

## 構造線による一次元パターンの解析

和田俊和 佐藤 誠  
東京工業大学 精密工学研究所

本研究では数本の木が配置された二次元環境中を移動するカメラによって環境を観測した場合の画像を想定し、スクリーン上の一次元濃淡波形を「一般化波形の構造線」を用いて解析した。構造線は波形の凹凸領域の階層構造をあらわす解析的な曲線であり、位相的には三分木の構造を持っている。解析の結果、構造線の枝の生成・消滅、切断・接合などの形態変化と木の見えかくれ、カメラの視界への対象の出入り、スクリーン上での木の位置関係、大小関係の変化が関係あることがわかった。この関係を整理することによって観測された画像中での木の見えかくれなどのシーンの見え方の変化を判断することが可能である。

## An Analysis of One-Dimensional Patterns by Structure line

Toshikazu Wada Makoto Sato  
Research Laboratory of Precision Machinery and Electronics  
TOKYO INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
4259 Nagatsuta-cho, Midori-ku, Yokohama 227, Japan

*Structure line* is a hierarchical representation of waveforms based on *scale space filtering*. Structure line has the same topological property as the *ternary tree*, and represents the hierarchy of the convex and concave region of the waveform.

In this paper, we discuss an application of the structure line to the computer vision. One of the most basic and difficult problem of the computer vision is the reconstruction of the 3-dimensional object from the multi-viewpoint images. There may be the occlusion of the characteristic points between the images, then we can't find the matching pair. So, we should know the occluded regions between the images before the beginning the correspondence process.

We investigated the relation between the morphological transition of the structure line of the observed images and the transition of the scene. The relation between the transitions of the structure line and the scene transitions are cleared.

# 1 はじめに

私たちはものを見るとき、対象の細部に注目するとその周囲が見えなくなり、全体を大まかにみると細部が見えなくなるといことをしばしば経験する。このような視覚の特性によって、人間は周囲の影響を受けずに対象を詳しくとらえたり、細部の影響を受けずに対象をおおまかにとらえることができるのである。通常人間は、まず対象を大まかにながめて全体の構造をとらえ、必要に応じて部分的な特徴に注意を向けて詳しく観察する。このように、階層的に対象をとらえる観測過程は人間の高度な視覚情報処理にとって基本的なものである。

人間がおこなっているパターンの階層的な表現と同様な表現を求める方法として、A. Witkin によって提案された「尺度空間フィルタリング」(Scale Space Filtering) が知られている。この尺度空間フィルタリングの考えをさらに進め、パターンの階層性を表わす三分木の構造をもった解析的な曲線である「一般化波形の構造線」が佐藤ら [7] によって提案されている。

コンピュータビジョンにおける基本的な問題の一つとして、両眼視や動画像などの多重画像に基づく三次元形状の再構成があげられる。一般的に多重画像処理では、零交差や線分などの画像中の特徴的な点を求め、この特徴点に対応する点が他の画像のどこに写っているかを知ることによって、物体の三次元的な位置を求める。しかし、実際の観測においてはこのような対応点が別の物体によってかくされる、あるいはスクリーンから出てしまい、一方の画像に対する対応点ももう一方の画像に存在しないことがしばしばある。この場合には正しい対応づけをおこなうことはできない。したがって特徴点の対応付けを行なう前に、三次元世界の特徴が観測された画像中にどの様にあらわれるのか、その動的な振舞いを十分に検討しておくことがきわめて重要である。

本報告では、高さ方向に一様な環境を想定し、モデル化した二次元世界において、いくつかの視点から観測した画像に対する構造線を求め、構造線の形態の変化と、シーン中の物体の見えかぐれの関係を調べる。具体的には、木を避けながら林の中を移動する自走式ロボットのようなモデルを考え、木の見えかぐれが構造線の形態にどの様な変化をもたらすかを調べる。この結果に基づき、木の見えかぐれを判断する方法について考察する。

