

## 調和振動子モデルに基づく画像照合

川上 肇

日本電気(株) C&amp;C情報研究所

本報告は、雑音を含む入力画像中から標準パターンが写っている部分画像を見つける手法について述べたものである。

画像照合に人の視覚の柔軟性を応用するためには、我々の視覚系は精密な観測系であるという立場を離れ、むしろ生体であることを反映する生理的、或は物理的な制約に起因する不確実性が柔軟性をもたらしているという考えに基づいた計算理論を構築することが重要である。

そこで、まず、空間視と形態視に関する視覚情報の経路に注目して、不確実性を極めて自然なかたちで内在させることができる視覚系のモデルを導入し、次に、このモデルの初段階では、事物の位置と形状に関する情報がバランスして含まれる画像記述が作成されるべきであると考えた。そして、この要請を満たす画像記述のための基底関数として調和振動子の波動関数群を導出した。この関数を基底とした部分画像の記述を用いて変形パターンに対する照合特性を求め、従来方式と比較することにより、本方式の有効性を評価した。

IMAGE MATCHING  
BASED ON QUANTUM-MECHANICAL HARMONIC OSCILLATOR MODEL

Hajimu KAWAKAMI

C&C Information Technology Research Laboratories, NEC Corporation  
4-1-1, Miyazaki, Miyamae, Kanagawa, 213 Japan

This paper describes information extraction in early visual processing and its application to image matching.

It is important to clarify the mechanism by which a human can recognize an image distorted with noise, in order to construct computer vision system with flexibility. We consider the flexibility inherent in the human vision to be generated from the process involved in extracting conflicting kinds of information, namely, class and location.

We derived quantum-mechanical harmonic oscillator wave functions from the assumption that balanced information regarding class and location should be extracted for describing an image flexibly.

Image matching was experimentally carried out to investigate an acceptable range of the image pattern distorted with noise. The experimental results indicate that an image description, based on quantum-mechanical harmonic oscillator wave functions, is effective when matching an image distorted with noise.

## 1. はじめに

視覚の優れた特性の一つは、雑音で変形したりぼかされた画像を正しく識別できる点にある。この柔軟性を計算機上で実現して変形パターンに対する許容度の大きい視覚装置を構成しようとする場合、生体における視覚情報処理の計算理論を明らかにすることが重要である。

D. Marr は視覚の目的を網膜像から事物の形状と位置の記述を作り上げることであったと考えた<sup>[6]</sup>。そして、特に視覚処理の第一段階で得られる表現を Primal Sketch と呼んだ。Primal Sketch は網膜像から検出される強度変化に基づいて作成され、この目的に適したフィルターとして  $\nabla^2 G$  フィルターが提案された<sup>[6]</sup>。このフィルターは2次元のガウス関数に Laplacian を作用させた結果の関数であり、以下に示す理由で導入された。

第一の理由は、ガウス関数が位置に関する不確定性と周波数に関する不確定性の積を最小にする関数であるためである。心理物理学の実験により、我々の視覚系には網膜像の強度変化のスケールに関して選択的に作用するチャンネル群が存在することが知られている<sup>[7]</sup>。ガウス関数は一種の低域通過フィルターであり、上記チャンネル群を説明するのに最適であると考えられる。

第二の理由は Laplacian が最低次の等方性微分演算子であるためである。方向性が無いので、各方向に作用させるという処理を省略でき、さらに次数が最低であるということから計算量が少なくて済むという利点が生じる。

以上の理論を展開するにあたり、Marr はさらに生体における視覚情報処理が目的を達成するために用いる方式の基礎となる物理的仮定が重要であることを主張し、網膜像の強度を決定する要因についても十分に考察した。

$\nabla^2 G$  フィルターを用いると人の視覚の空間的受容野に存在すると言われているフィルター<sup>[10]</sup>をうまく近似することができる。また、これを用いた研究は、その後数多く発表された<sup>[8][9]</sup>。しかしながら Marr の理論は生体内での情報処理を反映している生理的、或は物理的な制約を十分に活用しているとは言えず、また、視覚の柔軟性を説明しようとするものでもないと思われる。

