

WWWを用いた数学教材ソフト（統計的推測編）

丹羽 時彦

関西学院高等部

高校数学教材「放課後の数学」をWeb上で公開して、6年が経とうとしている。勤務校の生徒、特に、ハンディキャップを持った生徒や、不登校の生徒を対象に利用してきたが、今では、一般の方の利用も多くなってきている。実際、数学(ソフト)と会話をするように、インタラクティブな面も多くあり、楽しく学習できるソフトである。今回、実生活に即した統計的推測にしばって紹介する。これは、IPAの支援の元、開発を行なっている。

Software on WWW for education of mathematics (A package for statistical inference)

Tokihiko Niwa

Kwansei Gakuin High School

I made "After school math" software for high school mathematics, and published it on WWW 6 years ago. Since then many students of our high school have studied math with this software. Those who have made the best use of it were physically handicapped or students who could not come to school because of various reasons. These days many people outside our school are beginning to use this software. My software has an interactive interface which lets you enjoy the reaction of the machine and software. I have now made a package for statistical inference using examples based on everyday life. I am developing the software under the assistance of IPA.

1. はじめに

先に、今までの取り組みの流れを述べる。このソフトの開発を行ない、6年が経過した。

初めは、数学教育においてメディアを用いることについて、「数学は紙と鉛筆で行なうべきものである」、「本当の実力は身につかない」等という消極的な意見も多くあった。しかし、徐々に学校にもメディア施設が充実し、利用している生徒の様子を見て、そのような心配も和らいできている。また、多くの利用して頂いた方々のメールの励ましにより、今まで続けられてきたように思う。

このソフトのねらいは、とにかく、数学的なイメージを持たせる、というところにある。したがって、今まで教師や、一部の数学を得意とする生徒が、イメージとして頭の中で捉えていたことがらを、パソコン内で表現しようとしている。今までは、黒板に向かって定規を用いて表現してきたものが、スムーズにパソコン内で表現可能となった。

また、三角比や指数法則の定義の習得させる場面のように、数学では一部、反復学習が必要な場面が出てくる。そのような時、生徒にその定義を定着させるため、似たような問題を何回も行なわせる。この作業も、ドリル形式の問題をパソコンにより、ランダムに発生させることにより、学習者が納得の行くまで、異なった問題に取り組むことができるようになっている。このように、個別学習形式の利用の仕方も可能となっている。

今回紹介する分野は、その中の統計分布および統計的推測にしばって行いたい。統計の分野は、大変パソコンとの相性がよく、乱数を発生したり、膨大な計算を一瞬のうちにこなしてくれるからである。また、対象が現実的で、身近にあるものを話題とする点も見逃すことができない。その開発した一部を、こ

こで紹介することにする。

なお、「放課後の数学」は以下のURLで公開中であるが、統計の分野は、来年3月以降公開する予定である。

<http://www.kwansei.ac.jp/hs/z90010/hyousi/2106.htm>

2. 密度関数への応用

この章のねらいは2つある。

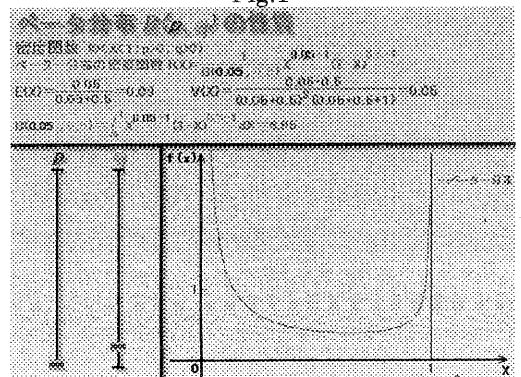
- (1) 統計に出てくる代表的な密度関数を、イメージで捉えること。
- (2) どの分布がどの分布に、どれくらいの値で近づくか。

ということを、自ら体験することである。

- (1)において、教科書ではただグラフが書いてあるだけで、パラメータは固定されている。しかし、このソフトではそれらのパラメータを自分で動かすことができるようになっており、どのパラメータを動かせば、密度関数のどの箇所の変数が動くか、また、その時、どのようにグラフが変化するか体験することができる。

Fig1.を参照。

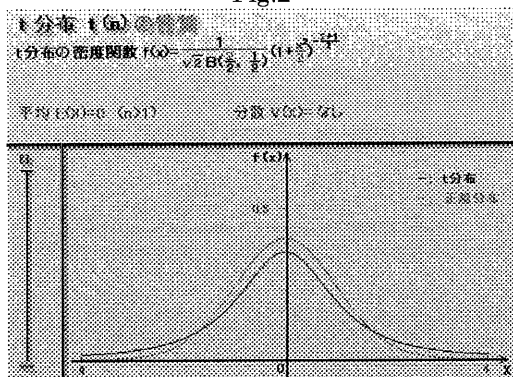
Fig.1



- (2)において、「標本数が十分大きいので、この密度関数で近似すると、…」という表現が多く見られる。その時、「十分大きい」ということに対し、一体どれくら

いの大きさなのか判断がつきにくい場合がある。このような時、その密度関数とその標本数で、本当に近づいているのか、学習者が実際に標本数を入力することにより、グラフが近づいている様子を確かめることができるようになっている。Fig.2を参照。