## 2 一般化波形と構造線

### 2.1 一般化波形と零交差線

A. Witkin [1] は波形の階層構造をとらえるために、バンド幅が可変のガウシアンフィルタを用いて原波形を連続的にぼかした波形集合に拡張する「尺度空間フィルタリング」(Scale Space filtering) を提案した。

尺度空間フィルタリングによって得られる波形集合は「一般化波形」と呼ばれ、次のように定義される。

[定義 1] 一般化波形

変数  $x \in (-\infty, \infty)$  上の波形  $f(x)$  に対して次の式で定義される波形集合  $f(x, \sigma)$  を  $f(x)$  の一般化波形と呼ぶ。

$$f(x, \sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\zeta) w(x - \zeta, \sigma) d\zeta \quad (1)$$

但し関数  $w(x, \sigma)$  はパラメータ  $\sigma$  を持つガウス関数である。すなわち、

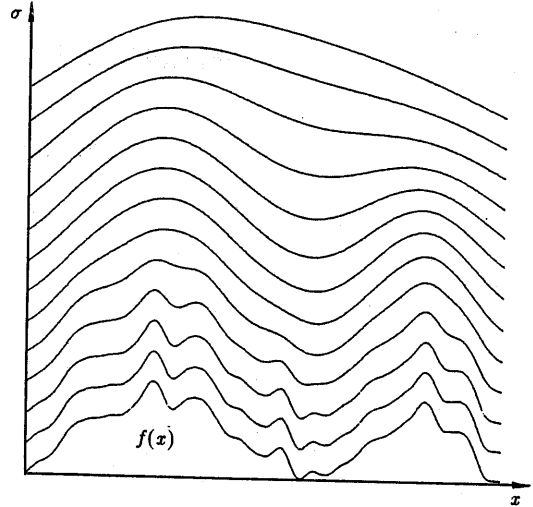


図 1: 一般化波形

$$w(x, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2\right) \quad (2)$$

である。

一般化波形の例を図 1 に示す。この図からわかるように、パラメータ  $\sigma$  の値が大きくなるにしたがって、原波形の微細な構造が失われ、大まかな形だけが残される。逆に  $\sigma$  の値を小さくすると、波形の細部が鮮明になってくる。このように、パラメータ  $\sigma$  は波形を観測する際の尺度を表わしている。パラメータ  $\sigma$  の値を 0 から  $\infty$  まで連続的に変えることによって一般化波形は  $(x, \sigma)$  半平面上の解析的な曲面を形成する。

一般化波形の導関数の間には次のような関係が成り立つ。

[定理 1] 基礎方程式

一般化波形  $f(x, \sigma)$  は次の偏微分方程式を満足する。

$$\left(\frac{\partial}{\partial \sigma} - \sigma \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) f(x, \sigma) = 0 \quad (3)$$

この方程式を一般化波形の基礎方程式と呼ぶ。

Witkin はさらに、 $f(x, \sigma)$  の  $x$  による 2 次微分の零交差、すなわち変曲点がパラメータ  $\sigma$  を変化させたときに描く曲線の階層性に着目し、波形の階層構造を表している。このような曲線を 2 次零交差線と呼ぶ。

図 2 に 2 次零交差線の例を示す。2 次零交差線は一般化波形の変曲点の集合であり、この曲線を境界として隣合う領域は互いに波形の凹凸が異なっている。したがって、2 次の零交差線により、一般化波形の凹と凸の領域を表わすことができる。

$f(x, \sigma)$  の 2 次零交差線の接ベクトルが  $x$  軸と平行になる点では、

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3} f(x, \sigma) = 0 \quad (4)$$

