

コンピュータ教育に関する電卓の役割

—電卓を数学教育にどう生かすか—

一松 信

東京電機大学理工学部

渡辺 信

東海大学海洋学部

学校教育の中にコンピュータ・パソコンが導入され、大きく教育が変化しようとしている。このような時代の中で、あえて電卓・プログラク電卓を使用する数学教育を試みてみたい。簡単な電卓から、パソコンの機能に近づくプログラム電卓まで、多くの機種が出ており、数学教育に利用することによって、いままで不足している創造性育成の教育が可能になる。パソコンは常に全員が使いたいときに使える環境になっていない。電卓は何時、何処でも自由に使える利点があり、電卓を使うことによって、如何に数学教育が変化するかを示す。海外の電卓の利用状況からも、日本でも電卓を使用できる数学教育を定着させ、創造力豊かな教育を試みたい。

THE ROLE OF CALCULATORS AND SUPERCALCULATORS IN MATHEMATICS LESSONS USING COMPUTER

Shin Hitotumatu

Tokyo Denki Univrsity

Isisaka Hatoyama-machi Hiki-gun Saitama-ken 350-03 JAPAN

Shin Watanabe

Tokai University

3-20-1 Orito Shimizu-chi Sizuoka-ken 424 JAPAN

Now we use computers for school education in Japan. And we wish we could use these computers every time, but we are restricted by time and place. This time, the calculators and supercalculators are improved every parts. So we must use the calculators for mathematics lessons. In the world, many pupils and students use calculators and try to creative knowledge and to find out problems of mathematics. We show them to think everythings for mathematical education. We hope that calculators use more.

1. はじめに

1992年3月25日と26日の2日間、プログラム電卓の教育利用を主題にして、大学で数学教育を行う先生方と強羅シンポジウムを開催した。簡単な電卓・プログラム電卓を用いて数学教育で何が出来るかを考えるとともに、将来の数学教育のあり方にも関わる会議になった。最近の潮流はパソコン・コンピュータを教育に利用する方向に動いているならば、電卓・プログラム電卓を大学の数学講義に持ち込もうとする今回のシンポジウムは、時代から取り残された回顧的な話題と思うかも知れない。しかし、現代の電卓の発展の素晴らしさを知ったならば、各自が自分の手の中に持てる電卓を教育に利用しない理由は解らなくなるはずである。電卓を用いた教育活動を具体化するための会議を持ちたいと考えながらも、パソコンの教育利用の研究が盛んであり、パソコンを学校に設置、導入することに一生懸命な時に、その機会を作り出すことは難しかった。数学教育に電卓を重視する雰囲気を見つけ出すことは困難な時代であり、電卓を積極的に活用する教育活動を見つけ出せないのが現状であった。電卓はパソコンに比べはなやかさ、グラフ表現に乏しくカラーでもない多くの欠点があることは認めても、小型・軽量であり値段も格段に安いもので、簡単に多くの人が持てる実用性がある。数学的な事柄を何でも気軽に組み込むことが可能であり、気軽に何処でも使えることは非常に便利なものである。将来、コンピュータを活用して教育する時代の中で、コンピュータを側面から支援するものとしての電卓のあり方を考えてみたい。特に最近のパソコンの教育利用の熱がやや冷めかけた状況のもとで、教育界がパソコン導入に困惑している面も現れ、根本から情報化時代の情報機器を積極的に利用する教育のあり方を再検討する必要があるこの時代に、全員が手元に持って、いつでも簡単に操作できる電卓活用を問題にしたい。そして、数学教育が抱える多くの問題点の解決を計り、数学を計算問題から解放し、数学を創り出すという新しい方向へと向く大きな原動力を見つけ出したい。シンポジウムの成果として参加者達は教育に電卓を利用してみようとする

意気込みと、具体的な教育での電卓利用の実践を試みるであろう。

2. 強羅シンポジウムとは

プログラム電卓の教育利用についての今回のシンポジウムの出発点は、昨年12月に行われた数学教育学会の冬季研究会にある。プログラム電卓を使うと多くの面白い数学を考えることが出来ることを示す数学者の姿は、BASIC数学等の連載記事に見られる。電卓を教育に使うことによって学生の数学に対する新しい接近の方法と学習効果を期待することが可能であることを教えてくれた。また、アメリカの教育事情の一部を紹介した報告では、ヒューレット・パッカード社のカリキュレーター（プログラム電卓）を学部基礎数学の教育に活用しはじめた動きが紹介された。大学生がプログラム電卓を持って講義に参加していることと、プログラム電卓利用を前提とした教科書が作成されていることの紹介であった。この二つの事柄は大学の数学講義でも電卓・プログラム電卓を使うことを考える必要性を示唆された。