Fig.2



とにかく、グラフを多く提示し、また、自いろいろなパラメータを操作することにより、認識を深めようとしたところがねらいである。

しかし、内容的なものから判断し、高校の範囲を逸脱し、大学 2 年生レベルのものとなってしまう。もっと、身近な生活に密着した、現実的なものを対象にした統計教材ソフトの開発というところで、現在「統計的推測」の分野に取り組んでいる。その一部を報告する。

3. 現実在即した統計的推測

ここでは、4種類について紹介する。

(1)母集団の平均値の推定

正規母集団を考え、その中から、いくつかの標本を選び、その標本平均から母集団の平均を推定するソフトを開発し、その説明を行なう。

まず、学習者が適当に標本数を入力する。

次に、shuffle というボタンを押すと、母集団が正規分布にしたがって初期化され、学習者が選んだ個数だけ、赤色となって抽出される。と同時に、標本平均とその誤差(標準偏差)が表示されるようになっている。

通常、テキストの問題ではこれで終わり、本当に母集団の平均と大差がないのかわかるか確かめることはできない。しかし、最後に、母集団の平均というボタンを押せば、そのとき発生した母集団の平均値を表示させることができる。Fig.3を参照。

shuffle というボタンを押せば繰り返し行なうことができる。学習者は、標本数をいくらにすればよいか、また、もっと正確に母集団平均を推定するにはどのようにすればよいかなど、考察することもできる。

理論値は、99%の確率で、母集団平均から±1以下であるようにするには、150個を取り出せばよい。これも、本当にそのようになるのかどうか、このソフトで確かめることができる。Fig.3を参照。

Fig.3

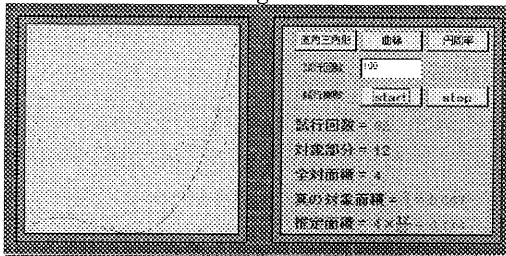


(2)一様乱数を用いた面積と円周率の推定(モンテカルロ法)

この手法は、よく知られている。この手法を用いて、積分でしか求めることができないと思われる 3 次曲線や、円周率など一様乱数

を発生させることにより求めることができることを示す。Fig.4を参照。

Fig.4

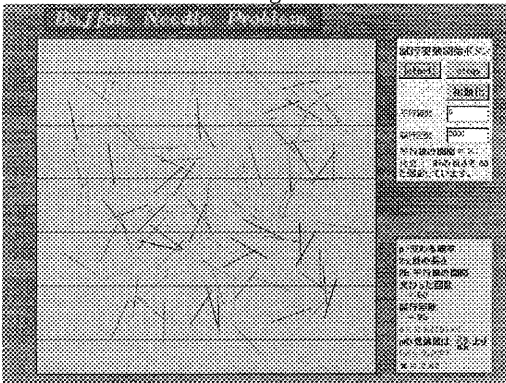


(3)針による円周率の推定

Buffon Needle Problemである。これも、確率統計の演習問題で目にするものである。

平面上に平行線を引き、その上から針を落とす。その平行線と針が交わった回数を、投げた回数で割った確率は計算できる。その確率の中に、円周率が含まれているので、それを用いて逆に円周率を求めてみようというソフトである。

Fig.5



平行線の幅、平行線の数は学習者が変化させることができるので、針より短い間隔にするとどうなるのか等、他の問題にも発展させることができる。Fig.5を参照。

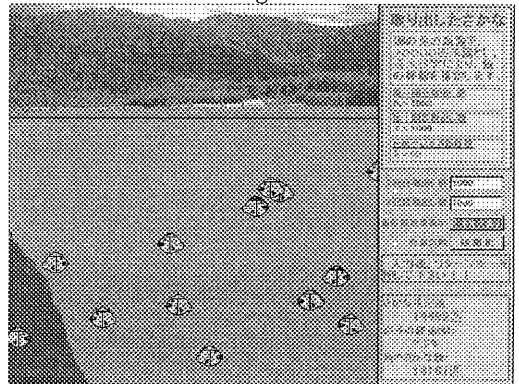
(4)最尤推定法による池の魚数の推定

池や湖の中にいる魚の数や、ある区間にいる微生物や昆虫の数を推定する時に用いられる方法である。

パソコン内に架空の池を作り、そこに8千～2万匹の魚を発生させる。そこから魚を取り出し印を付け魚を放す。そして、2回目取り出した時、印を付けた魚が何匹いるかということから、池の数を推定することができる。

実際、どのくらい採取するとどれだけ正確になるか、学習者が入力することにより知ることができる。Fig.6を参照。

Fig.6



4. 今後の課題

まだまだ生活に密着した、統計的現象がある。推定だけでも、教科書に書かれてあることは分かるが、本当にそのようになるのか、と疑問を持つ場合が多くある。そのような問題に関して、シミュレーションを行い確かめることができる。今後、統計の他の分野(検定など)、そのようなソフトを開発すると同時に、その教育的効果がどれだけあるのか、定量的に測定していきたいと思っている。また、教育的評価との関連も調べていく予定である。

なお、このプロジェクトは、IPAの支援を受けて制作を行なっている。また、原稿製作に協力して頂いた関西学院高等部教諭、宮寺良平先生、Carrick先生に感謝する。

>参考文献<

W.Feller (1967) An Introduction to Probability Theory and Its Application