が成立ち、3 次の零交差線がこの点を通る。このような点を構造点と呼ぶ。

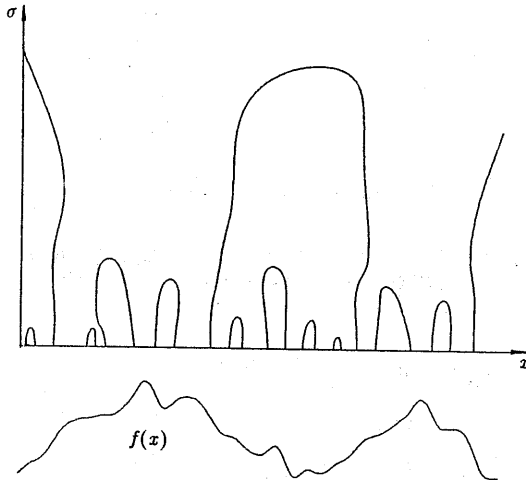


図 2: 2次零交差線

[定義 2] 構造点

一般化波形  $f(x, \sigma)$  上の点  $(x_0, \sigma_0)$  が

$$f_{xx}(x_0, \sigma_0) = f_{xxx}(x_0, \sigma_0) = 0 \quad (5)$$

を満足するとき、 $(x_0, \sigma_0)$  を一般化波形の構造点と呼ぶ。

ここで、構造点における 2 次零交差線の局所的な性質を調べてみる。  $\sigma(x)$  によって 2 次零交差線を表わしたとき、構造点で二階微分  $d^2\sigma(x)/dx^2$  は、

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} = -\frac{f_{xxxx}}{f_{xxx}} \quad (6)$$

となる。式 (6) と定理 1 から次の関係式が得られる。

$$\frac{d^2\sigma(x)}{dx^2} = -\frac{1}{\sigma} < 0 \quad (7)$$

このことから、構造点では 2 次零交差線の曲率が負であり、2 次零交差線は上に閉じていることがわかる。図 2 から、この性質が確認できる。

これを A. L. Yuille[2] らは、次に示す「単調性」と呼ばれる定理として明らかにした。

[定理 2] 零交差の単調性

パラメータ  $\sigma$  の値が大きくなると、一般化波形の零交差線の本数が増加することはない。すなわち零交差線は上に閉じており、下に閉じることはない。

この単調性により、2 次の零交差によって区切られる領域は  $\sigma$  の値を小さくしていくとき、凹 (凸) 領域から凹凸凹 (凸凹凸) の 3 つの領域が現れ、これらの領域の間の関係を三分木で表すことができる。このように、零交差線によって、波形の階層構造が木構造で表せるためには定理 2 の単調性が成り立っている必要がある。この単調性を保証しているのは定理 1 で述べた基礎方程式である。

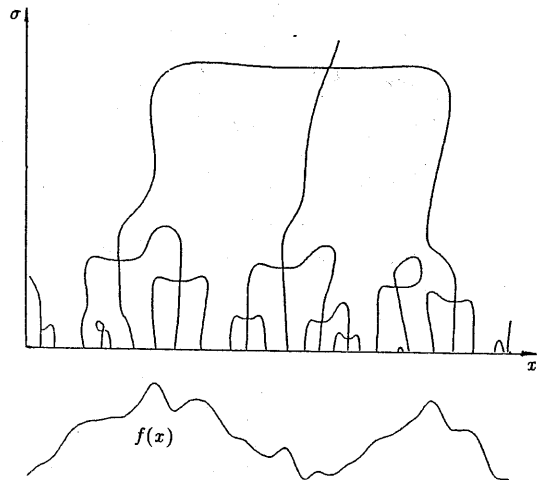


図 3: 構造線

2.2 一般化波形の構造線

Witkin は 2 次零交差線によって区切られる領域の階層性に着目し、一つ一つの領域を  $(x, \sigma)$  平面上での矩形によって表した区間木 (interval tree) と呼ばれる波形構造の木表現を得ている。

また、飯島と趙 [5] は図形観測の上で安定な視点、視野である「安定視点」という考えを導入し、安定視点を相互に接続した安定視点木という図形の階層的表現を提案している。

Witkin による区間木と、趙による安定視点木はいずれも、一般化図形あるいは一般化波形上の特徴的な点または領域に着目して特徴点を定め、それらを直接的に接続することによって階層的な表現を実現している。しかし、これらの手法では木が解析的な曲線として定義されておらず、自由に木構造をたどることができないという問題点がある。

この問題点を解決するため、佐藤ら [7] [8] は一般化波形の微分幾何学的性質に基づき、一般化波形の凹凸領域の階層構造を表わす解析的な曲線を提案した。この曲線は「一般化波形の構造線」と呼ばれる。

[定義 3] 構造線

一般化波形の一次導関数  $f_x(x, \sigma)$  の変曲点の集合からなる曲線を一般化波形の構造線と呼ぶ。すなわち、構造線は次の式を満たす  $(x, \sigma)$  平面上の点が形成する曲線である。

$$D(x, \sigma) = f_{xxx}f_{\sigma\sigma}^2 - 2f_{x\sigma}f_{xxx}f_{x\sigma} + f_{x\sigma\sigma}f_{xx}^2 = 0 \quad (8)$$