今回の強羅シンポジウムでは藤田宏教授を中心とする「数学の会」のメンバーの中で「電卓」に興味を持つ先生方に集まって頂き、次の5つの話題から電卓の教育利用を考えることにした。

- A：電卓の役割について的一般論
- B：理工科系での電卓利用について
- C：文科系での電卓利用について
- D：小中高の電卓利用について
(カリキュラムを含めて)
- E：アメリカの教育事情について

特にアメリカの教育については実際に教科書を作成し、電卓を用いて講義を行っている Clemeson Univ. の数学者、D.R. La Torre 教授とヒューレット・パッカード社の教育技術担当の R.L. Brooks 氏の2名に数学教育にプログラム電卓を利用している具体的な内容をも含めた状況と将来の数学教育の動向予測を語ってもらった。シンポジウムでの発表内容についてはそのいくつかをBASIC数学

(1992年9月号からの連載)で別途詳しく報告される予定であるので、ここでは発表の概要を紹介したい。

3. 強羅シンポジウム の話題から

A: 電卓の役割についての一般論

藤田 宏教授 (明治大学) : 数学教育における電卓利用の理念と方法については、概念 (concepts) と事実 (facts) を考え、数学教育の目標を大局的な能力としてのコンピュータ・リテラシーと数学的リテラシーに置くことを強調された。

吉村啓教授 (慶応大学) : 実際に電卓を利用し教育機器の利用の面倒な点、不便、不足と、経験したものは習熟しなくてはならないと言う義務観が教師側にある教育の問題点。数学を考えるうえで不足している意識の指摘と紹介。

B: 文科系等での電卓利用について

横地清教授 (東海大学) : 空間教育のために山梨県、神奈川県等で先生方に立体製作を指導してきている。その過程は、初期条件を与え、電卓を用いて必要な数値を出し製作を行っていく。三面角に関する諸定理の証明もさせ自動車やコテージ、ランタン等を展開図を利用して作らせる。

飯高茂教授 (学習院大学) : 実際に文系の学生を相手に電卓を使用している講義の報告。電卓利用は公式を発見的に理解し、数を代入しての推測を行うことができる。リミットの問題・極限を求めるプログラムはつまらないので、なるべく素朴なものを対象に選ぶことにする。

C: 理工科系での電卓利用について

一松信教授 (東京電機大学) : 問題解決のためにカリキュレータを使うことが可能である。数学の講義の中で電卓を利用し予想の反例の発見が出来た。以前から試験に電卓を利用し持ち込みを許可している。

竹之内備教授 (大阪国際大学) : 理工系の教育における電卓の活用 (数学科の学生は除外しての議論) で、数学に興味を持つ対象を積極的に扱いたい。立方根3はいくつ位かなど現在の教育では欠けている。行列の対角化に電卓を使った例では、計算の過程を追う経験

が学生に必要でる。

渡辺信助教授 (東海大学) : 試験に電卓持ち込みを認めた時の学生の反応は驚きであった。πの値を級数展開を使って求めるてみると、数学の発展の方向の理由が学生にも見えてくる。数学の創造の面に電卓が使えることを示す。

古宮修氏 (現代数学社) : 学生時代からの数学との関わりを披露された後、現在の編集の仕事で遭遇する種々のクレーム (数値計算に関する) へ対処する必要性から、パソコン、電卓を利用するようになったこと、その便利 (特にYHPの製品) などについて。

D: 小中高の電卓利用について (カリキュラムを含む)

正田実教授 (滋賀大学) : 電卓を公用語にしたことに関わる苦勞を中心に述べられた。新指導要領では、体験活動を通して学ぶということが強調されており、コンピュータ、電卓の活用をもっと積極的にはかっていく必要がある。

瀬沼花子氏 (国立教育研究所) : 欧米における電卓を利用した算数・数学の授業とワークショップにみる電卓の役割についての紹介。数学教育における電卓の利用に関するアメリカ・イギリスの現況と今後の日本のあり方の概要。

清水克彦氏 (国立教育研究所) : 調査によると、子ども達がテストで電卓を使わなくても不便ではないと言うアンケート結果が出ている。しかし計算力はあるが思考する問題には弱いと言う一面が見られる。

E: アメリカの教育事情について (次の節で扱う)

R.L. Brooks氏 (ヒューレット・パッカード社)

: 教育現場における電卓利用の傾向は著しい。会社では大学レベルの教育利用について支援をしてきた。今後、電卓利用はますます増加する方向にあるアメリカの状況を電卓を生産する側から指摘した。

