

初等力学を対象とした作図の診断システム

小出 誠, 平嶋 宗, 柏原昭博, 豊田順一
大阪大学産業科学研究所

従来の力学学習支援システムでは学習者の立式のみから学習者の状態を推定していた。しかしながら、力学の問題解決過程では学習者は立式前に作図を行うのが普通である。本研究ではその作図の重要性に着目し、作図と立式の両方を総合的に診断することのできる力学学習支援システムを作成した。本来個々の学習者に依存し暗黙的な表現を含む作図を、その暗黙的な部分も明示的に記述させるツールを提供することで学習者の作図情報を学習者個々に依存しない形式で獲得する。作図および立式の診断はオーバーレイモデルを用いて行われ、またその結果に基づく指導は作図上および、式と作図の対応をとりながら行われる。

Diagram Diagnosing for Elementary Mechanics Problems

Makoto Koide, Tsukasa Hirashima, Akihiro Kashihara, Jun'ichi Toyoda
Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka University

We have implemented ITS for elementary mechanics problems, which makes it possible to interact through diagrams that learners draw for solving the problems. In order to recognize their diagrams which are originally described by different ways that depend on each learner, this system requires learners to explicitly express their implicit ideas on their diagram. Correct diagrams are also expressed into node-link representation. This system diagnoses learner's diagrams by matching the correct diagrams. This is a diagnosis method with over-lay model. Based on the result, the system guides learners to complete their diagrams.

1. はじめに

本研究は力学を対象としたITSの高度化を目的として、学習者の行った作図の診断を実現したものである。

一般にITS (Intelligent Tutoring System) において的確な学習指導を行うためには、学習者の状態をできるだけ正確に診断することが求められる。より質の高い診断を行うためには、より多くの情報を学習者から引き出すことが重要になるといわれている [Self 94]。力学のドメインに話を移してみると、初等力学の学習者は問題演習の際に作図と立式を行っており、立式だけではなく作図もその診断対象とする方が良い診断結果が得られる。その理由を以下に2つ挙げる。

(1) 学習者の立式が作図に基づいていることから、作図情報は式情報だけよりも情報量が多く、式だけでは正確には特定できない誤りが、作図を見ることによって特定でき、細かな診断を行うことができる。

(2) 学習者は作図をしてから立式することから、学習者が途中まで作図をしておきながら立式できない場合があるが、このような場合でも、その途中までの作図情報をもとに診断・指導できる。

また、作図を診断した方が情報が多くなるというだけでなく、作図過程自体が力学の学習過程において重要な役割を果たしており [Anzai 89], そ

重力		垂直抗力		加速度	
ブロック内部	24	N1	12	a1	2
そのうち、ほぼ重心から	16	N2	5	a2	7
その他	3	N3	8	a3	2
計	27	計	25	計	11

張力		垂直抗力		加速度	
T1	30	N1	12	a1	2
T2	9	N2	5	a2	7
T3	16	N3	8	a3	2
T4	2	計	25	計	11
計	57				

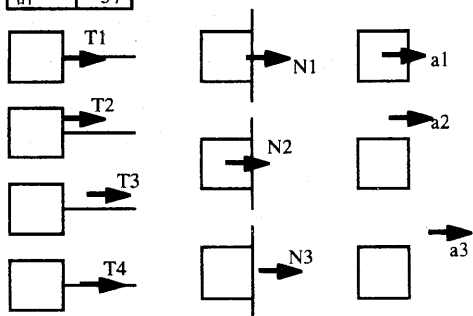


図1. 矢印の始点位置

の作図過程自体を支援するためにも作図診断は不可欠である。

さらには、学習者の作図を学習者-計算機間のインタフェースとすることにより、学習者の作図情報をシステムが取り込むだけではなく、その診断結果を学習者の作図画面上で指導することができ、式や文章の形式のみで提示するよりも学習者にとって理解しやすい指導の実現が期待できる。

しかしながら、学習者の作図は基本的には学習者個々に依存した表現であり、それをシステムが認識するのは困難である。本研究では作図における学習者間の個人差という作図診断の問題点をどのように解消し、どのような手法によって計算機システムが学習者の作図と立式を診断・指導する機能を実現したのかについて紹介していく。ただし、本システムはブロックや滑車などの各物体が描かれた問題の図を見て、それらに対して作図・立式する段階を対象としており、問題文を読んでその問題の図を描く段階や、立てた式を解いたりする段階についてはサポートしていない。