図 3 に構造線の例を示す。

この図からもわかるように、構造線は一般化波形上に新たに凹凸構造の現われる構造点で分岐し、構造点を節とする三分木を形成する。構造線は全ての構造点を通過し、2 次零交差線と構造点以外では交わらない。したがって、閉じた零交差の中に入った構造線は構造点以外からは外にでることはない。

また、原波形  $f(x)$  に  $Af(\alpha(x - \mu)) + C$  という変換を施すことを考える。この変形は原波形の観測の際に起こり得る変換群であり、波形の形状に関する本質的な情報を変えるものではない。こ

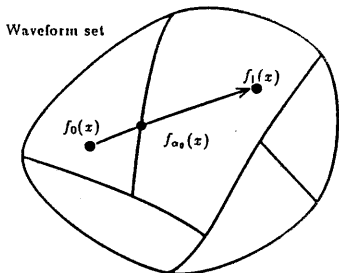


図4: 構造線の木構造による波形集合の分割

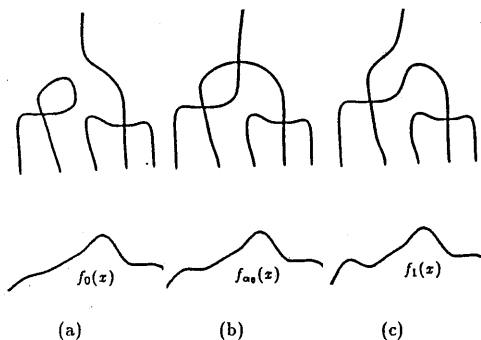


図5: 構造線の形態変化

の変換を施した波形に対する構造線はもとの波形に対する構造線と相似になるという「構造不変性」と呼ばれる性質がある。

構造線は解析的な曲線であることから、構造線によって  $(x, \sigma)$  平面上で木構造を自由にたどることができ、柔軟な波形の構造解析を行うことを可能にしている。

### 2.3 構造線の形態変化

波形集合全体は、同じ組合せの木構造の構造線を持つ波形と同値類とした部分集合に分けることができる。(図4参照)

いま、異なる部分集合に属する波形  $f_1(x)$  と  $f_2(x)$  を考えたとき、例えば

$$f_{\alpha}(x) = (1 - \alpha)f_1(x) + \alpha f_2(x), \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (9)$$

によって、 $f_1(x)$  から  $f_2(x)$  へと波形を連続的に変形することが可能である。このとき、波形  $f_{\alpha}(x)$  は  $f_1(x)$  から  $f_2(x)$  に到る連続した軌跡を描くことから、ある時点  $\alpha_0$  で必ずふたつの部分集合の境界を越えることになる。この点で、波形の木構造は不連続に変化する。すなわち、構造線のカタストロフィーが生じる。このことから波形集合の境界上の波形をカタストロフ波形と呼ぶことにする。カタストロフ波形は波形の凹凸の階層性を一意に決定できない構造上不安定な波形である。

図5 (a)(b)(c) に孤立した構造線が連続的に変形し、主構造線に結合する様子を示した。図5 (a) において山の左斜面にある孤立した凹凸構造が次第に大きくなり同図 (c) においては中央の山の凹凸構造の一部として取り込まれている。このような凹凸構造の変化は構造線の形態の変化においてよく現われる。

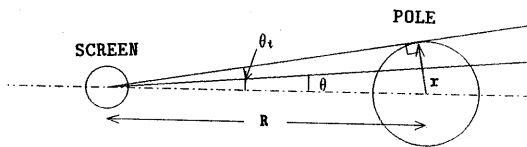


図6: 木とスクリーンの関係

以上のように、波形の構造線の生成、消滅、あるいは切断、結合といった木構造の変化は、すべてカタストロフ波形を経て生じていることがわかる。

### 3 環境・観測モデルの設定

ここでは自走式ロボットが、搭載したカメラによって撮影した画像をもとに外界を知覚し、木を避けながら林の中を走行するような問題を考える。このような場合には、木の見えかたが起こり、木の位置関係を正しく把握することが重要な課題となる。