瀬沼花子氏 (国立教育研究所) : D小中高の電卓利用について参照。

4. 海外の電卓利用 - 積極的な電卓利用

1989年、数学教育国際会議ICME-6のコンピュータと数学教育の部門で、パソコンに機能が近づき

つつあるプログラム電卓の存在を示し、今後の数学教育に使われるであろうと予測した数学者に対して、会議に出ていた数学教育の研究者は一様に冷やかな態度であった。その後、海外での電卓利用について新しい情報を得たのは、1991年7月にオーストラリアの数学教育研究家Bell教授の来日であった。相模原市立淵野辺小学校のコンピュータ教育活動を視察し、先生方と懇談をした時に電卓の話題がでてきた。オーストラリアではパソコン教室はないが、日本のパソコン教室に似ているものとして、電卓教室があるという。オーストラリアの小学校では学年に合わせた電卓を用意し、計算を電卓にやらせることを試みている。電卓教室は数々所有り、自由に使えるようになっている。一週間に一回しかパソコンを使えない利用方法に疑問を投げかけた。電卓の利用については、多くの問題点があり今後解決すべきことはあるが、数学・算数の授業によって行いたいことは問題解決であり、計算のみを目標にするのではないという指摘は興味があった。

パソコンだけではなく、電卓が威力を発揮することは海外での実験で明らかになってきている。このような教育活動の現状は、国立教育研究所の瀬沼氏の報告にもみられ、小学校の算数授業では活発化していることが解る。パソコンがないことが電卓に向かう原因になっているかも知れない。

我々が今回のシンポジウムで問題にしたかった、大学の数学教育における電卓利用についての情報をもたらしたのは、ヒューレット・パッカード社のR.L. Brooks氏であった。パソコンを用いて数学の講義をすることは行われていても、電卓を積極的に利用することを前提にしている講義は少ない。電卓を積極的に活用し数学教育が軌道に乗っている大学の存在を示し、今後もより一層電卓利用が活発化することを断言し、D.R. La Torre教授(Clemeson Univ.)を紹介してくれた。D.R. La Torre教授は5年前から学部学生のためのプログラム電卓利用の数学教育についての責任者として、現在のポストを得、電卓を用いることを前提とした数学教育を実施することを試み、学生を指導し教科書を作成している。現在、アメリカ社会では理科系の学力低下を問題視し、2001年までに数学、物理などの教育に関して世界

1位に成ろうとし、微積分の改善を初めとする教育改革と動きと技術と科学の基礎に関する問題点の解消を背景にして積極的に電卓を利用する教育を推進している。現在の講義は学生に4つのコース(一変数の微積分、多変数の微積分、微分方程式、線形代数)を必修としている。理科、文科を問わず全ての学生を相手に、数学の講義は電卓を利用することによって、計算の負担軽減・概念にフォーカスを与えること・発見学習の促進・現実的状況を教えること・演算の一面を見せること・講義に対する学生の積極的参加・数学をダイナミックな分野として把握する手助け・分析の機能を学生に見せること等を必要と考えている。学生はカリキュレータ(電卓)を使って自分で数学を創造した意識を持つことが出来るような教育活動を作り出すことを研究し、実践している。電卓を利用することによって、数学の講義に対する電卓の有効性として考えられていることを教科書では次のように述べている。

- (1) 計算からの解放は概念と理論をより重視できる
- (2) 数学の目標を探索と発見の方向に向ける
- (3) 数学を楽しく実用性に富むものに出来る
- (4) 計算の方法論を考えられる
- (5) 数学の論証にも生かせる

数学が作られた知識の体系を追うだけではなく、自分で創り出すことによってよりよく理解させたいことを考えていると思われる点は、今後の日本の数学教育にも大きな影響を及ぼすことになるであろう。

5. 日本の電卓利用—何故電卓は日本に根づかないか

(1) 学校教育で使われない電卓

現在、日本の学校教育では電卓を如何に使用しているであろうか。学校で使われるものは教科書とノート、黒板を用いての一斉教育がなされる。この方法はほとんど変化がみられない。学校教育の数学教育で「道具」を使うことは非常に消極的である。しかし、今日パソコンの導入が決まり、都立高等学校にはすでに各校50台のパソコンが教育活動の一貫に組み込まれている。教育課程の改訂があり、各学校でパソコン教育が始まる。このような状況のもとで電卓は教育には必要ない

ものとして扱われている。プログラム電卓が発売され約1万円で購入可能になったとき、現在のパソコンのように学校教育に使ってみようとする雰囲気は生まれた。完全に使われることなく絶ち消えたことがあった。現在でも日本の数学教育ではパソコンを含めて電卓の使用に非常に消極的である。数学教育は計算に重点を置き、計算が出来ることを重視している。すべての計算を電卓で置き換えることが可能になっても、電卓を使う試みは教育現場からは起こらない。各学校でのパソコン・電卓についての動きを見ておく。