2. 作図における個人差

ここでは、計算機による作図診断を実現する上

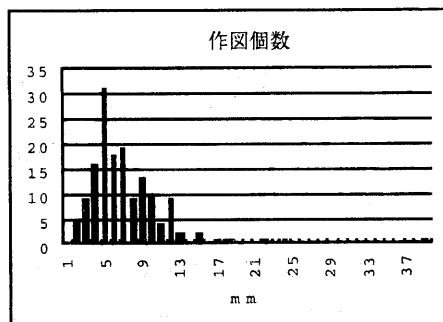


図2. 矢印の長さ

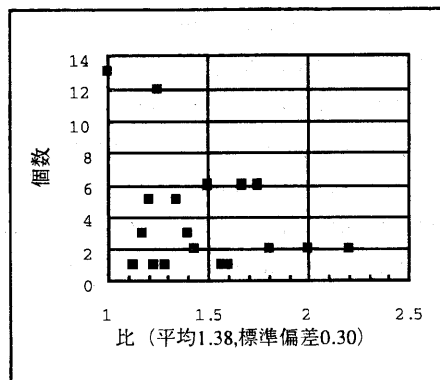


図3. 同じ大きさの力に対する矢印の長さ比

で問題となる作図手法の個人差について、その調査結果を紹介する。紙上での作図、特に力などの矢印について簡単な調査を実施した。被験者は23人の大学生、大学院生で、ある力学の演習問題を紙上で解いてもらいその作図を調べた。正解率は22%であり、データとしては正解した場合と不正解の場合の区別は行わなかった。分析の結果、矢印の方向（角度）についてはほぼ全員がある限定された方向に描いたとみなせるのに対して、矢印の長さ、始点位置などはかなりの個人差が見られた。それぞれ矢印の始点（図1）、長さ（図2）に関する調査結果を見ると、長さとは始点に関しては決まった作図手法というものがないことがわかる。長さに関して同じ大きさの力は同じ長さの矢印を描くはずだとも推測されるが、張力 T や垂直抗力 N といった大きさと同じ力について、その矢印2つの長さの比について調べた図3を見ると、前述の通りならばその長さの比はほぼ1になるはずなのに対して、実際の学習者では1.5以上の比率もかなり見られ、必ずしも学習者が力の大きさと矢印の長さに関連づけているわけではないことがわかる。これらの調査結果が学習者の作図手法には個人差があることを示しており、次章以降にその個人差という作図診断における問題点をどのように解決したかについて述べていく。

3. 学習者の作図・立式情報

3.1. 作図情報

学習者は問題で与えられている図に対して作図していく。図4に示したシステム上における学習者の作図手順を以下に説明していく。これから作図する各矢印の力、加速度などの分類をメニューで選択しておき、その矢印を図上に描画する。システムはその矢印を予め定められた方向（後述）に限定する。その描画の直後にシステムはその矢印がどの物体に対するものなのか（力であればどの物体にかかる力か）を学習者に図上で指定させる。そして、力であればその種類（重力、張力など）のメニューによる選択を要求する。

このような作図作業は学習者にとっては入力すべきことが多く、作業自体が負担になることが予想されるが、教育的観点から以下の2つの理由でこれらの制約が妥当なものであるとしている。

(1) この作図における各作業は力学問題を正しく解く上で意識しておくべき点を明示させていることに相当する。したがって、正しく問題を解く上では冗長な作業とはいえない。

(2) 学習者が作図をする際に暗黙的にしか意識していなかった内容を明示させることで自分の考えを改めて確認し自分の持っている知識を強化するという、外化による学習 [柏原 96] の効果がある。

これらの作業によって作成された図は全て座標などの数値を持たない、システムによって定義された記号で表現され、学習者個々の作図手法には依存しない情報として取り扱われる。システム内部にはこれらが図4Aのように4つの属性で構成される1つのノード（以降、作図ノードとする）で表現される。