具体的なモデルとしては、簡単のため高さ方向に一様な世界をモデル化した二次元の環境を考え、木のモデルとして円を用い、ロボットには円弧形のスクリーンをもつカメラが搭載されているものとする。このモデルではスクリーン上のデータは一次元濃淡波形となり、一次元波形に対する解析を行えばよいことになる。但し、光源はスクリーンの中心部にあり、木の表面は完全拡散面とする。

また、円弧形のスクリーンを用いていることによって図6に示すような一つの木に対する像は次の式で表わされる。(導出の詳細は付録に示す。)

$$i(\theta) = I_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta} \quad (10)$$

但し、

$$\rho = \frac{r}{R} \quad (11)$$

である。図7に  $i(\theta)$  を示す。この図において観測される波形の高さは光源の強さ  $I_0$  で一定であり、幅はスクリーンから木までの距離  $R$  と木の半径  $r$  の比  $\rho$  によって、 $2\sin^{-1} \rho$  と表わされる。

実際には、環境の中には様々な位置に木が配置されており、たくさんの像がスクリーンに映し出されることになり、 $i(\theta)$  を重ね合わせることによって、観測画像が得られる。しかし、木が他の木によって隠される場合にはスクリーンの手前にある木の像が後ろの木の像をささげるために図8に示すような不連続な形状の波形が得られる。

実際の環境と観測点を図9に示す。この図において、太さの異なる三本の木の回りをロボットが反時計まわりに  $v_0$  から  $v_{11}$  まで移動したときに木を観測して得られた一次元濃淡波形とそれに対する構造線を求めた結果を次章に示す。

### 4 構造線によるシーンの解析

図10は図9における  $v_0$  から  $v_{11}$  までスクリーンを移動させた場合に対応している。図中  $v_0$  では、木は左から  $p_2, p_1, p_3$  の順番で並んでおり、 $p_1$  と  $p_2$  が近接しているために、 $\sigma$  が大きなレベルでは、 $p_1$  と  $p_2$  は一体の構造としてとらえられている。ロボットの視点が  $v_0 \rightarrow v_1 \rightarrow v_2$  と移動するに伴い、 $p_2$  は  $p_1$  の左

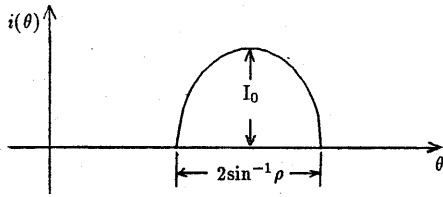


図 7: 一本の木のスクリーンへの結像

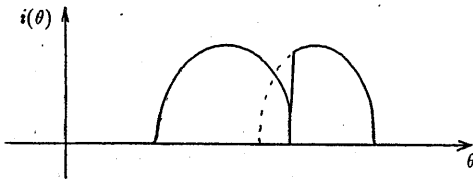


図 8: 複数の木のスクリーンへの結像

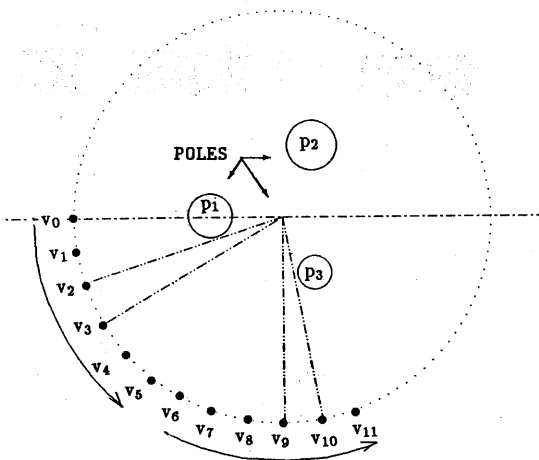


図 9: モデル環境

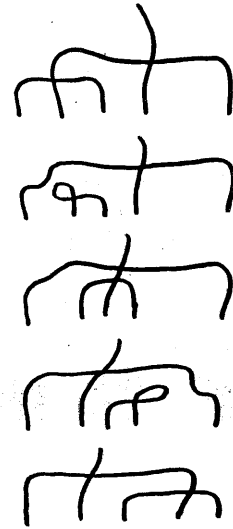


図 11: 構造線の枝の切断・接合

側からかくれて見えなくなる。それに対応して構造線の左側にあった部分木構造が消滅してしまう。さらに  $v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5$  と視点移動すると、 $p_2$  が  $p_1$  の背後から右側に現れ、 $v_5$  における木の順序は左から  $p_1, p_2, p_3$  となる。これにともない再び、構造線の部分木構造が主構造の左に現われる。