上述した背景の下で、本報告は Marr の方針に従って考察の対象を生体内にまで広げることにより、視覚の柔軟性を説明しようとするものである。我々は、視覚情報の経路に注目して構成された視覚系のモデルに対して、視覚の初段階では事物の位置と形状に関する情報がバランスして含まれる画像記述が作成されるべきであると考え、この要請を満たす基底関数の一例として調和振動子の波動関数を導出した。調和振動子の波動関数群を基底

として部分画像を記述すれば、変形パターンに対する許容度の高い画像照合方式を実現できる可能性があり、従来方式との比較実験により、本方式の照合特性を評価した。

以下、2. で我々が導入した視覚系のモデルを説明し、3. において上記モデルでは調和振動子の波動関数が重要であることを示す。その後、4. で調和振動子の波動関数群を基底とした部分画像の照合実験例を示し、5. で本報告をまとめる。

## 2. 視覚系のモデル

我々の視覚系が精密な観測系でないことは、例えば錯視現象として、日常誰もが体験することができる。錯視現象とは、事象の大きさ、形、色、明るさなどの関係が対象の客観的關係と著しくくいちがってみられる現象のことである<sup>[11]</sup>。

我々は錯視現象を説明しようとする立場にあるものではないが、錯視現象が物語っている内容、即ち、生体の視覚系はその生理的、或は物理的な制約のために、実際の事象を誤って知覚してしまうという点に注目し、これを糸口として視覚の計算理論を説明できるモデルを構成することにする。

そこで、視覚に関する制約について考えてみる。

第一の制約は視覚系の構成に関係する。近年の神経生理学の実験により、視覚系における情報の経路として、視覚野から頭頂葉に向かう空間視の系統と、側頭葉に向かう形態視の系統が発見されている<sup>[2]</sup>。空間視は事物の空間的な位置や運動を識別するのに関係するモジュールであり、一方、形態視は事物の形状や色を識別するのに関係するモジュールであると言われている。このとき、二つのモジュールが視覚野を共通の情報源とした構成になっていることが制約になる。

第二の制約は視覚系が物理的な観測系であることに関係する。量子力学の基本原則の一つである不確定性原理によると、位置と運動量、或は、時間とエネルギーをそれぞれ同時に精度良く観測することは原理的に不可能である<sup>[3]</sup>。運動量とは位置座標の取り方に関して<sup>[12]</sup>、また、エネルギーとは時間座標の取り方に関して<sup>[4]</sup>、それぞれ不変になるよう定義される物理量であることから、各場合の両者の関係は、視覚における空間視が処理する情報と形態視が処理する情報の関係に例えることができる。従って、この考え方から導入される不確定性原理に相当する原理が制約となる。

図2-1に、上記制約を内在させることができる視覚系のモデルを示す。このモデルの本質は、互いに共役な観

測系として捉えられている空間視と形態視が、情報源を共有する構成になっている点にある。

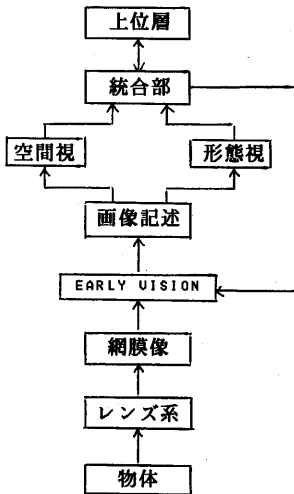


図2-1: 視覚系のモデル

同図において、レンズ系は例えば物体を網膜上に投影して網膜像を形成する。EARLY VISION は網膜像を受容して画像記述を作成する。空間視は、見えている物体の位置を検出するため、画像記述を位置空間から観測する。一方、形態視は、見えている物体の種類を検出するため、画像記述を周波数空間から観測する。統合部は、空間視と形態視の観測結果から見えている物体を識別し、さらに上位の判断層へ結果を伝える。上位の判断層が統合部に対して別の判断を求めてきた場合、統合部は、例えば空間視における位置の観測精度が高まるよう、EARLY VISION のパラメータを調節する。

さて、このようなモデルに基づいた視覚系で、我々が物体の位置と種類を同時に知覚していることを説明するためには、画像記述は空間視と形態視の双方に対して十分な情報源になるべきである。ところが、空間視と形態視が要求する情報は互いに共役な関係にあるため、不確定性原理の作用により、上記要請は原理的に満たされない。