小学校の場合：小学校の低学年では和・差の計算練習をして計算の概念を把握させることを教育する。そのためには電卓は不必要である以上に、使ってはいけないものとして指導する。ソロバンは用いられるが電卓が入らない。自然数の和の計算では「指」を使うこともしない。計算に指を使う子供達には指を使わせない指導をして、暗算として計算が出来るようにする。ほとんどすべての子供達が計算が出来るようになることはすばらしいが、計算をすることに慣れたら、電卓を使用してもよいのではなからうか。電卓を使う教育が禁止されていることもなさそうである。特に、今回の学習指導要領の改訂ではコンピュータとともに、電卓は小学校5年以降において適宜使用が認められている。

中学校：文字が出てきて、簡単な電卓では計算が出来なくなってきた。しかし、中学生にも普通の数字の計算に電卓を使わせないで教育する。生徒は家庭では電卓を十分に使いこなせる。宿題の中の計算は電卓のボタンを押してしまう。しかし、学校教育では電卓を使わせないことは、高校入試の数学を含めてすべての教科で、計算は電卓不可になっている。電卓があれば、試験問題にならないものが出題されている。電子手帳として電卓機能を持った精度の高い機種を多くの生徒が持っても計算用には使わない。パソコン導入は技術家庭の教科内容となり、数学に対してパソコン利用を積極的に義務付けなかったことは残念である。

高校：高校段階にきて電卓を知らない生徒はいない。しかし、学校教育では使用している科目はなく、特に全員に購入させることを義務付けることもない。大学の入学試験に電卓使用不可能なことが教育に影響しているのではなからうか。ほとんど全員が持っていて、

簡単に使える電卓を教育の外に置いてしまう現在の教育内容に問題はないのであろうか。新しいカリキュラムでは数学の選択の中に計算機が入ってきたことは大いに評価してよい。

大学：入学試験に左右されずに教育をすることができることは、高校までの教育の壁を取り払うことが出来ている。パソコン・電卓を大学の数学教育で利用しないのは、抽象的であり理論的な内容であり利用する場所がないと考えている。しかし、データ処理、実験結果の整理など学生はほとんど全ての計算を電卓で行っている。数学の授業では電卓を持ってこなくてもいい。微分積分学の授業の中で、 $\sin X$ で $X = 1$ の値が欲しかったとき、60人の教室の中で電卓を持っていた学生は1名だけであり、その唯一の学生も X の単位をラジアンにする方法を理解していなかった。電卓の持つ多くの関数機能は使えない。学生は物理の授業・実験には電卓は必要であっても、数学には電卓を持ってこなくてもいいと思込んでいる。

生徒・学生が電卓を使おうとしないことは学生の責任なのではなく、学校教育が電卓を使わずに授業、講義が行えるようになってきている為である。現在の知識を学ぶ教育形態では電卓が不必要に教育がなっているといえる。この知識を学ぶことで最も重要なことは、計算力を身に付けることである。数学の評価を計算力で計ることが最も簡単なこととして用いられている。学校教育が計算することを重視することは自分で紙に書いて計算をすることであって、電卓にさせることではない。数学は計算が出来るようになることであらうか。学生・生徒の電卓に関する考え方は、学校の姿勢がそのまま反映されている。めんどくさい筆算に対して学生・生徒は不必要と答えることを期待していたが、予想に反して筆算が必要と考える中高生が多かった。数学教師は筆算を高く評価して電卓等を授業中に使わせない。

(2) 日本では電卓は使われていないのか

学校教育での利用が乏しいことに反して、社会の中での電卓の利用は便利さから非常に多くの場所で使われている。特に、簡単な計算に対しては、毎日の買物のレジでの計算に見られる。電卓を自分では使わなく

ても店員の計算を信用する。以前と比べると電卓の結果を疑う人達は非常に少なくなった。電卓が示す結果を信用する人々が90%に近いことは現代の文明社会の象徴的数字である。電卓以上にコンピュータが示す結果にほとんど全員が信頼している。しかし、ここでも自分で実際に手を動かして使うものはない。海外旅行の荷物の中に電卓を入れて行って、買物の時のお金の換算に使う姿は日本人の一つの姿になっている。

