様な面から捉えることができ，手続きの要求を単純にする。

②手続きの選択とその手続きの実行を監視する。

③転移を促進し，要求される手続きの数を少なくする。

(2) 問題解決過程における概念的知識と手続き的知識の関連

Hiebert,J. & Wearne,D.(1986)は，数の計算問題の解決過程において，概念的知識と手続き的知識との結合が特に重要な３つの「場(Site)」を同定している。

“Site 1”は，問題解決過程の最初の場であり，記号に意味を与える場である。その場において，記号は，その意味を与える適切な指示物と関連づけられ

る。つまり，手続き的知識の記号的側面と概念的知識の意味的側面を関連づける場である。例えば,0.4×2.3 において，記号0.4,×,2.3に意味が与えられる。小数の記号についての指示物は，全数および分数が挙げられる。さらに全数についての指示物としてDienes BlockやPopsicle Stickなどがあり，分数の指示物としては分割や割合またそれらを示す具体物や図などがある。さらに，計算記号×に対する指示物としては，累加や倍概念などの行為を挙げることができる。

“Site 2”は，問題文の中の記号が解釈された後，その問題を解くための手続きが選択され，適用される場である。ここにおいても概念的知識と手続き的知識の関連づけが重要である。例えば，小数の加減の計算問題における手続き的規則は「小数点をそろえる」ことである。この規則の根拠は，同じ単位の事物をまとめるという行為である。この根拠が小数の計算に応用されるならば，小数点がそろえられ,0.1，0.01，・・・ごとにまとめられるという規則が生み出され，適用される。

“Site 3”は，手続きが実行され，答えが得られる場である。ここでは，その答えが，理にかなったものであるかを確かめることが重要である。そのために，その答えが，適切な指示物と関連づけられることが必要である。例えば，小数の計算問題0.36+5.1 の答えとして0.87を得たとき，その数記号が，先に述べたような指示物と結びつくことによって，また,0.36 +5.1 はおよそ5よりは大きいという概念的知識のよって,0.81 は不適当であることが認識できるであろう。

以上のように，概念的知識と手続き的知識との関連が特に重要である3つの場を考察したが，Hiebert,J.らは多くの子どもたちがこの2つの知識を関連づけていないことを指摘している。「僅かの子どもたちが，適切な指示物と結合させることによって，小数の記号に対する意味をつくっているけれども，多くの子どもたちは意味から孤立した新しい記号体系として小数を習得している。」(Hiebert,J.& Wearne,D.(1986)) ことを指摘し，また「子どもたちが問題についての構文的規則と表面的な特徴を使用するという一つのモデルによって，子どもの行動を捉えることができた。」(Hiebert,J.& Wearne,D.(1985)) と述べている。

(3) 概念的知識と手続き的知識を関連づける認知的過程

では，どのような方法によって，概念的知識と手続き的知識の関連づけが可能となるのか。Hiebert,J.(1988)は，記号についての能力を生み出すために，つまりこの2つの知識を関連づけるために，次の5つの累積的な認知過程を同定している。

① Connecting Process

これは，個々の記号が指示物と関連づけられる過程である。この関連づけは，数記号と計算記号の両方に確立される。小数の記号についての指示物は，日常の材料(お金，メートル法など)または意図された教具(Dienes Block など)がある。また，計算記号(+，−など)に対する指示物あ，数記号に関係する材料についての行為である。例えば,4.7÷1.5 の中の記号÷に対する指示物は,Dienes Block の4つのBlock と7つのflatの集合から1つとその半分のグループをつくることである。

② Developing Process

これは，記号的操作の規則が，指示物による行為からつくり出される過程である。例えば,Dienes Block によって表現された小数をたすとき，同じ大きさのBlock をまとめる行為が，小数の記号において同じ位の数をたすことに反映される。そして，加法を実行する前に「小数点をそろえる」という規則を導くだろう。

③ Elaborating Process

これは，既につくられている規則が分析され，また詳しく観察され，そして，その規則が新しいかまたはより複雑な課題の解決のために拡張される過程である。例えば,0.8×0.3 は，全数の乗法の規則そして小数点の右にある数を数えて小数点を打つという新しい規則を適用することによって解決される。また，新しい規則は，この例のような簡単な問題を通して，その規則を指示物の行為に関連づけることによって導入することができる。そのため，Developing Process を必要とする。また，この過程には，この規則が2.01612 ×64.913のような問題に適用され，一般化されることが含まれている。

④ Routinizing Process

これは，規則が記憶され，自動化される過程である。そのためには練習が必要とされ，これによって，規則が，殆ど努力なしで実行されることが可能になる。このような事例は多くの算数・数学の授業の中で見られるであろう。