故に、位置と種類に関する情報が同時に精度良く記述されるという立場を離れ、むしろこれらの情報はばかされて記述されるという立場を積極的に取り入れた考察が重要になる。このように考えると、ぼけの効果が極めて

自然に導入され、この効果により、視覚系の柔軟性を説明することができる可能性が生まれてくる。

### 3. 基底関数

3. では、視覚の初段階において位置と形態に関する情報がバランスして含まれる画像記述が作成されることを仮定することにより、画像を記述するための基底関数を導出する。以下、問題を簡単にするため一次元で考えるものとし、まず情報がバランスする条件を数式で表し、次にこの数式を見通しよく解くために活用できる量子力学の知見を説明し、最後に解の一例として調和振動子の波動関数が導出されることを示す。

#### 3. 1 位置と形態のバランス

まず、位置と形態を観測する座標系について述べ、次にバランスさせるための条件を示す。

3. 1. 1 観測系 形態視が扱う情報を種類と呼ぶことにすると、種類は位置座標の取り方に対して不変に定義されるべきである。このような物理量は一般に運動量と呼ばれ<sup>[12]</sup>、de Broglie の式<sup>[12]</sup>

$$P = \hbar \cdot K \quad (3-1)$$

ここで、P;運動量, K;波数,  $\hbar$ ;定数

を手がかりにすれば、波数、即ち、空間周波数と同じ概念であると解釈できる。

そこで、位置に関する情報は位置空間で観測され、種類に関する情報は周波数空間で観測されるものとする。

3. 1. 2 バランス いま、網膜像を位置空間の基底関数

$$f(x), \quad \int |f(x)|^2 dx = 1 \quad (3-2)$$

で測り、さらに同じ網膜像を周波数空間から  $f(x)$  のフーリエ変換

$$F(w) = (2\pi)^{-0.5} \int f(x) \exp(-jwx) dx \quad (3-3)$$

を基底関数として測るものとする。そして  $f(x)$  と  $F(w)$  の各基底関数を含む情報量をパワー

$$P[f(x)] = |f(x)|^2, \quad P[F(w)] = |F(w)|^2 \quad (3-4)$$

のエントロピーで定義するとすれば、空間視と形態視が利用できる有限区間

$$[-Tx, Tx], [-Tw, Tw] \quad (3-5)$$

に含まれる各情報量  $I[f]$  と  $I[F]$  は次のようになる。

$$I[f] = -\int_{-Tx}^{Tx} P[f(x)] \log(P[f(x)]) dx \quad (3-6)$$

$$I[F] = -\int_{-Tw}^{Tw} P[F(w)] \log(P[F(w)]) dw \quad (3-7)$$

ここで、積分区間を有限にしたのは、生体において位置と周波数の各検出器の個数は有限であると考えたためである。

すると、位置と種類に関する情報がバランスするための条件は次式で表すことができる。

$$I[f] = I[F] \quad (3-8)$$

### 3. 2 量子力学の知見

式(3-8)を積分方程式として真正面から解くことも不可能ではないが、フーリエ変換に対して関数のプロフィールが不変である関数は

$$P[f(x)] = P[F(x)] \quad (3-9)$$

を満たすため一つの解になっていることに留意し、その関数を求めることにすれば、以下に示す量子力学の知見を活用して問題を見通しよく解くことができる。

第一の知見は Schrodinger 波動方程式の波動関数に関係する。量子力学では一般に問題を位置空間や運動量空間で表示するが、このとき、両空間における表示から求まる波動関数はフーリエ変換対になる<sup>[14]</sup>。

第二の知見はハミルトン演算子の表現に関係する。古典論では、ハミルトニアン  $H$  を位置  $x$  と運動量  $p$  の関数

$$H(x, p) = (\text{位置エネルギー}) + (\text{運動エネルギー}) \quad (3-10)$$

で表し、量子力学的ハミルトン演算子に移行するには次の変換規則に従う<sup>[17]</sup>。

$$\begin{aligned} (1) \text{位置空間表示} \\ \text{位置変数; } x \text{ ----> } x \end{aligned} \quad (3-11)$$

$$\text{運動量変数; } p \text{ ----> } -j\hbar \frac{d}{dx}$$

(2) 運動量空間表示

$$\text{位置変数; } x \text{ ----> } j\hbar \frac{d}{dp}$$

$$\text{運動量変数; } p \text{ ----> } p \quad (3-12)$$

### 3. 3 調和振動子の波動関数

3・2の知見を活用すれば、フーリエ変換に対して関数のプロフィールが不変になる関数を求める問題を次のようにして解くことができる。即ち、ハミルトン演算子が位置空間と運動量空間で相似になる物理現象の波動関数が解となる。