社会の中で最も電卓を用いているものは技術者ではなかろうか。大学を卒業するときには電卓を使う雰囲気になかったにも関わらず、会社での仕事では電卓を使っている。学校と企業との差は人の活動の面からみて大きな差がある。学校の受身の姿勢から、会社での自分の仕事を行うことが違っている。以前では技術者は計算尺をポケットに入れて、すぐに計算をしていた。計算尺から電卓に代わり、仕事上ですぐに電卓を取り出して使う。実際に自分の仕事を持って活躍するときに、電卓は手放せなくなっている。大学を卒業するまでは電卓を使わなかった学生が、企業で働く者となって電卓を最も利用しているのではなかろうか。学校教育では使う場所を知らなかった学生が、社会に出て会社の中での仕事に積極的に電卓を使っている。この違いを検討することによって電卓を学校教育に根付かせる方法が見つけ出せる可能性がある。

7. 数学教育に電卓を用いる

(1) 電卓使用を期待する「課題学習」

今回改訂される、学習指導要領の最大の特徴は学ぶことから、自分で作ることへの変換であると言われている。中学校には「課題学習」が2-3年生に実施される。数学教育が思考実験を試み、数理的な考察処理を体得させ、創造性豊かな教育を目指している。生徒の主体的な活動が要求され、数学的な見方、考え方の育成を考えている。今までの覚えるに重点を置いた教育からの大きな変換がある。また、コンピュータ導入により、いままで扱えなかった数学教材が生徒の手で実際に見ることも可能になる。考える過程に表れる計算に付いては電卓を用いて、結果を早く知ることが出

来る。学校教育がコンピュータを使うことを意識して改革がなされるときに、一人一人が持ち歩くことが出来、多くの機能をもったプログラム電卓が見直されるのではなかろうか。オーストラリアにおける数学教育ではパソコン教室ではなく、電卓教室を作って生徒が電卓で教育を受けている。経済性的問題もあるが、現在のプログラム電卓が到達している技術は学校教育を改革する威力をもっている。教科書にある問題の70%以上はプログラム電卓で解決してしまう。因数分解、微分積分の計算など教科書の問題を改める必要がある。概念を理解するために、ブラック・ボックスを嫌う傾向があったが、概念理解、抽象性理解と共に、自分から発見する教育があったとき、考える道具としてのプログラム電卓は必要性が増す。数学の教育が『解決の手段が試行錯誤であり、問題も自分で発見、作成しなくてはならない。問題ができて解決方法はまったく判らない。自分の知っていることを用いることが必要である。問題を解くことは解法を真似して解くのではない。いくつかの前提条件をもとにして試行錯誤を繰り返し、帰納的な方法を重視し、電卓・パソコンを用いて自分の考えたことを実験し、創造的活動の過程を大切にしたい。』となったとき、生徒・学生が自分で考え、自分で行動することになって、電卓が手放せなくなるのではなかろうか。このような教育を受けてきた生徒が大学生となったときに、今までとは違う数学教育を作り出す素地を持つことになるであろう。数学を創ることを当然の活動と見なすとき、創造性育成の教育の可能性が増してくる。

(2) 電卓使用=級数展開に興味を持つ

簡単な極限計算とロピタルの定理に級数を用いることから、級数展開に興味を持ったとき、つぎに級数展開の応用を試みるてみたいことであつた。超越関数の近似計算は如何にして可能かということは、すぐに級数展開に結び付けられる。また電卓が三角関数や対数関数の値をどのような方法で計算しているかも、「もしかしたら」という前提のもとで級数展開に関係がありそうだということに考え付く。電卓計算がマクローリン級数展開を用いているらしいことが解って、今まで余りにしていなかったことが、非常に面白いことと

して見えるようになる。おそらく三角関数の値も級数展開を用いて12桁まで求めて四捨五入しているであろう。教科書に書いてあることだけを学ぶのではなく、自分で気が付いた問題として、また、疑問に思ったことを確かめてみようとする試みが電卓を取り出すことになる。(計算にはHP48SXを使用した)

$$\sin x = x - 1/6 x^3 + 1/120 x^5 - 1/5040 x^7 + \dots$$

この級数展開を利用して、三角関数の値を近似計算してみる。初めのいくつかの項を計算して電卓の計算がこの式を用いていることに気付く。

$$\sin 1 = .841470984808$$

級数展開を用いて、初めのいくつかの項を計算すると、近似値と誤差が求まる。

$\sin 1 \approx 1$	x の項まで計算
$\approx .833333333333$	x^3
$\approx .841666666666$	x^5
$\approx .84168253968$	x^7
$\approx .8414710097$	x^9
$\approx .841470984648$	x^{13}
$\approx .841470984809$	x^{15}

電卓の中での計算方法は知らないままで、電卓を計算の道具として利用しているが、中での計算方法に疑問を持たなかったならば、電卓を利用する場はない。数学は計算をしなくて理論で理解しようとする。計算が面倒なことから、電卓がなければ確かめられないものが多い。しかし、現在、技術力の進歩は考える補助としての道具を身近かに用意してくれている。今後、学校教育でも電卓が重要視されるようになるのではなかろうか。