- ・対象物体
- ・種類レベル1（力、加速度など）
- ・方向
- ・種類レベル2（重力、張力など）

学習者の作図情報を以上のような4属性で表現したのは以下の理由による。学習者の作図における行き詰まりは、作図できる、できないといったゼロイチの関係ではなく、曖昧なものである。例えば動摩擦力の矢印を作図する場合、その力が存在することに気付いていない段階の行き詰まりから、その力の存在は分かるけれども方向が誤っている行き詰まり、方向までは正しく理解している

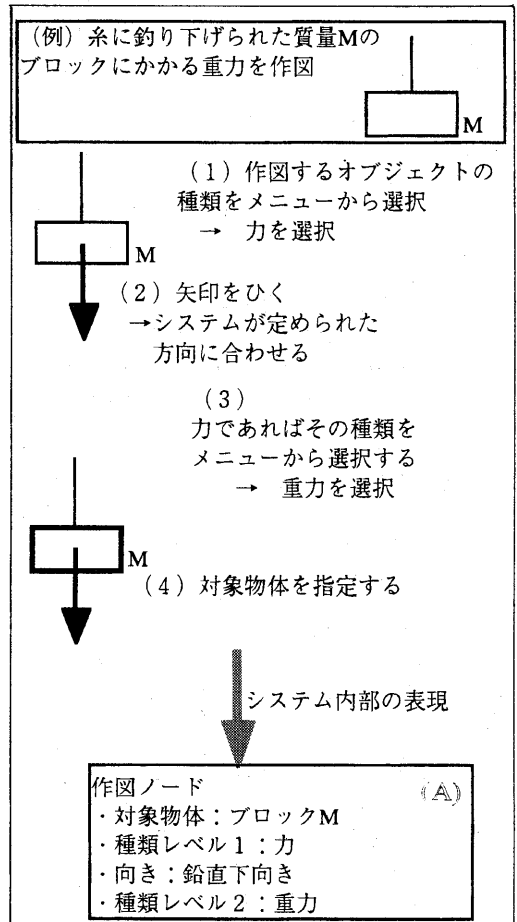


図4. 学習者の作図作業とそのシステム表現

がその力が動摩擦力であることを理解していない行き詰まり、さらには動摩擦力であることは理解しているが、その大きさが動摩擦係数と垂直抗力の積で関係づけられることが分からない行き詰まりなどがある。これらの曖昧で様々な行き詰まりを作図できる、できないの2つに分類し、作図できていなければその作図の内容全てを指導するという診断・指導方針では、学習者の行き詰まりに的確に対応することはできない。このような様々な学習者の行き詰まりを的確に診断するために、作図を前述の4属性で表現する。さらに、各作図間の関係付けは立式過程(3.2)で表現することとした。これによって、先の例で挙げたような様々な行き詰まりは、作図・立式作業によって各属性がどこまで正しく記入されているかによって表現される。様々な行き詰まりの間には、学習者にとってどちらが重大か、指導者としてはどちらを先に指導すべきか、といった順序関係が考えられる。本研究では各属性の情報が上記の順序(対象物体から種類レベル2まで)で作図上重要であると仮定し、診断・指導における優先順位とした。これを診断・指導にどのように用いたかについては、4.2に詳述する。

矢印の長さや始点の位置などの情報は2章の調査結果によって学習者間の個人差が大きいと考え、本システムでは学習者の作図情報として扱わない。方向に関しては、学習者の入力した矢印を限定された方向にフィッティングする事で記号化する。本システムでは限定する方向として、(1)鉛直・水平方向、(2)斜面を含む問題では、その斜面に平行・垂直方向、(3)糸があれば、その糸沿い方向、(4)滑車があれば、糸の中間の角度方向、の4種類を想定している。そして、学習者の入力した矢印がこれらの方向からある角度以内に当てはまればその方向にフィッティングし、この範囲に当てはまらない矢印は学習者に認識できないと伝えて、拒否する。本システムでは現在のところ、その角度を左右6°ずつに設定している。

3. 2. 立式情報

システム上における学習者の立式手順を図5に示す。まず学習者は公式をメニューから選択し、その公式が方向を持つ式(運動方程式など)であれば、その方向を指定する。その後、先程指定した公式中の各変数に相当する作図入力を作図画面上で指定していく。本システムにおいて式は矢印などの学習者の作図要素に対してそれらの互いの関係を示すものとして捉えており、作図されていない力などを含んだ立式が不可能になっている。以下にこの立式表現形式を採用した理由を3つ挙げる。(1) 3.1でも述べたように学習者に必要とされる作図を省略させず明示させることは学習の阻害要因とならず、学習効果がある。(2) 4章で詳

