

# 中心投影像における柱・錐状台の識別

On Discrimination between Cylindrical Objects and Conical Ones  
in a Perspective Image

邱 中奇

Qiu Zhong Qi

北橋 忠宏

Tadahiro Kitahashi

豊橋技術科学大学

Toyohashi University of Technology

## ABSTRACT

The recognition of curved objects remains one of the less cultivated areas in the computer vision. In this paper we deal with central projection images of curved objects limiting to pillar-shaped and conical objects. It is shown that features of their shape and the orientation in the space can be easily recognized using the features of the central projection. A method is also described to approximately classify pillar-shaped objects and conical ones.

## 1. まえがき

画像処理による物体形状の識別・認識は画像処理研究の頭初から重要な一つである課題になつてあり、ここに多面体形状の認識については多くの成果が得られている。<sup>(1)(2)(3)</sup>一方、曲面体の認識・形状の判定などについても斬新な提案が相次いでいるが<sup>(4)(5)(6)</sup>、未解決の点も多い。

ここでは、対象を柱・錐状体(曲面体を含む)に限定することにより、その中心投影像からこれらの概形や空間中の姿勢を認識できることを示す。同様の考察もあるが<sup>(7)</sup>、直角投影像を前提にしているため混入した手法に依りざるを得なくなっている。本稿では、中心投影像の有する特徴を有効に利用するため手法は簡明である。しかし、直角投影像では簡単に判断できる柱状体と錐状体の識別が、中心投影では困難である。

そこで、柱状体と錐状体とを識別する近似的手法についても言及する。そして、それによる誤差の解析も行われる。

## 2. 仮定条件

本研究では、以下の3つの仮定を設ける。

(1). シーンは单一物体を含む。

(2). 適当な照明により、曲面体の輪郭線が抽出できる。

(3). 曲面体の上底と下底が平行である。

仮定(1),(2)より、画像平面上の特徴点が抽出できる。仮定(3)より、上底と下底が平行であるから、無限遠点の存在が保証される。その無限遠点により、調和点列を利用する場合に必要な特徴点が得られる。

## 3. 基本的概念

### 3.1 中心投影

静止世界は、レンズ系によって画像平面上に中心投影されるものとする。3次元空間は、レンズの中心を原点とし、光軸をz軸とする直角座標系(x, y, z)を用いて表わし、画像平面は、便宜上レンズの前方焦点距離Fの位置にz軸に垂直に置く。さうに画像平面上に、x, y軸と平行にz, y軸を定め、その原点を(0, 0, F)に置く(図1参照)。

中心投影においては、図1からも明らかなように、3次元空間内の点P(x, y, z)とその画像平面上への投影像P(x', y')との間には、式(1)の関係が成立する。

$$x' = F \cdot \frac{x}{z} \quad y' = F \cdot \frac{y}{z} \quad (1)$$

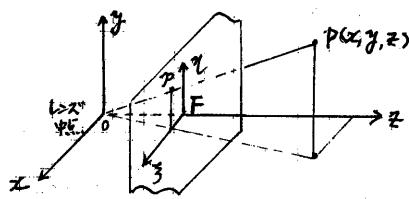


図1 座標系

### 3.2 無限遠点

3次元空間において、点  $P(x_0, y_0, z_0)$  を通る方向余弦  $n_1, n_2, n_3$  を持つ直線の方程式は式(2)で与えられる。

$$\frac{x-x_0}{n_1} = \frac{y-y_0}{n_2} = \frac{z-z_0}{n_3} \quad (2)$$

この直線の画像平面における像は式(3)によって直線に写る。

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \left(1 - \frac{z_0}{F}\right) \frac{n_1}{n_3} F + \frac{z_0}{F} F \\ \bar{y} &= \left(1 - \frac{z_0}{F}\right) \frac{n_2}{n_3} F + \frac{y_0}{F} F \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)において  $z \rightarrow \infty$  とするとき、 $\bar{x}$  は無限遠点  $P_{\infty}(\bar{x}_{\infty}, \bar{y}_{\infty})$  に収束する。その座標は

$$\bar{x}_{\infty} = F \cdot \frac{n_1}{n_3}, \quad \bar{y}_{\infty} = F \cdot \frac{n_2}{n_3} \quad (4)$$