(3) 試験問題に電卓を利用

電卓利用の消極的な理由は、入学試験での使用が認められていないことであることを指摘した。試験で電卓使用が可能であれば、数学教育の中での電卓の価値が上がるであろう。また、現在の数学が計算重視をしていて、試験問題の多くが計算力の確認になっているが、電卓利用は試験の問題の形式にも大きな変化を及ぼすことになる。試験を計算問題の演習にしたいくない、試験を暗記問題としたいくないと考えるならば、電卓を試験中に利用可能とすることを考えるとよい。数学の

問題で電卓使用可能でも、試験問題になるものを創ることが、受ける学生にとっては、創造性育成として利用することになる。創造という活動が考えることを基本にしているならば、講義を受ける以上に考える場として電卓使用の試験の時間がある。試験が終っても考えることの楽しさを体得できれば、電卓の価値は高い。現在の試験問題は計算中心になりすぎる。問題作成が簡単なことと、講義の中で数学は計算が出来るようになることの訓練をしていることから当然のことかも知れない。しかし、現在の社会の方向は情報化時代であり、機械の発展はすばらしい。この社会の生み出した物を利用してはいけないという理由はない。プログラム電卓もよいが、初めて使用する場合は四則演算が出来て平方根が求められる簡単な電卓を利用することもよい。このような簡単な電卓であるならば全員が持っていることは物理実験のデータ整理とレポート作成を見ていると、全員が電卓を用いて計算をしていることから解る。物理を初めとして多くの工学的科目が電卓使用可能で数学だけが使用不可という現在の状況は数学とは計算訓練の科目であると思込んでいるのではなかろうか。また、試験の問題は暗記の勝負であるということを改めて、必要な公式を与えることにする。公式を電卓に覚え込ませてくる学生もいるかも知れない。いまの電卓は非常に多くことが可能である。

(4) 電卓による思考の発展性

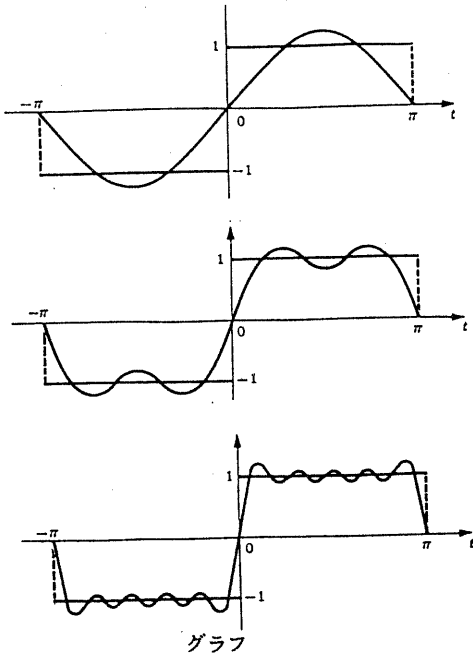
円周率 π の値の近似値を求めることの大変さを知ることによって、現在は π の値をいかにしてコンピュータに計算させているのかを調べてみたいという動機付けにしたい。微分の応用としてのマクローリン級数展開を用いてオイラー数 $e = 2.7\cdots$ と円周率 $\pi = 3.14\cdots$ を求めることを簡単に触れたなら、積分の応用としてフーリエ級数を利用した電卓利用の問題として、面積から円周率 π を近似する方法を扱いたい。最も簡単な例題として扱われるのが、次の関数のフーリエ級数展開であろう。

問題

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < \pi \\ -1 & \pi < x < 2\pi \end{cases} \quad \text{フーリエ級数}$$

フーリエ級数の結果が $y = f(x)$ のグラフと非常に

よく似ていることをプログラム電卓の画面がグラフを示せるようになり、簡単に眼でみることが可能になった。今までの授業ではグラフを書くことは不可能に近



く、フーリエ級数の誤差が小さいことを知ることはめんどくさい計算が必要であった。眼でみた2つの関数の似ていることを実際にみる事が出来ることを生かすことは出来ないであろうか。プログラム電卓には関数のグラフが重ねられて表せる。グラフを見て π の近似値が面積によって求められることに気付いたとき、実際に計算してみようとする、自分で進んで何かをやってみる訓練が必要である。円周率 π の値が正確に3.14であると思っている学生はいない。しかし、この値を如何にして求めたら良いかを知っている学生は皆無であった。既に与えられた数値を覚えていて、なぜ π の近似値が3.14かを知ろうとしない。