述するが、診断過程において、作図されていない要素が立式中に存在するとその式が正解の式と照合されなくなる。(3) テキスト表現の式から作図に関係づけていくには困難な複雑な式の解析が必要になり、元々学習者が作図しているのだからそれら同士を関係づけてもらった方が式の解釈が容易である。

この立式手順によって学習者の立式はシステム内部に以下のように表現される。

- ・公式(運動方程式 $ma=F$ など)と公式中の各変数(運動方程式の場合、 m, a, F)
- ・方向を必要とする公式(運動方程式など)で

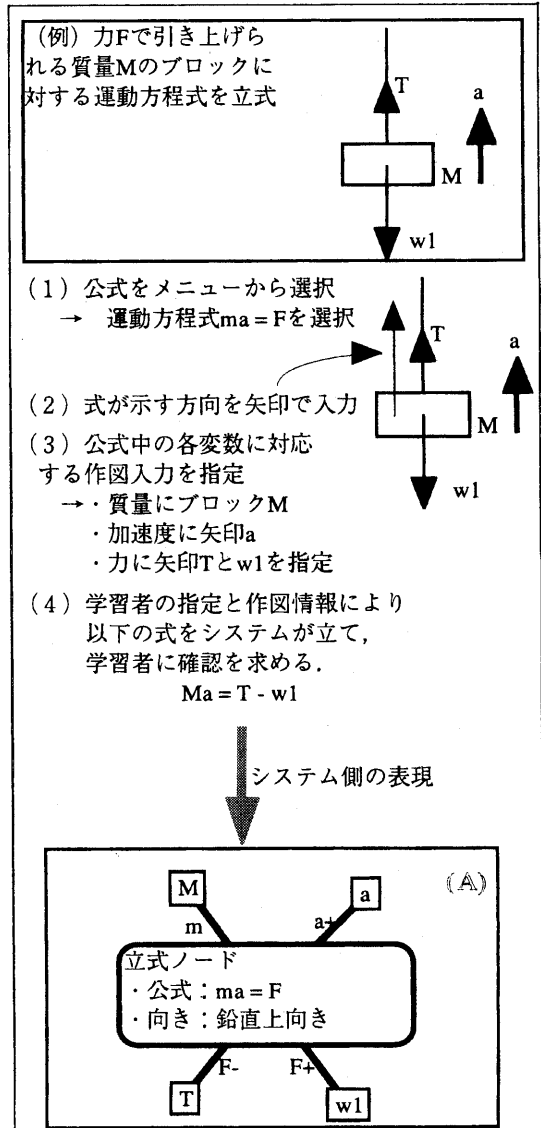


図5. 学習者の立式作業とそのシステム表現

は、その方向

・公式中の各変数に相当する作図ノードへのリンク

これらが図5 Aのように1つのノード（立式ノードとする）と、作図ノードへのリンクで表現される。このような入力形式を採用することで、立式は作図に依存する形式になり、このことが4章で述べる診断の基本方針「作図診断を立式診断に優先する」の基礎になっている。この立式ノードによって作図ノード同士が関係づけられ、ネットワーク表現ができる。これを学習者の入力ネットとする。

4. 診断・指導方針

4. 1. 正解ネットワーク

学習者入力 of 正誤を診断するためには、システムは問題に対する正解の作図・立式を何らかの形式でシステム内に保持していなければならない。本研究では問題出題者（オーサとする）が問題と正解の作図・立式をオーサリングツール上で作成し、それらをシステム内部に入力ネットと同様のネットワーク表現（正解ネットとする）に変換する。この正解ネットを入力ネットとオーバレイモデルで照合することによって診断機能を実現する。

4. 2. 診断・指導手法

システムの概略を図6に示す。4.2では本システムの診断・指導方針を説明していく。診断は学習者が診断ボタンを押したとき、つまり、システムに診断を依頼したときに初めて行われる。