⑤ Building Process

これは，記号や規則が，より抽象的な記号体系を構築するために指示物として使用される過程である。例えば，小数は体の指示物として考察されるだろう。小数の構文的体系は，体のすべての特性を満たしている。

(4) 概念的知識と手続き的知識を関連づけるための教授法

(2) では，問題解決過程において概念的知識と手続き的知識とを関連づける重要な場として３つのSiteを示し，(3)では，記号についての能力を生み出すために，この２つの知識を関連づける５つのProcess を示した。では，この３つのSiteと５つのProcess との間にはどのような関係があるのか。Hiebert,J.(1988) は，「この理論のSiteとProcess との間には，いくつかの併置関係があり，その３つのSiteは，５つのProcess を授業に導入する方法を考えるための一つの枠組みを与える。」と述べている。

"Site 1": Connecting Processの導入

"Site 1"は，問題解決における最初の場であり，問題が提示され，解釈されなければならない。ここに，Connecting Process を導入することによって，問題文の中の数と計算を示す記号が，生徒にとって有意味な指示物に関連づけられる。

"Site 2": Developing Processの導入

"Site 2"は，問題が解釈された後で，問題を解決するために手続きが選択され，問題に適用される場である。ここに，Developing Processが導入されることによって，指示物についての行為と記号についての操作とを関連づけることを可能にし，問題解決のための手続きを生み出し，それをこの問題に適用できる。

"Site 3": Eloborating Process,Routinizing Process の導入

"Site 3"は，手続きが実行され，その結果，答えが得られる場である。ここでは，その答えである記号と適切な指示物との関連が要求される。そのために，まずEloborating Process が導入され，得られた答えが条件に適するか，合理的なものであるか確かめられる。また，Routinizing Process が導入され，手続きの能率的な実行が可能となる。

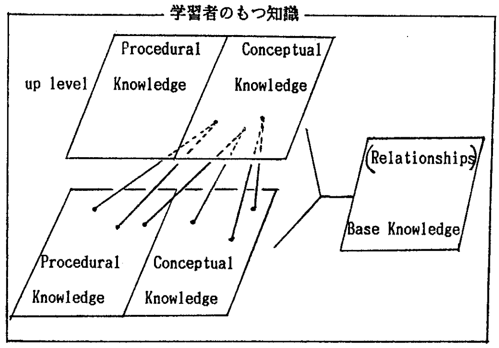
4.学習者モデルの構築と教授方略の具体化

(1) 学習者モデルの構築

Hiebert の知識論を手掛りとして，（図１）のような枠組みで学習者モデルを構築した。このモデルにおいて学習者のもつ知識は，概念的知識と手続き的知識に区別され，またそれらの構成要素は，手続き的知識としての記号(symbol)，規則(rule)あるいはアルゴリズム(algorithm) と，それに意味を与える概念的知識としての指示物(referent)，またこれらの要素間の関係(relationship)，また各要素どうしの関係より構成される。そして，この関係の構成には，ベース知識としての「メタ知識(meta-knowledge)」(Shimizu,K.(in press)) がある。

（図１）は，下の平面に描かれた低い水準の知識の各要素が，ある関係によって関連づけられて，上の平面に描かれたより高い水準の知識が構成されることを示している。また，そのような関係は，その右の平面に描かれたベース知識から生み出されることを示している。

さて，この学習者モデルによって問題解決のプロセスを考察すると，時系列をもって様々の関係が構成され，それによってより高い水準の知識が構成されると考えられる。



(図 1)　学習者モデルの枠組み

(2) 問題解決のプロセス・モデル

既に筆者(原田(1989)) は，学習者の「誤答(error)」を捉える枠組みとして，一つの問題解決のプロセス・モデルを構築した。このモデルによると，子どもの「誤答」は，次の過程を経て表出すると捉えられる。まず，問題が提示され，子どもが一定の知識と手続きとによってその問題を解き，ある誤った結果，即ち「誤答」が表出すると捉える。しかし，このような「誤答」は，子どもの認識の一側面を表出しているのに過ぎないのであり，逆に「正答」と見なされるものにも認識においては誤っているものが指摘できるのである。このような「正答」は"faceful correct" と呼ばれる。従って，子どもの表出した結果としての「誤答」のみから，「誤答」の根源を解明することは不可能であり，「誤答」や「正答」を含めた考察が要求される。そして，筆者は，「誤答」の根源として子どものmisconception に着目しなければならないことを指摘した。