で与えられ、同じ方向余弦をもつ直線群は画像中で点  $P_{\infty}$  に収束することを示している。さうに方向余弦の性質

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \quad (5)$$

を利用すれば

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{\pm \bar{x}_{\infty}}{\sqrt{F^2 + \bar{x}_{\infty}^2 + \bar{y}_{\infty}^2}} \\ n_2 &= \frac{\pm \bar{y}_{\infty}}{\sqrt{F^2 + \bar{x}_{\infty}^2 + \bar{y}_{\infty}^2}} \\ n_3 &= \frac{\pm F}{\sqrt{F^2 + \bar{x}_{\infty}^2 + \bar{y}_{\infty}^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。

これらは関係が以下の考察の基礎となる。

### 3.3 複比と調和点列

#### ① 点列の複比

同一直線上に四点  $A, B, C, D$  がある。

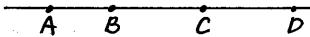


図2 点列

ここで

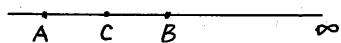
$$\frac{AC}{AD} : \frac{BC}{BD}$$

のことを  $(A, B; C, D)$  と書き、四点  $A, B, C, D$  の複比または非調和比とみる。ここで  $\overline{AB}$  という記号は  $A$  の座標を  $a$ ,  $B$  の座標を  $b$  としたとき,  $\overline{AB} = b - a$  こととする。従って  $\overline{AB} = -\overline{BA}$  である。

この複比に対しては、次の基本的には重要な性質が成り立つ。すなわち、同一直線上の四点の複比は、射影に対して不変量である。

#### ② 調和点列

複比の観点より、もともと特徴のある点列は調和点列といわれるものである。



$\overline{AC} = \overline{CB}$  すなわち点  $C$  が  $A, B$  のちょうど中点に当っているとき、その直線上の無限遠点を  $\infty$  と書くとすれば、四点  $A, B, C, \infty$  の複比は

$$(A, B; C, \infty) = \frac{\overline{AC}}{\overline{A\infty}} : \frac{\overline{BC}}{\overline{B\infty}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = -1 \quad (7)$$

すなわちこの点列の複比は  $-1$  である。したがって、これを射影しても与えられる点列も、その複比は  $-1$  である。

我々の考察では、主に調和点列の概念を利用して、2つの直線の交点が実

際の無限遠点かどうかを判別し、このことによると、柱状体と錐状体の識別を近似的に行おうとしている。

#### 4. 形状の判定

曲面体の上底と下底が平行という条件によると、図3に示す点  $V_i$  ( $\xi_i, \eta_i$ ) ( $i = 2, 3$ ) は実際の無限遠点である。 $(l, m, n)$  は底面の法線方向であるものとする。式(8)のようなら、 $\xi, \eta, \gamma$  の係数がそれぞれ  $l, m, n$  になる。

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ \xi_2 & \eta_2 & F \\ \xi_3 & \eta_3 & F \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

点  $V_2, V_3$  を結ぶ直線  $\overline{V_2 V_3}$  上、下底に平行な平面の無限遠線を表す。

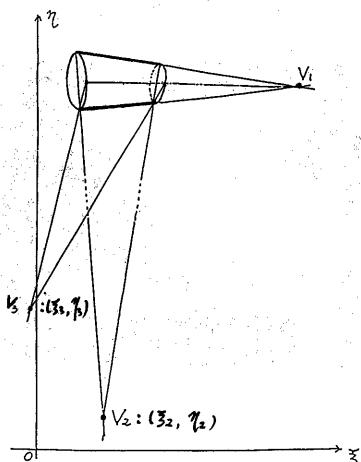


図3 底面による無限遠点

#### 5. 識別のアルゴリズム

##### 5.1 基本的考え方

図4は柱状体の直角投影像とすれば、境界線の一部分をなす2つの母線は3次空間では交点をもたない。一方、錐状体または台の場合には、そのようなく2つの母線は平行ではないので、かならず実際の交点が存在する。

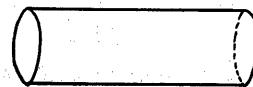


図4 3次元空間での平行線

しかししながら、中心投影による画像平面上では図5のように、柱状体と錐状体(台) 2つの母線は両方とも実際の交点が存在する。

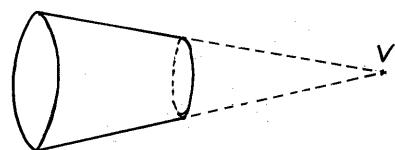


図5 中心投影した平行線

従って、問題としてはこの2つの母線の交点は実際の無限遠点か交点か判断しなければならない。もしできれば、画像から、逆に推論して、柱状体と錐状体の判断が可能になる。その手順としては、たとえば図3に示した直線が柱。錐状体の軸であり、点Dを2つの母線の交点、また点A, Bをそれぞれ下底、上底と軸との交点、点Cを点Aと点Bの中点とする場合には、式(7)によると定義されている調和点列の複比を利用して、その複比が-1に反るかどうかとすることにより、図5に示す点Vは実際の無限遠点かどうかとすることを判断できるはずである。