このように画像上での対象の見えかくれが、構造線では枝の生成・消滅に対応していることがわかる。

図 10 において、ロボットの視点が  $v_6$  のとき木は左から  $p_1, p_2, p_3$  の順に並んでおり、 $p_1$  と  $p_2$  の間隔が  $p_2$  と  $p_3$  との間隔よりもわずかに狭いため、構造線の形状をみると  $p_1$  と  $p_2$  が一体の構造としてとらえられている。視点が  $v_7$  に移動すると  $p_2$  と  $p_3$  が相対的に近づき一つの組としてとらえられている。このとき、構造線の左の分岐の下にあった子構造が、右の分岐の下に移っている。実際にはこのような分岐の変化の間には構造線の切断と接続が起きており、この構造線の変化を詳細に表わすと、図 11 のようになる。

視点が  $v_9 \rightarrow v_{10} \rightarrow v_{11}$  と移動するとき、 $v_1 \rightarrow v_4$  の場合と同様に  $p_2$  が  $p_3$  の背後にかくれ、また  $p_3$  の背後からあらわれ、部分木構造の消滅と生成が起こる。

以上の実験では現われなかったが、他にもいくつかのシーンの変化が考えられる。たとえば、視点と木との距離が大きくなることによって、木がロボットの視界の外に出てしまう場合、画像上で対象が見えなくなってしまい、構造線の部分木構造が消滅する。また、木と視点との相対的な距離が変化し、スクリーン上で木の相対的な位置関係を保ったまま木の大小関係が変化する場合にもこれによって木の階層構造が変化すれば構造線の切断・接合が起こる。