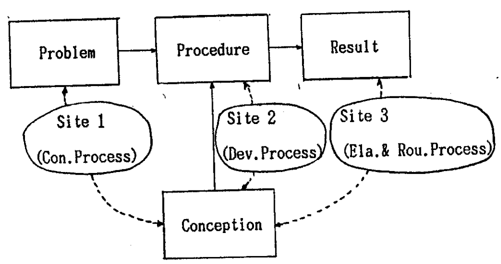
本研究において構築された学習者モデルに従うと，小数の計算におけいる子どものmisconception は，小数の意味としての概念的知識の欠如，さらに，概念的知識と手続き的知識との関連づけの欠如に起因していると考えられる。

(2) 教授方略の具体化

構築された学習者モデルと問題解決のプロセス・モデルとによって，教授方略が具体化される(図2)。まず，学習者に問題が提示される。ここで学習者は，その問題文の中の記号と指示物とを関連づけなければならない。例えば，小数の足し算の問題0.4＋0.32が提示されたならば，その記号0.4，＋，0.32とそれを意味する指示物と関連づけることが必要である。これは，"Site 1"の場で行われるのであり，関連が不十分な場合は,Connecting Process を導入する。

次に，その問題を解くために手続きが選択され，実行されなければならない。この手続きの選択は，それに関連する指示物の行為から導かれる。この小数の足し算では，「同じ単位のものをまとめる。」また「全数の足し算についての考え」から「小数点をそろえる」という規則や「筆算形式で行なう」というアルゴリズムが導かれる。これは,"Site 2" の場で行われるのであり，この関連が不十分な場合は，Developing Process を導入する。

さらに，この手続きの実行によって，答えが得られるが，その答えである記号は，どのような意味をもつものか確かめられなければならない。つまり，記号が指示物に関連づけられる必要がある。また，実行した手続きが合理的なものかどうかが確かめられなければならない。この小数の足し算では，得られた答えの記号の0.72が，指示物と関連づけられ，また，手続きが詳しく観察され，指示物の行為と関連づけられる必要がある。これは,"Site 3" の場で行われるのであり，この関連が不十分な場合は，Elaborating ProcessまたはRoutinizing Process を導入する。



(図 2) 問題解決のプロセス・モデルにおけるSiteの位置

5.結論と今後の課題

(1) Hiebert の知識論を手掛りとして(図1)のように学習者モデルを構築した。

(2) 今後，本研究で提案された学習者モデルに基づいてICAIのシステム開発を行なう。

(2) Hiebert の知識論は，小数の計算という狭い領域の教材知識を対象にしている。今後，他の領域にこのモデルを拡張する。

引用・参考文献

(1)Hiebert,J.& Wearne,D.(1985) A Model of Students' Decimal Computation Procedures, Cognition and Instruction 2, pp.175-205

(2)Hiebert,J.& Lefevre,P.(1986) Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics : An Introduction Analysis, In Hiebert,J.(Ed.) "Conceptual and Procedural Knowledge : The Case of Mathematics", LEA, pp.1-27

(3)Hiebert,J.& Wearne,D.(1986) Procedures Over Concepts : The acquisition of Decimal Number Knowledge, In Hiebert,J.(Ed.) "Conceptual and Procedural Knowledge : The Case of Mathematics", LEA, pp.199-223

(4)Hiebert,J. (1988) A Theory of Developing Competence with Written Mathematical Symbols, Educational Studies in Mathematics 19, pp.333-355

(5)Wearne,D.& Hiebert,J.(1988) A Cognitive Aproach to Meaningful Mathematics Instruction : Testing A Logical Theory Using Decimal Numbers, Journal of Research in Mathematics Education, Vol.19, No.5, pp.371-384

(6)Matz,M.(1980) Towards Computation Theory of Algebra Competence, Journal of Mathematics Behavior, Vol.3, No.1,pp.93-166

(7)Matz,M.(1982) Towards a Process Model for High School Algebra Errors, In Sleeman,D. & Brown,J.S.(Eds.)"Intelligent Tutoring System", Academic Press, pp.25-50

(8)Sleeman,D. & Brown,J.S."Intelligent Tutoring System", Academic Press, pp.1-11

(9)Shimizu,K.(in press) Some Thoughts on Solving Story Problem,No.4

(10)木村捨雄(1987)「知識習得における質的・構造的学習者モデルの構築と表現」，中山・木村・東原『コンピュータ支援の教育システム』東京書籍,pp.242-277

(11)原田耕平「学校数学における子どもの誤答に基づく教授法の理論的研究―その基礎的研究―」筑波数学教育研究，第8号，pp.11-23

注記

(1) 手続き的知識および概念的知識についての区別は，以下で述べるHiebert,J.& Lefevre,P.(1986)の定義に従う。

(2) 木村捨雄(1987)にある表を筆者が加筆した。