次の問題はどのようにして、画像上での点列を決定するかということである。

##### 5.2 判断の方法

前処理により、図6のよう 示される平面上での線図が抽出されるものとする。点  $a_1, a_2, b_1, b_2$  は原物体の特徴点である。(抽出の方法は実験の項で説明する)。

点Vは直線  $a_1 b_1$  と  $a_2 b_2$  の交点であり、実際の無限遠点かどうかが判別する。

し点Vが無限遠点であることを判断できれば、それによって線 $\overline{ab_1}$ と $\overline{a_2b_2}$ が平行線であり、その場合には画像に表わされた物体は柱状体であると推論できる。このように調和点列を利用して、問題が解決できるが、画像処理の直接的結果では同一直線上に3点しか存在しない。残していきる問題はもう一つの点はどうにして求められるかということである。

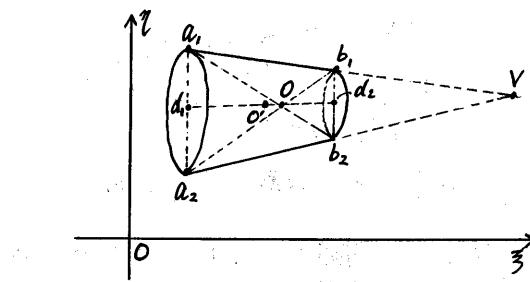


図6 特徴点と新らした4点列

そこで、我々は図6のように4つの特徴点を使って、新らた4点列を求めて。まず、点 $a_1$ と点 $b_1$ を結ぶ直線と点 $a_2$ と点 $b_2$ を結ぶ直線の交点を $O$ 、点 $O$ と点 $V$ を結ぶ直線 $\overline{Oa_2}$ と直線 $\overline{Ob_2}$ との交点をそれぞれ点 $d_1$ と $d_2$ とする。

そうすれば、同一直線上に4点( $d_1$ ,  $O$ ,  $d_2$ ,  $V$ )が存在しているから、5.1項に述べた方法で判断をすすめてある。

しかししながら、この点列からは柱と錐の判別はできない。なぜなら、これは、柱状体の場合には点 $O$ が点 $d_1$ ,  $d_2$ の中点であり、点 $V$ が実際の無限遠点であるから、調和点列の定義を満足し、その複比が-1であり、錐状体の場合にはこのようなく4つの点列が調和点列の定義を満足しないが、その複比もちょうど-1に反る(これは容易に証明する)からである。我々はこの問題を避けるために近似的方法を提案した。すなはち、画像上の点 $d_1$ ,  $d_2$ の中点 $O$ を $O$ に代る点として用いる。このようなく方法を使つて

実験の結果から見ると、ある条件で、精度のよい判断が行える。

## 6. 識別の実験

実験は円柱体と円錐体を対象として、しかもその底面と軸が垂直である場合について行なつた。図7, 8に示す入力画像は画素数 $384 \times 384$ 、濃淡レベル256である。