この条件を満たす物理現象が調和振動子である。例えば、質量  $m$  の質点をバネ定数  $k$  のバネにぶら下げた系で構成された調和振動子の古典論的ハミルトニアンは

$$H(x, p) = x^2/(2k^{-1}) + p^2/(2m) \quad (3-13)$$

で表され、式(3-11), (3-12)の変換規則を適用させた場合、ハミルトン演算子は位置空間と運動量空間で表現が相似になる。

さて、量子力学的調和振動子に対する Schrodinger 波動方程式は

$$\begin{aligned} f_n''(x) + \{(2n+1) - x^2\} f_n(x) &= 0 \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3-14)$$

で記述され、次に示す規格化された解を持つ。

$$\begin{aligned} f_n(x; r) &= C_n^{-1} H_n(x/r) \exp(-x^2/2r^2) \\ C_n &= (r \pi^{0.5} 2^n n!)^{0.5} \\ n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3-15)$$

ここに、 $H_n(x)$  は次式で定義される  $n$  次のエルミート多項式である。

$$H_n(x) = (-1)^n \exp(x^2) \frac{d^n}{dx^n} \exp(-x^2) \quad (3-16)$$

$f_n(x; r)$  は完全且つ次に示す直交関係を満たす<sup>[15]</sup>。

$$\begin{aligned} \int f_m(x; r) f_n(x; r) dx &= 1 \quad m=n \\ &= 0 \quad m \neq n \end{aligned} \quad (3-17)$$

図3-1に $f_0(x;r)$ ,  $f_1(x;r)$ ,  $f_2(x;r)$ , 及び $f_3(x;r)$ の形を示す。

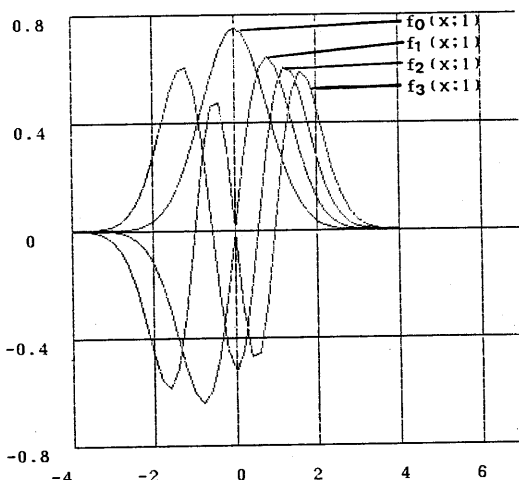


図3-1：調和振動子の波動関数

#### 4. 部分画像の照合実験

3. の議論より、調和振動子の波動関数群を基底として作成された画像記述には、事物の位置と種類に関する情報がバランスして含まれることになる。この特徴を利用して、雑音で変形した標準パターンを部分画像として含む入力画像から、標準パターン部分の位置と種類を検出する実験を行った。

以下、4. 1で実験の概要を説明し、4. 2で照合方式を示し、4. 3で実験結果とその評価を示す。

##### 4. 1 実験の概要

図4-1(a)に標準パターンとなる2値画像を示す。この標準パターンを部分画像として含む同図(b)の画像に対して変形操作を加えて入力画像を合成し、その画像中で、先の標準パターンが写っている位置を見つける実験を行う。

同図(c)に下記手順で合成した入力画像を示す。

[1] 初期条件を以下のように設定する。

$$T = 1/3 \quad (4-1)$$

[2] 入力画像の輪郭点 $p$ を1画素単位で追跡する度に、区間 $[0, 1]$ から一様乱数 $x$ を選択する。

[3] もし、 $x < T$  ならば点 $p$ の4近傍の1つを内部に統合する。

[4] もし、 $x > 1 - T$  ならば点 $p$ の4近傍の1つを内部から取り除く。

[5] [2]でもなく[3]でもないときは何もしない。



(a)：標準ボタン



(b)：原画像



(c)：入力画像

図4-1:画像

##### 4. 2 照合方式

標準パターンを $s(x,y)$ 、入力画像を $a(x,y)$ 、そして調和振動子の波動関数を $f_n(x;r)$ と表したとき、以下の手順で入力画像の局所的な位置 $(u,v)$ にある部分画像と標準パターンの相違度を計算する。以下、この測度を相違度 $Q$ と呼ぶ。