以上の議論から、構造線の形態変化と林のシーンの関係は以下のように整理できる。

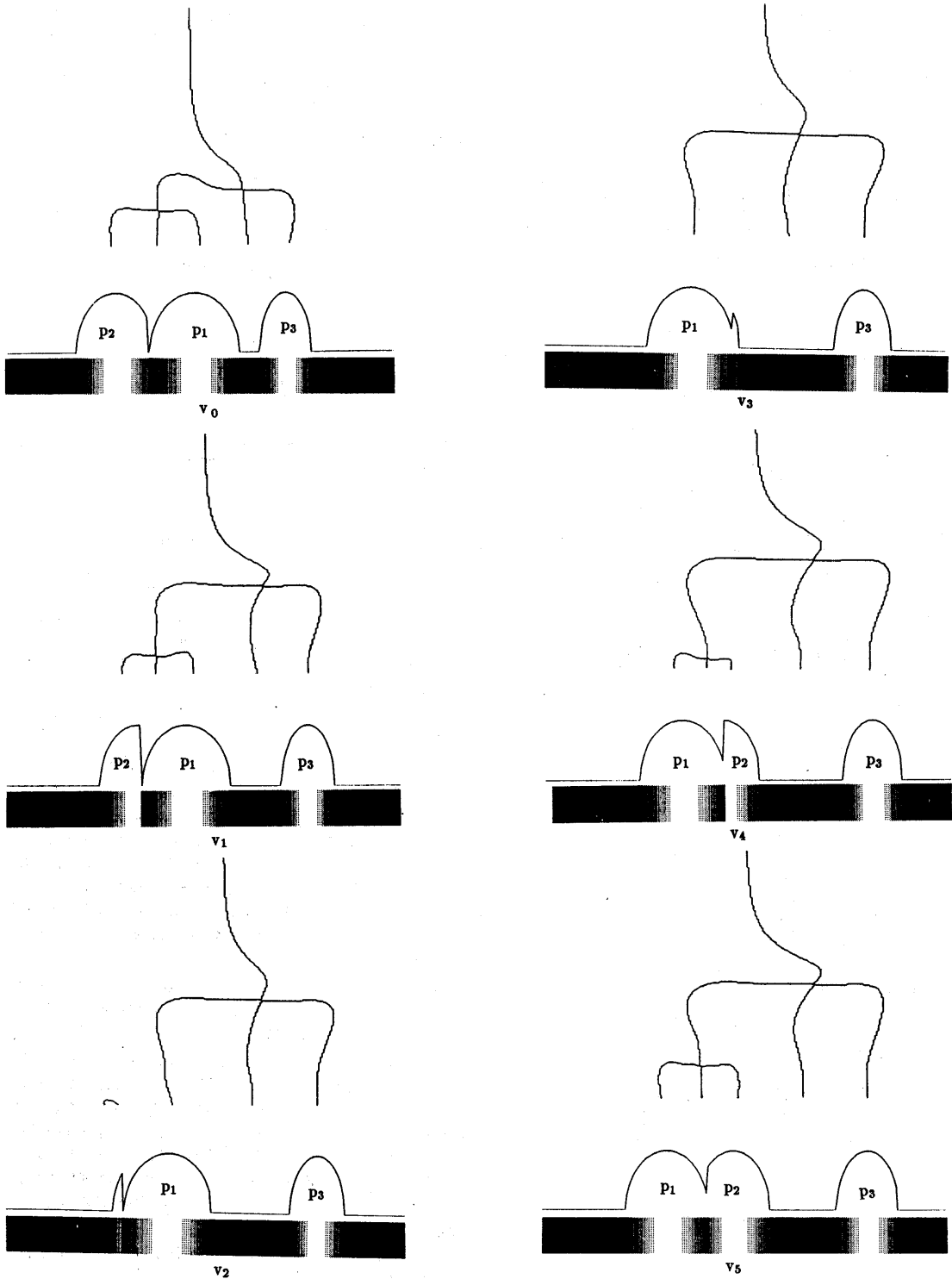


図 10: スクリーン上の一次元データに対する構造線  $v_0 \sim v_5$

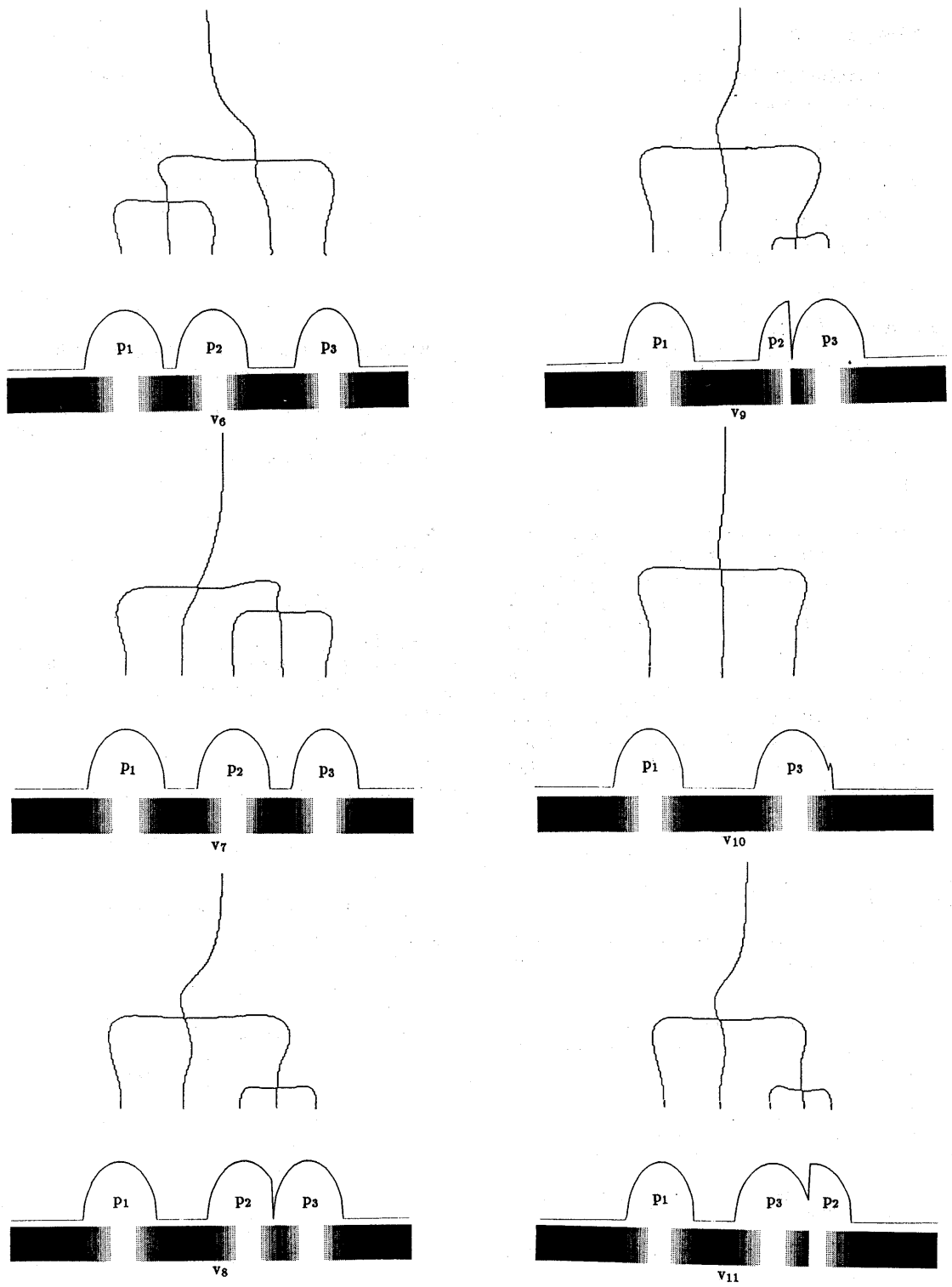


図 10 スクリーン上の一次元データに対する構造線  $v_6 \sim v_{11}$

● 構造線の枝の生成は

1. 木の背後から別の木があらわれた
2. 視界に新しい木が入ってきた

ことを意味する。

● 構造線の枝の消滅は

1. 木が別の木の背後にかくれた
2. 木が視界の外に出て見えなくなった

ことを意味する。

● 構造線の枝の切断, 接合は

1. スクリーン上での木の相対的位置関係が変化した
2. スクリーン上での木の相対的な大小関係が変化した

ことを意味する。

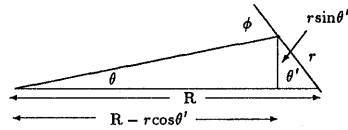


図 12:

[7] 佐藤, 和田: "構造線による一般化波形の階層表現", 信学論 (D), J70-D, 11, pp.2154-2159 (昭 62-11).

[8] M.Sato and T.Wada: "A Hierarchical Representation of Random Waveforms by Scale-Spsce filtering", Proc. of 1987 ICASSP. Apr.1987,Dallas,pp.273-276.