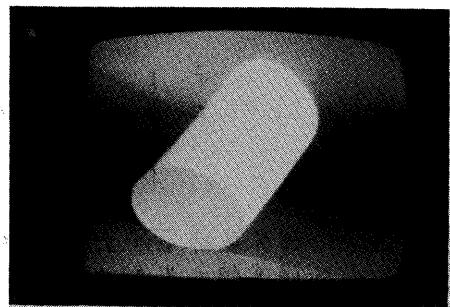


図7 円柱体の画像

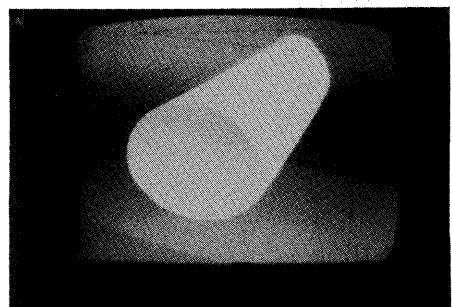


図8 円錐体の画像

実験のフローチャートは図9に示すよろに幾つかの部分を含む。

適当な照明により、曲面体の輪郭線が図10に示されるように抽出される。上図は円柱体の場合に細線化の結果であり、下図は円錐体の場合に細線化の結果である。

細線化の画像から特徴点を求めるために、閉曲線を直線部分と曲線部分に

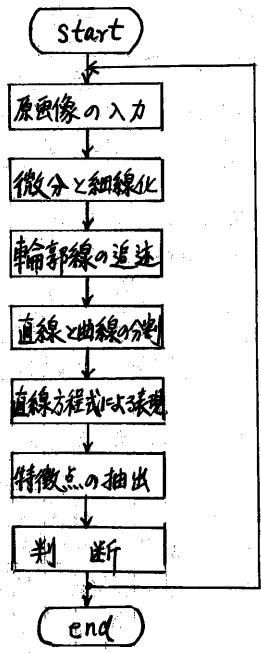


図9 実験のフローチート

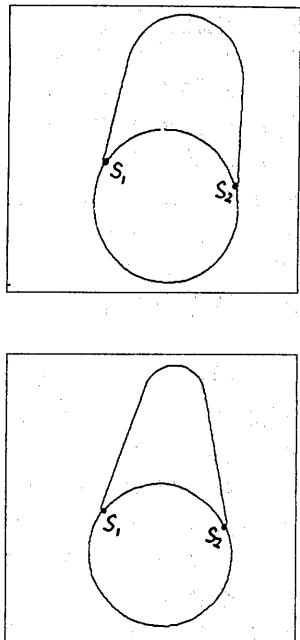


図10 細線化の結果

分割しなければならぬ。しかしながら、分割するためには、始点と終点を求めるだければ、この分割が行わる。そこで、初めとしては、図10に示される2つの分岐点 $S_1, S_2$ を抽出する必要がある。我々の方法は図11のようにして、細線化の結果を利用して、 $3 \times 3$ の小要素領域からなるマスクを用いる方法で輪郭線を追跡する。同時に、2つの分岐点 $S_1, S_2$ を求められる。

$x_0$	$x_1$	$x_2$
$x_1$		$x_3$
$x_6$	$x_5$	$x_4$

図11  $3 \times 3$  のマスク

分岐点を求める方法は次の式の値を利用して、抽出が行える。

$$n = \sum_{i=0}^2 x_i \quad (x_i = 0, 1)$$

もし $n$ の値は2より大きければ、その要素を分岐点の候補として貯えて、追跡しつづける。追跡したあと、これらの可能分岐点を互いに比較して、その中から、実際の2つの分岐点を求める。図12のようす点 $S_1, S_2$ は実際の分岐点である。

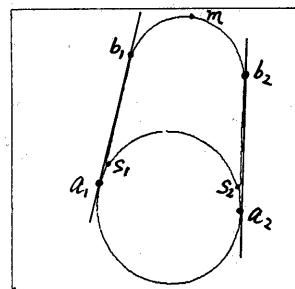


図12 特徴点の抽出

特徴点 $a_1, a_2, b_1, b_2$ は次のように方法で求められる。図12に示される閉曲線は2つの分岐点 $S_1, S_2$ により、上部と下

部に分けられる。

### 直線部分の決定

上部は直線部分と曲線部分からなり、さうに分割する必要がある。従って、我々は点列の方向を求める、その方向の変化によって、直線部分を抽出した。すなはち、点  $S_1$  を始点として、各点における点列の方向をその点から先の点を結ぶ線の方向であると定義する。点  $S_2$  まで点列の方向を求める。直線部分では、その値がほぼ一定にあるが、これらの要素を抽出して、最小二乗法で直線の方程式を求める。

### 点 $b_1, b_2$ の決定

図12に示される点  $m$  は最大の曲率点である。上述の処理中で求められた。点  $m$  と直線方程式が求められてから、特徴点  $b_1, b_2$  が次のように抽出される。まず、点  $m$  カウ左側の点列に沿って左側の直線までの垂直距離を求め、その中の最短距離をもつ要素を特徴点  $b_1$  として抽出する。特徴点  $b_2$  を点  $m$  カウ右側の点列に沿って同じ方法で求められる。

### 点 $a_1, a_2$ の決定

特徴点  $a_1, a_2$  は次のようにして求められる。それぞれ点  $S_1$  と  $S_2$  カウ、下部の曲線に沿って、直線までの垂直距離を求め、その最短距離を特徴点  $a_1, a_2$  として求められる。4つの特徴点は図12に示されている。