3章でも簡単に述べたように立式が作図に依存し、正解ネットにおける立式ノードが完全な作図

ノードの集合を必要条件としていることから、「作図診断を立式診断に優先する」を診断の基本方針として採用する。作図が誤っている場合、学習者が問題を正しく認識してはいないと判断でき、また学習者が正しい作図を理解した上で省略して立式する場合は、オーサの求める作図が行われていないとみなせるので、本システムではこの方針を採用した。実際に3章で述べた立式手順では、正しい式が誤ったあるいは省略された作図から立てられることはないので、この方針が妥当であると考えられる。

まず作図診断段階では、入力ネットと正解ネットそれぞれから作図ノードのみを抽出し、それらを照合する。作図ノードには3.1で述べた「対象物体」以下の4属性が存在し、これらを照合していく。その結果として、以下の照合結果が得られる。

(1) 正解ネット中の作図ノード（以下、正解作図ノードとする）と4属性全てにおいて照合しない入力ネット中の作図ノード（入力作図ノード）。これを過剰作図ノードとする。

(2) 正解作図ノードと4属性のうちの一つかが照合する入力作図ノード。つまり、完全に正解ではない曖昧な作図。これを曖昧作図ノードとする。

(3) 入力作図ノードと照合しない正解作図ノード。これを不足作図ノードとする。

これらの診断結果を受けた作図指導部では、上の(1)から(3)の順に指導していく。まず(1)過剰作図ノードはすべての正解作図ノードとどの属性も照合しない入力作図ノードなので、作図指導部が診断不能であると学習者に指導して、除外する。次に(2)曖昧作図ノードはその属性に関する

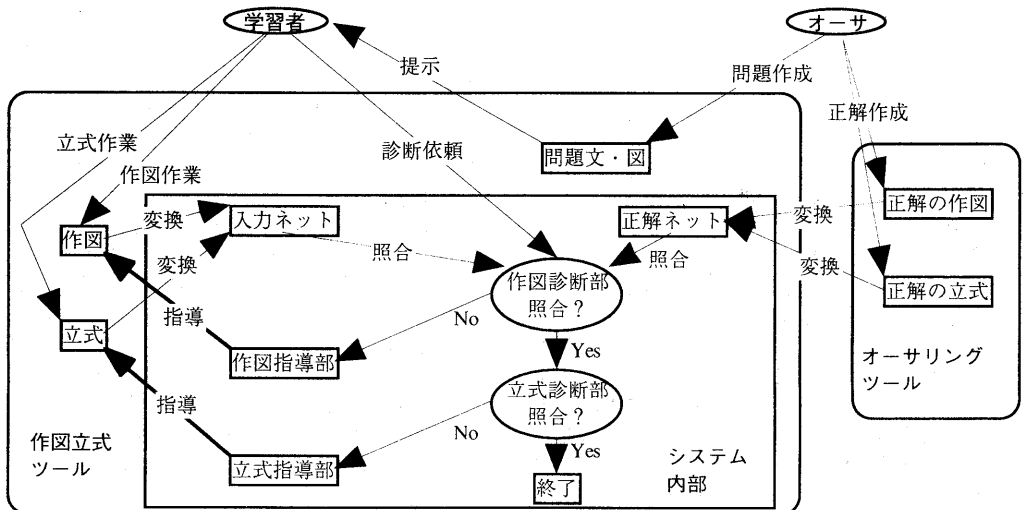


図6. システムの概略

学習者の情報が少ない作図に相当するので、それらの情報を少しずつ学習者に提示することでヒントとし、学習者に自分で考えさせてその作図を完全なものにさせる (Model-tracing tutors [Anderson 95])。その情報を提示する順序は3.1で述べた作図ノード各属性の優先順位に従う。曖昧作図ノードが複数診断された場合は、より優先順位の高い属性が一致していない作図ノード、つまり学習者にとってより重大な行き詰まりとなっている作図を先に指導する。(3) 不足作図ノードについてはその属性に関する情報がない曖昧ノードとみなせるので、曖昧ノードと同様に各属性を順に確認していくことで学習者に作図させる。

ここで(2)の場合、1つの入力作図ノードが複数の正解作図ノードと照合する場合、およびその逆の場合がある。これらの場合、複数の方の作図ノードの1つの作図ノードに対する類似度を、上述の作図ノード各属性に対する優先順位の高い属性が一致するものほど高くなるようにつけ、その大きい順に学習者に確認していく。類似度が同じ場合は、その複数の作図ノード(作図、正解どちらでも)を全て提示して学習者に限定させる。これによって学習者の曖昧な作図が明示され、どの作図が不足しているかが判別される。