[1] 標準パターン $s(x,y)$ を $f_n(x;r)$ で展開して展開係数群

$$s_{k1}(r) = \int \int s(x,y) f_k(x;r) f_1(y;r) dx dy \quad (4-2)$$

を求め、 $s_{k1}(r)$ を標準パタンの記述とする。

[2] 入力画像 $a(x,y)$ を位置 $(u,v)$ において $f_n(x;r)$ で展開して展開係数群

$$a_{k1}(u,v;r) = \int \int a(x+u,y+v) f_k(x;r) f_1(y;r) dx dy \quad (4-3)$$

を求め、 $a_{k1}(u,v;r)$ を位置 $(u,v)$ における入力画像の局所的な記述とする。

[3] 標準パタンの記述と入力画像の局所的な記述を  $m \times n$  個の展開係群が成分となる直交空間内のベクトルと見なし、これらのベクトルが成す

角度

$$Q(u,v;r,m,n) = \text{Cos}^{-1} \left[ \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{k1}(u,v;r) s_{k1}(r)}{\{a(u,v;r,m,n) s(r,m,n)\}} \right] \quad (4-4)$$

但し

$$a(u,v;r,m,n) = \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{k1}(u,v;r)^2 \right]^{0.5} \quad (4-5)$$

$$s(r,m,n) = \left[ \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n s_{k1}(r)^2 \right]^{0.5} \quad (4-6)$$

で両者の違いを測る<sup>[1]</sup>。

上述した手順に従って入力画像上のすべての位置で相違度 $Q$ を算出した後、最小値を与える位置の部分画像を見つけ、その部分画像を標準パタンの候補と考える。

#### 4. 3 実験結果と評価

パラメータを次のように設定し、相違度 $Q$ を計算した。

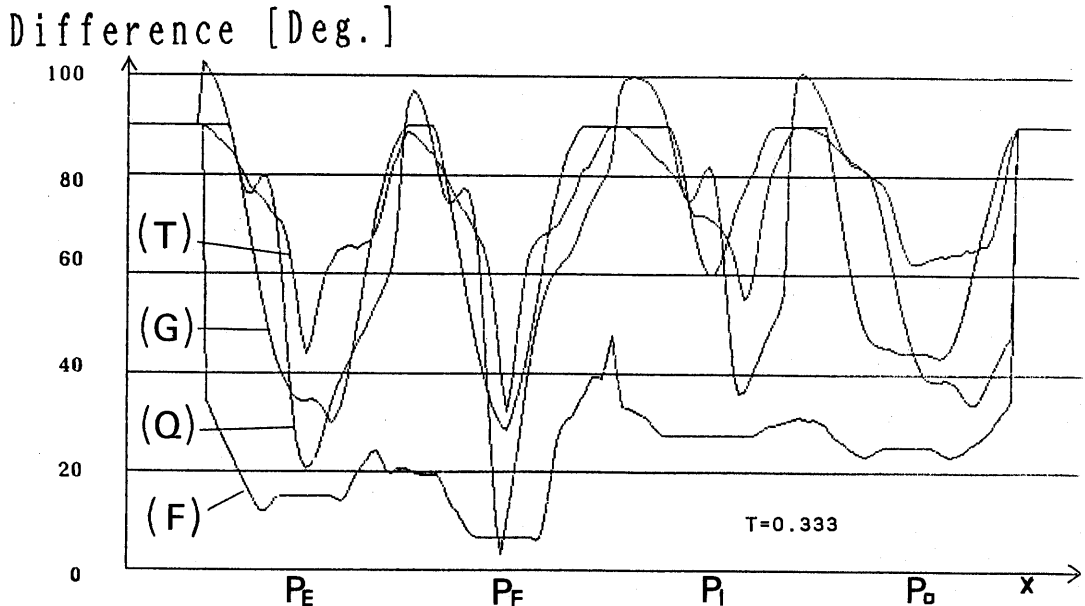


図4-2: 相違度の位置特性

$$r = 4, m=0, n=3$$

(4-7) クトルが成す角度を相速度とする (曲線G)。

図4-2は、入力画像中の標準バタンの位置を通る横方向の線分上の相速度Qを描いたものである (曲線Q)。同図において、横軸は部分画像の位置、縦軸は相速度を示す。また、位置 $P_E, P_F, P_I, P_n$ はそれぞれ、ボタンE, F, I, nの位置を示す。