これらの特徴点を使って、前述の方法を利用して、柱状体と錐状体が識別できる。

### 実験の結果

結果は次のようになる。左。

#### ① 円柱体のモデル

$$\text{複比} = -0.910$$

直径	96 mm
軸の高さ	197.3 mm

#### ② 円錐体のモデル

$$\text{複比} = -0.431$$

上底の直径	70 mm
下底の直径	110 mm
軸の高さ	240.2 mm

この実験の結果からみると、円柱体の場合には、複比の値が僅かに-1から離れているが、円錐の複比の値に比べれば、ずっと-1に近い。従って、複比の値から、円柱体と円錐体が近似的に判断できる。

もちろん、この方法を用いて、誤りが生じるということは避けられないが、多種のパラメータに関係がある。しかし、その有効範囲が決まれば、それによって、その近似的精度が保証される。それで、本稿の7項では誤差の計算と分析が行われる。その中からはかならず有効な結論が得られる。

### 7. 誤差の計算と分析

前項に述べたように近似的手法を利用して、比較的精度のよい結果が得られるが、直感的には柱状体の軸が長くなるか、或いは物体からカメラの中心までの距離が小さくなると、それに伴い大きな誤差が生じるとと思われる。それで、上述の2つのパラメータと複比計算における誤差の関係について考察する。

実は、その誤差は上述の2つのパラメータに関係があるだけでなく、別のパラメータに関係がある。たとえば、母線の方向余弦と物体の3次元空間の位置などに関係があるが、計算を簡単にするために、物体の軸長とそれがカメラまでの距離のようなくパラメータだけを考慮する。そして、柱状体と錐状体の誤差の比較を行われる。

#### 円柱体の場合

3次元空間での同一平面上の4点  $P_i$  ( $x_i, y_i, z_i$ ) ( $i=0, 1, 2, 3$ ) は図13のようになら

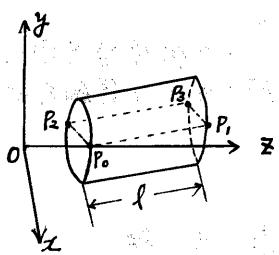


図13 空間での円柱体

される。円柱体の母線の方向余弦は $(0, b, c)$ で、軸の長さは $l$ で表わされるものとする。点 $P_i$ の座標は次のように定める。

$$P_0(x, y, z) = (x_0, 0, z_0)$$

$$P_1(x, y, z) = (x_0, bl, z_0 + cl)$$

$$P_2(x, y, z) = (-x_0, 0, z_0)$$

$$P_3(x, y, z) = (-x_0, bl, z_0 + cl)$$

3.1項に示された中心投影の性質によって、図14に示される対応の像 $P'_i(\xi, \eta)$ は次のように求められる。

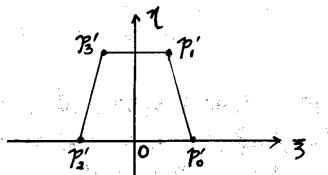


図14 円柱体の投影像

$$P'_0(\xi, \eta) = (F \frac{x_0}{z_0}, 0)$$

$$P'_1(\xi, \eta) = (F \frac{x_0}{z_0 + cl}, F \frac{bl}{z_0 + cl})$$

$$P'_2(\xi, \eta) = (F \frac{-x_0}{z_0}, 0)$$

$$P'_3(\xi, \eta) = (F \frac{-x_0}{z_0 + cl}, F \frac{bl}{z_0 + cl})$$

この4つの投影像より、近似的複比の値は次のように求められた。

$$M = \frac{-z_0}{z_0 + cl} = \frac{-1}{1 + K} \quad (9)$$

ただし  $K = cl/z_0$

つまり、上記の条件では、 $K$ が大きければ大きいほど、近似的値 $M$ が実際の値 $-1$ に近い。一方、近似的値 $M$ は $K$ に関係がある。もし $K$ 値が適正值より小さければ、我々の近似的程度が保証されると思われる。