この手順で学習者が入力ネットと正解ネットの作図ノード全てが照合するまで作図を行った後でシステムに診断依頼を出した場合、作図診断部は抽出された作図ノードに関して照合したと診断し、次に立式診断部に診断依頼する。ところで、作図診断では各作図ノードを単独に照合できたが、この立式診断段階については、立式ノードには作図ノードへのリンクがあり、このリンクをどう扱うかが問題となる。しかし、本章初めに述べた診断の基本方針によって、正解作図ノードと完全に照合する入力作図ノード集合の存在が立式診断における前提となっているので、入力立式ノードの各リンク先をそのノードの1つの属性として扱うことができる。このことから、立式診断部でも作図診断部での診断と同様に過剰、曖昧、不足の各立式ノードを検索し、同様の診断・指導手法を用いることができた。

4. 3. 作図・立式の省略

4.1では正解の立式・作図を一様に扱ったが、問題の設定によっては問題解決に必要な作図・立式と省略されても構わない作図・立式がある。例えば摩擦のない水平面上を運動する物体に関する問題で、水平面上の運動に関する作図・立式は問題解決に必要なものであるのに対して、物体に働く重力と垂直抗力、およびそれらの鉛直方向つり合いの式は水平面上の運動には関係がなく、これらの作図・立式はこの問題に関しては省略しても構わないものである。このような作図・立式は正解

ネットでは独立した、つまり、問題の設定によって求められる作図・立式ノードを含むネットとは別のネットワークを構成している。本研究では省略されても構わない作図・立式が不足ノードと診断できればそれらについて指導しないが、誤っている、もしくは、曖昧であると診断された場合には指導を行う、という方針とする。各ノードがどちらに属するかについては、立式が必要かどうかをオーサが問題作成の段階で決定し、それらの立式ノードを含まない正解ネット中の独立したネットワークは省略できる作図・立式ノードであるとする。

診断例

紙面の都合上、簡単な問題の診断例を図7に示す。まず左上の問題(A)に対して、その正解ネットは右上の表現(B)になっている。この問題に対して学習者はツール上で(C)のように作図・立式を行ったとする。この例では学習者は問題の配置図によって与えられている力 F とブロックの質量 M 、そしてそのブロックの速度 V を公式 $ma=F$ によって関係づけている(脚注)。このとき、システム上での表現である入力ネット上では(D)のように表現されている。ここまで入力した学習者がシステム上の診断ボタンを押すことでシステムにこの作図・立式の診断を依頼する。それを受け取ったシステムでは「作図診断は立式診断に優先する」の方針に基づいて、作図診断部(E)が先に診断する。作図診断部ではまず、両方のネットワーク表現から作図ノードをそれぞれ(F)(G)抽出する。これらを照合することによって作図診断部では加速度 a と重力 $w1$ が不足作図ノードであると診断し、その結果を作図指導部(H)に送る。作図指導部ではその診断結果に基づいて加速度 a と重力 $w1$ に対してテキストと作図画面上の両方でヒントを出していく。その順序は3-1に述べた各属性の優先順位に従い、力 $w1$ であればまず(1)「このブロック(作図画面上で明示)に他に作図することはないか?」、(2)「このブロックに他の力がないか?」、(3)「このブロックに鉛直下向きの力(矢印を明示)が働いていないか?」、(4)「このブロックに下向きの重力が働いていないか?」、という順で学習者に指導していく。これらの指導を受けた学習者が作図画面に戻って加速度 a と重力 $w1$ を作図した場合(I)、学習者の作図・立式は(J)で表現される。ここまで作図・立式した学習者が前回と同様に診断を依頼したときに、作図診断部(K)は学習者の作図が正解の作図と