相速度Qの特性を評価するため、同図には以下に示す他の相速度も示してある。

**相速度T: 単準テンプレートマッチング**

標準ボタンと部分画像の画素値を成分とする各ベクトルが成す角度を相速度とする (曲線T)。

**相速度F: パワースペクトルマッチング**

標準ボタンと部分画像のパワースペクトル係数を成分とする各ベクトルが成す角度を相速度とする (曲線F)。

**相速度G: ガウス関数で重み付した  
単準テンプレートマッチング**

標準ボタンと部分画像をそれぞれガウス関数で重み付けて周辺部をぼかした画像の画素値を成分とする各ベ

図4-2より、次のことがわかる。

(1) 相速度Tを用いると、点 $P_F$ を中心とした狭い領域に何かがあることがわかるが、それが標準ボタンであると断定するには相速度が大きすぎる。

(2) 相速度Fを用いると、点 $P_F$ を含む領域に標準ボタンらしきものがあるということがわかるが、その位置を決定するには領域が広すぎる。

(3) 相速度Gは、相速度Tに近い特性を持つ。

(4) 相速度Qは、点 $P_F$ を中心とした狭い領域に標準ボタンらしきものがあることを示している。

これらの結果を定量的に評価するため、下記評価量を導入する。

第一の評価量は種類の識別力である。例えば、図4-2の相速度で、雑音による特性の変化に対して種類の識別力が劣化しないためには、標準ボタンがある位置における相速度の値Mが小さく、且つ、その位置以外での最小

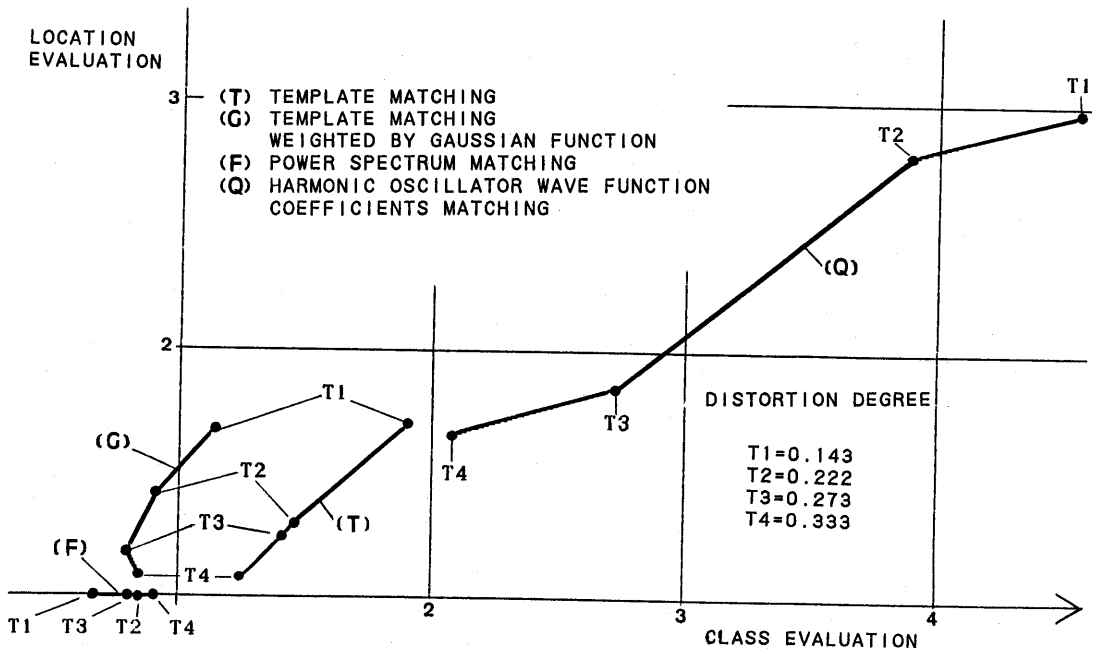


図4-3: 相速度の評価

値Uが大きくなる必要がある。よって、次式で種類の識別力Cを定義する。

$$C = U / M \quad (4-8)$$

第二の評価量は位置の検出力である。標準ボタンがある位置を狭い領域に限定できるためには、標準ボタンがある位置における相速度の値Mが小さく、且つ、その近傍における値が大きくなる必要がある。よって、次式で位置の検出力Lを定義する。