例1. マクローリン級数展開の利用

$y = \tan^{-1}x$ のマクローリン級数展開

$$= x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

$x=1$ を代入すると、 $\pi = 4 * \tan^{-1}1$ より

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right)$$

として求める方法である。この方法では効率が悪いことは良く知られている。しかし、どのくらい効率が悪いかを学生が自ら確かめることはしない。電卓を数学の授業で使用しないためでもある。数学の授業ではこの方法で π の値が確実に求められることの確認で終る。後は計算をすれば良いと放置するところが数学らしい。多くの項まで計算しても正確な値には遠い。この効率の悪さを改良するために、いままで考えられてきた数学の結果を探することは簡単に手にはいるが、フーリエ級数展開をしてグラフを描いた結果を用いてみる方法に挑戦することも興味深いと思わせたい。電卓が手元にあることは、その電卓を使って、面倒くさくてやりたくないことでも試みることが可能になっている。

例2. フーリエ級数展開の面積を利用して近似値 π の値を求める。

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sin x + \frac{4}{3\pi} \sin 3x + \frac{4}{5\pi} \sin 5x + \dots$$

この両辺を0から π まで定積分することによって、面積 π が求められる。

$$\pi = \frac{4}{\pi} \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{7} + \dots \right)$$

$$\pi^2 = 8 \left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \frac{1}{81} + \dots \right)$$

(注意) 例2で $X = \frac{\pi}{2}$ を代入すると例1になる。

マクローリン級数展開 (例1)

第1項まで	$\pi = 4$
第2項まで	$\pi = 2.667$
第3項まで	$\pi = 3.467$
第7項まで	$\pi = 3.284$
第8項まで	$\pi = 3.017$
第9項まで	$\pi = 3.252$
第21項まで	$\pi = 3.189$
第22項まで	$\pi = 3.096$
第23項まで	$\pi = 3.185$

フーリエ級数展開 (例2)

第1項まで	$\pi = 2.828$
第2項まで	$\pi = 2.973$
第3項まで	$\pi = 2.981$

第7項まで $\pi=3.095$

第8項まで $\pi=3.101$

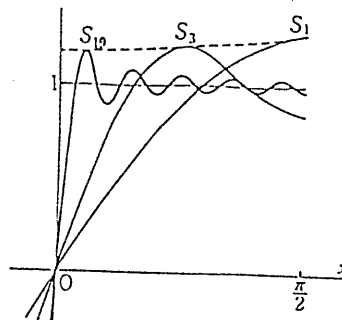
効率調査

この効率調査をすることによって、円周率 π の値をより正確に、より早く求める方法を探してみようとする発展を期待したい。与えられたものを、与えられた通りに覚えるだけではなく、自分から進んで次を探しだせることは、学問に楽しみが出てくる。電卓が楽しむことに大いに貢献出来ることを示している。円周率 π の値に対して、現在では、効率よく精度を上げることが競争され、コンピュータの威力を計ることに π の計算は用いられている。何故、級数展開で π の近似値を求めることは良くないかを体験的に理解したときに、如何にしたら早く、正確な π の近似値を求めるかを考えてみたくなる。計算だけが数学であれば、数学が扱うことは何か見当がつかない。効率の悪さを体験していなければ、めんどくさい式を考えられた理由はわからないであろう。計算をすることは、手元にあるパソコン、プログラム電卓、電卓に任せてしまったときに、我々に残ってくるものは何かを問うことが出来る。ここで厳密な連続性のような数学的論理性が問われたならば、数学理論を追う必要もあるが、初めから高級なこと、抽象的なことは問題になっていない。如何にして計算を電卓・パソコンにやらせるかの方が問題である。数学という学問が知識を覚えることに留まらず、新しいものを創り出していくという活動と如何にして結びつけられるかを考えるとき、実際に自分の手で体験することによって、問題発見につながる。この問題発見のためには数学の授業で電卓を使うことによって可能なるものがある。実際に見ることが抽象化されたものを具体化して見せるのではなからうか。

(5) 収束の問題を眼でみると

フーリエ級数による円周率 π の近似値を求めることに対して、収束の問題があり危険性を含んでいることを、電卓のグラフは図解して見せてくれる。関数の不連続点の近くでの収束はかなり遅い。前の例2。フーリエ級数展開の面積を利用して近似値 π の値を求めることは、 $X=0$ の付近の山の高さは次第に左により、

幅も狭くなるが山の高さは低くならない。項が増加するにしたがって、最高点は1に収束するのではなく、1.1789……に収束することが証明できている。その様子を電卓のグラフがはっきりと示しており、何か不思議な現象になっていそうだという問題を発見できる可能性がある。フーリエ級数のギブス現象として、数学では既に解決しているが、実際にグラフを見ると問題の所在がはっきりとする。