物体に働く力がそのままその物体の速度となるという、impetus force [Ploetzner 95] の誤り概念を持つ場合に相当している。

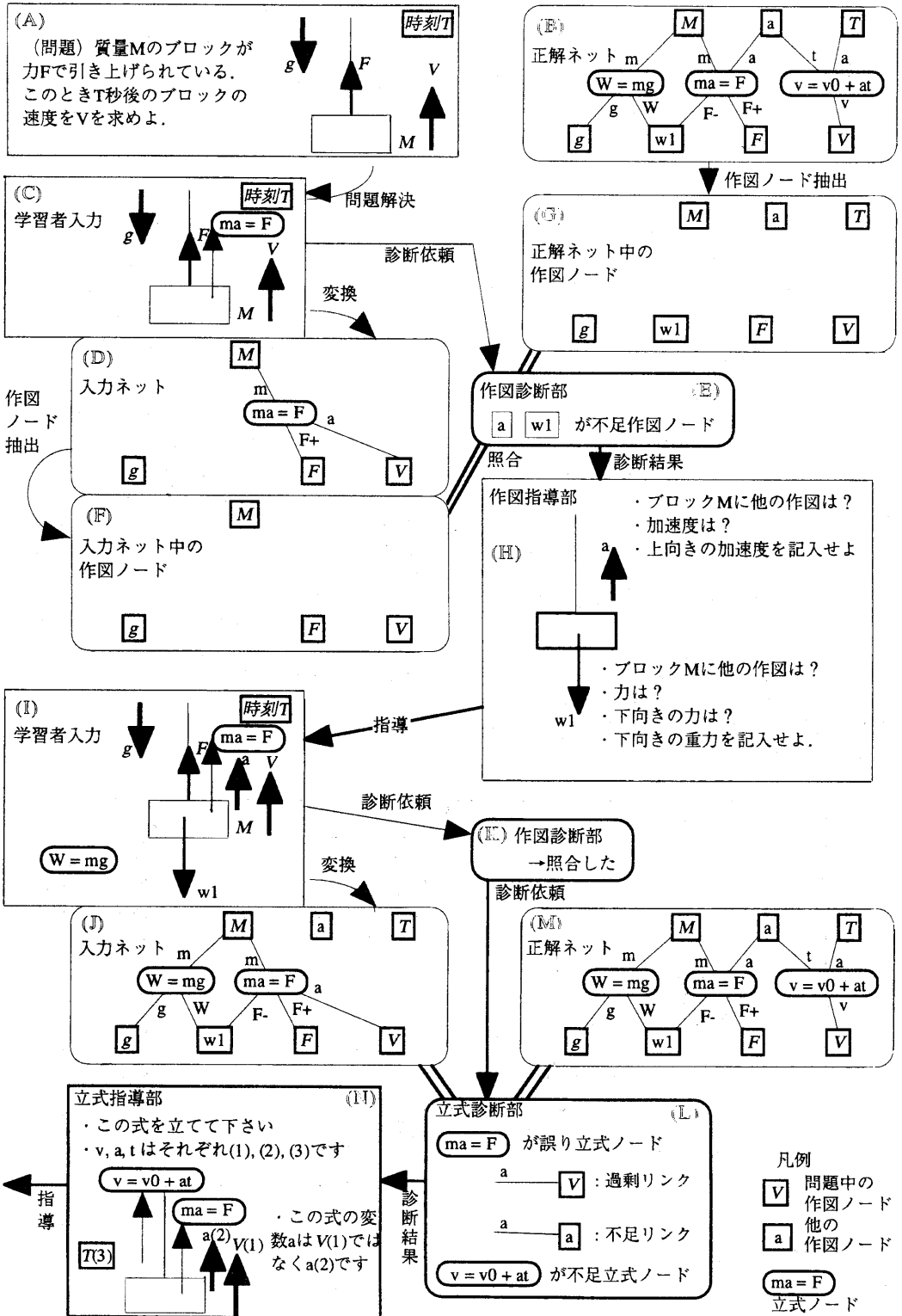


図7. システムによる診断例

照合していると診断し、その先の診断を立式診断部 (L) に依頼する。立式診断部では (J) と (M) を照合し、立式ノード $ma=F$ が誤り立式ノードで、その内容として公式中の変数 a についてのリンクのうち、速度 V へのリンクが過剰リンクで、加速度 a へのリンクが不足リンクであると診断する。さらに、 $v=v_0+at$ が不足立式ノードであるという診断結果を出す。これらの結果を受け取った立式指導部 (N) では、まず誤り立式ノードである $ma=F$ に対して、次に不足立式ノードである $v=v_0+at$ に対して指導する。 $ma=F$ に対しては、そのリンク先が同じ変数 a に対して過剰リンクと不足リンクがあるので、この2つを間違えていると推論し、この公式中の変数 a に対応する作図は速度 V ではなく、加速度 a ではないですかとテキスト上で示すと共に、その立式ノード $ma=F$ の矢印と、速度 V 、加速度 a の矢印を作図画面上で明示することで、システムの指導を学習者が理解しやすいようにしている。 $v=v_0+at$ に対してはヒントをテキスト、作図画面上の両方で以下の順に出していく。(1)「公式 $v=v_0+at$ の式を立てて下さい」、(2)「上向き $v=v_0+at$ の式 (矢印を作図画面上で明示) を立てて下さい」、(3)「 v, a, t はそれぞれこの作図 (速度 V 、加速度 a 、時刻 T の作図画面上のオブジェクトを明示) に相当するものです」。これらの指導を受けて立式入力を行った学習者が診断を依頼したときには、学習者の入力ネットと正解ネットが作図診断部、立式診断部の両方で照合すると診断され、学習者がこの問題を解けたと判断して、この問題に対する診断・指導を終える。

6. システムの実装とまとめ