### 円錐体の場合

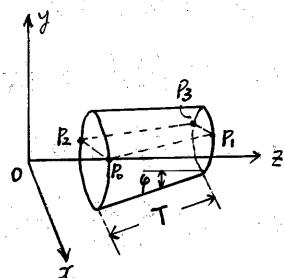


図15 3次元空間での円錐体

3次空間での円錐体の同一平面上の4つの点 $P_i(\xi, \eta, z)$  ( $i=0, 1, 2, 3$ )は図15のように示された。2つの母線の方向余弦が与えられ $(a, b, c)$ と $(-a, b, c)$ で、その長さが $T$ で、軸の長さが $l$ で表わされる。 $T$ と $l$ の間に次のように関係が成立する。

$$l = T \cos \varphi \quad (10)$$

点 $P_i(x, y, z)$ の座標は次のようにして定めるものとする。

$$P_0(x, y, z) = (x_0, 0, z_0)$$

$$P_1(x, y, z) = (x_0 + aT, bT, z_0 + cT)$$

$$P_2(x, y, z) = (-x_0, 0, z_0)$$

$$P_3(-x_0 - aT, bT, z_0 + cT)$$

円柱体の場合に比べるのに便宜であるために、その $x_0, z_0, l$ は円柱体の場合の値と同じにするものとする。

図16の $P_i(\xi, \eta)$  ( $i=0, 1, 2, 3$ )は対応の像であり、それを次のように表わされる。

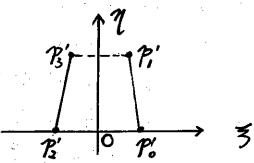


図16 円錐体の投影像

$$P_1'(\bar{\zeta}, \bar{\eta}) = \left( F \frac{z_0}{z_0 + ct}, 0 \right)$$

$$P_2'(\bar{\zeta}, \bar{\eta}) = \left( F \frac{z_0 + ct}{z_0 + ct}, F \frac{bt}{z_0 + ct} \right)$$

$$P_3'(\bar{\zeta}, \bar{\eta}) = \left( F \frac{-z_0}{z_0 + ct}, 0 \right)$$

$$P_4'(\bar{\zeta}, \bar{\eta}) = \left( F \frac{-z_0 - ct}{z_0 + ct}, F \frac{bt}{z_0 + ct} \right).$$

この4つの投影像より、円錐体の場合の近似的複比の値は次のよう方形で求められる。

$$M = -\frac{z_0}{z_0 + ct} \cdot f(\varphi) \quad (11)$$

たゞレ

$$f(\varphi) = \frac{z_0 + ct}{z_0 \cos \varphi + ct} \cdot \frac{z_0 \cos \varphi - ct}{z_0}$$

式(11)の  $f(\varphi)$  は最大値が1であり、その関数が単調に減少することが容易に証明された。つまり、円錐体の複比の最大値はちょうど円柱体の複比の値に等しい。従って、式(9)に示された一定の  $K$  値の条件では我々の近似的方法でその識別が可能になることがわかる。

### 8. おわりに

ここでは、対象を柱状体と錐状体に限定することにより、上底と下底が平行である条件を利用して、その中心投影像からこれらの概形や空間中の姿勢を認識することを述べた。柱状体と錐状体の識別に対するには、近似的手法を採用したが、実験の結果から見る限り、ある範囲では、精度のよい判別が可能になる。

我々は誤差の解析なり、一層にこの結論を証明した。

今後、さらに幾何学的考察を進め、物体形状に関するより詳細な知識を導き出したい。

### 参考文献

- 1) A.Guzman, "decomposition of a Visual Scene into Three-Dimensional Bodies", AFIPS Proc.of the Fall Joint Computer Conference, Vol.33, pp.291-304(1968).
  - 2) D.A.Huffman, "Impossible Objects as Nonsense Sentences", Machine Intelligence, Vol.6, pp.295-323(1971).
  - 3) 杉原, “多面体線画の数理的構造——線画を介した計算機との対話をめざして”, 情報処理会誌, Vol.22, No.3, PP. 209-217 (1981).
  - 4) D.A.Huffman, "A Duality Concept for the Analysis of Polyhedral Scenes", ibid, Vol.8, pp.493-509(1977).
  - 5) 池内, “反射率地図に基づき、二次元濃淡画像より三次元形状を再構成する手法”, 電子通信学会論文誌D, Vol. J65-D, No.7, pp. 842-849 (1982).
  - 6) 金谷, “線積分、面積分による3次元運動の解析”, 情報処理学会, コンピュータビジョン研究会資料27-5, (1983)
  - 7) 浅田, 近, “濃淡情報を用いた曲面物体の運動と形状の解析”, 情報処理学会, コンピュータビジョン研究会資料24-3 (1983)
- 本研究は特定研究(I)「多元知識情報の知的処理と統合化に関する研究」の援助を受けた。