$$L = V / M \quad (4-9)$$

ここに、Vは標準ボタンがある位置の4近傍における相速度の平均値である。

これらの評価量が共に大きくなる相速度の定義は、変形した部分画像を柔軟に照合するのに有効であると考えられる。

図4-3は、式(4-1)に示したパラメータTの値を変えて合成した入力画像群に対する各相速度をプロットしたのものである。同図において、横軸はC、縦軸はLである。C-L平面では右上にプロットされるのが好ましいので、相速度Q、即ち、調和振動子の波動関数群を基底とした画像記述を用いた部分画像の照合方式は、種類と位置の変動を柔軟に吸収できる方式であることがわかる。

## 6. むすび

本報告では、視覚の柔軟性を説明するため、生体の視覚系において、互いに共役な検出器に偏りのない情報を供給できる画像記述が作成されるというモデルを提案し、このモデルに対して、位置と種類に関する情報がバランスするための条件から、画像を記述するための基底関数として調和振動子の波動関数群を導出した。

この画像記述を用いて、変形した部分画像の位置と種類を照合する実験を行い、従来方式と比べて本方式が有効であることを示す結果を得た。

今後、各種パラメータの最適化を検討すると共に、ステレオ画像照合や画像復元に応用する予定である。

## 謝辞

日頃から熱心に ご討議・ご討論頂く C&C 情報研究所、ボタン認識研究部 浅井紘 部長と、同研究部 田

島讓二 研究課長に、心から感謝致します。

## 参考文献

- [1] Rafael C. Gonzales and Paul Wintz, : Digital Image Processing, Addison-Wesley Publishing Company, pp.333-334, 1977.
- [2] 酒田英夫, : 記憶は脳のどこにあるか, 岩田書店, p.58, 1987年6月5日.
- [3] 野村昭一郎, : 量子力学入門, コロナ社, pp.33-37, 昭和50年11月10日.
- [4] アルベール・メシア, : 量子力学1, 小出昭一郎, 田村二郎 (訳), 東京図書 (株), pp.114-116, 1986年11月20日.
- [5] D.Marr, : VISION, 安藤広志, 乾敏郎 (訳), 産業図書 (株), p.41, 昭和62年10月23日.
- [6] D.Marr and E. Hildreth, "Theory of Edge Detection", MIT, A.I.Memo, No.578, April, 1979.
- [7] F.W.Campbell and J.G.Robson, "Application of Fourier Analysis to the Visibility of Gratings", J.Physiol., 197, p.551, 1968.
- [8] A.L.Yuille and T.Poggio, "Scaling Theorems for Zero-Crossings", MIT, A.I.Memo, No.722, June, 1983
- [9] Robert Hummel and Robert Moniot, "A Network Approach to Reconstructions from Zero-Crossings", Proc. of the IEEE Computer Society Workshop on Computer Vision, pp.8-13, 1987.
- [10] C.Enroth-Cugell and J.G.Robson, "The Contrast Sensitivity of Retinal Ganglion Cells of the Cat", J.Physiol., 187, pp.517-552, 1966.
- [11] 今井省吾, "錯視とは何か", サイコロジー, No. 29, pp.14-20, 1982年8月.
- [12] エリ・ランダウ, イェ・リフシッツ, : 量子力学1, 佐々木健, 好村滋洋 (訳), 東京図書 (株), pp.46-50, 1978年11月30日.
- [13] Leonard I. Schiff, : Quantum Mechanics, 3'rd Ed., McGRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY, p.3.
- [14] ジョージ・アルフケン, : 特殊関数と積分方程式, 権平健一郎, 神原武志, 小山直人 (訳), 講談社, pp.281-282, 昭和58年1月31日.
- [15] アルベール・メシア, : 量子力学2, 小出昭一郎, 田村二郎 (訳), 東京図書 (株), p.263, 1985年12月10日