我々は本システムを Sun SPARC Station10 上の Open Windows 環境で、C 言語によって作成した。実際のシステムの図を図 8 に示す。本システムによって学習者の作図を診断し、その診断結果を基にした学習者の作図上での指導を実現した。

参考文献

- [Self 94] John Self : "The Role of Student Models in Learning Environments.", *IEICE TRANS. INF. & SYST.*, vol. E77-D, NO.1 JANUARY 1994.
- [Anzai 89] Yuichiro Anzai and Irvin R. Katz : "Learning to Draw Diagrams for Solving Elementary Physics Problems.", *the meeting of Learning and Language Special Interest Group, Cognitive Science Society of Japan, Tokyo, December 9, 1989.*
- [柏原 96] 柏原昭博, 岡辺元統, 平嶋宗, 豊田順一 : 「ダイアグラムを用いた自己説明支援手法について」, 人工知能学会研究会 SIG-IES-9503-9
- [Anderson 95] Anderson, J. R., Corbett, A. T., Koedinger, K. R., and Pelletier, R. : "Cognitive tutors : Lessons learned.", *The Journal of the Learning sciences*, 4 (2) : 167-207.1995.
- [Ploetzner 95] Rolf Ploetzner : "How Misconceptions Affect Formal Physics Problem Solving : Model-Based Predictions and Empirical Observations.", *Proceedings of Cognitive Science*, 1995.

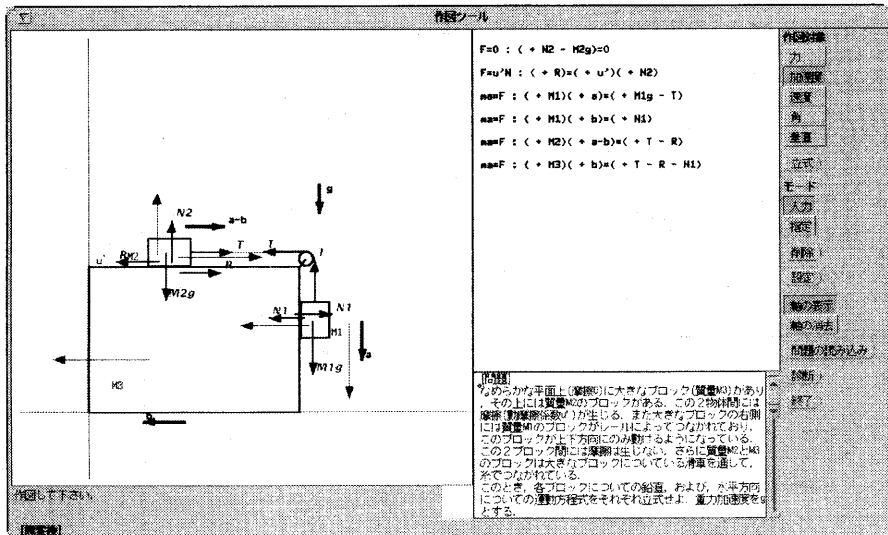


図 8. システムの運用例