ギブス現象を示すグラフ

電卓を使用しないときには、学生に対して説明も困難な箇所であったが、実際に眼で見えることは、数学の抽象性に対する取り組み方にも変化がみられるのではなからうか。学生が問題を発見していくことも電卓を使用していくことによって、予想外な面白いことを見つけられるようになるであろう。電卓を利用した数学教育を行うことによって、数学とは何かを考える機会が与えられるであろう。

8. 電卓に期待できること

パソコンを簡単に使用できる時代になって、電卓は教育の場から消え失せていったように感じる面もあったが、簡単な電卓でも手元にあれば、非常に効果的に利用できることを知った。学校教育において、また数学教育において、学生に何をやらせてみたいかが問われているのではなからうか。小学校の算数の時代から数学を扱う現在の学校教育において、数学という教科が目指すものは何かという問題は、多くの人々が考え検討してきた話題であろう。「数学の学力=計算力」

として簡単に解決しているとも考えられる。しかし、この疑問に対してきちんとした解答が得られないままに、教育現場は動いているのではなからうか。数学を学ぶことが「なぜ大切なのか」を問う学生がいても、教員の側では安易に考えているのではなからうか。入学試験のため、自然科学の道具としての数学、多くの学問が必要とする準備としての数学に寄り掛かっている。これらの立場を否定することは、数学の理論の論理的構築を徹底して吟味することを強調することによって、近寄り難い数学を教えることが正しいと考える立場が生じる。数学という学問を教育して、何を学生にやらせたいのかを問う必要性を感じる。数学の評価の段階でもこの考え方は、道具としての数学に力点を置けば、計算力が数学の力と考えるし、数学理論をとれば、定理とその証明を徹底して覚えるという暗記力に落ち込んでいく。数学の力の評価は数学計算力によって計るのが最も簡単と考えている姿は試験問題に現れていると思う。一つの例として、フーリエ級数を計算をすることが数学の課題の中に入っている。周期関数を与えて、そのフーリエ級数を求めることは、積分の計算と三角関数を理解していれば可能である。数学科がおこなう基礎的な数学(1, 2年生)の講義では、計算力をつけ、訓練することで終わっている。このフーリエ級数を使って、数学とは何かを考えてみたい。しかし、残念ながら数学が計算の訓練の段階を抜けられないのが現状である。そこで、数学の教育目標を創造性育成として考え、数学の発見的な創造活動を経験的に身につけさせたい。そのために、大いにパソコンを利用することを進めるが、手元に簡単に備え付けられる電卓によって、誰もが使えるものを生かして、考えてみることは必要なことであると思う。パソコンの時代に、パソコンを補う物として電卓を考えたが、もっと価値を高めて全員がプログラム電卓を持って、人の考えを補助するものとして考えていきたい。電卓といえども、パソコンに負けない効力を発揮すると思う。

9. 参考文献

(1) 綾部光男 HP48SX基礎講座 BASIC 数学

- 1991.9-連載中
- (2) 金田 康正 π のはなし 東京図書 1991
 - (3) 相模原市淵野辺小学校 学習指導の研究1992
 - (4) 正田 實 学習指導要領の展開 明治図書1990
 - (5) 数学教育学会冬季研究会研究紀要
-特集 プログラム電卓- 1991
 - (6) 瀬沼花子 第69回NCTM年会見聞記 1991
 - (7) 竹之内 脩 プログラム電卓による微積分入門
BASIC数学 1990.7-1991.12 連載
 - (8) 一松 信 教室に電卓を! 第I II III巻 海鳴社 1980,
1981,1985
 - (9) 一松 信 解析学序説 下巻 裳華房 昭和57年
 - (10) 一松 信 訳 (ヘンリチ) ポケット電卓による数値計算 現代数学社 1978
 - (11) 堀場 芳数 円周率 π の不思議 講談社 1989
 - (12) D.R.LaTorre Using Graphing Calculator to Enhance the Teaching and Learning of Linear Algebra To Appear In An MAA Note
 - (13) D.R.LaTorre Calculator Enhancement in Linear Algebra Clemson Univ. 1992
 - (14) 横地 清 プログラム電卓の意義と効用 現代算数・数学講座 No.4 P.215-271 ぎょうせい 1982
 - (15) 渡辺 信 判断・認識・創造性-あなたは何を信じますか-コンピュータと電卓と權威と 数学教育学会研究紀要 Vol.30 No.1,2 P.51-59 1990
 - (16) 渡辺 信 実験的に理解する数学 数学教育学会春季年会紀要 p.129-132 1992
 - (17) 渡辺 信 電卓と数学教育の可能性 東海大学基礎数学談話会 1992