## 5 むすび

本報告では、「一般化波形の構造線」を用いて環境中で、視点を変えて観測した画像とその階層構造の変化の関係を調べた。実験では、高さ方向に一樣な世界のモデルとして、二次元平面上に木を配置した環境のモデルを考えた。木のモデルとしては円を用い、環境の中に太さの違う三本の木を配置した。そしてその周囲を移動するロボットを想定し、ロボットによって観測された一次元波形の構造線を求め、その形態の変化を調べた。この結果、構造線の形態変化とシーンの見え方には密接な関係があることがわかり、この関係を整理することができた。さらに、様々な条件を課した環境について構造線の形態変化とシーンの見え方を整理すれば、構造線によってスクリーン上での対象の見えかたが判断できるものと思われる。

## 参考文献

[1] A.P.Witkin: "Scale space filtering," Proc. of 8th International Joint on Artificial Intelligence, pp.1091-1022, Karlsruhe (1983)

[2] A.L.Yuille and T.poggio: "Scaling theorems for zero crossings," IEEE Trans. Pattern Analysis. Machine Intell., PAMI-8, pp.15-25 (Jan.1986)

[3] J.Babaud, A.P.Witkin and M.Baudin: "Uniqueness of the gaussian kernel for Scale-Space filtering," IEEE Trans. Pattern Analysis. Machine Intell., PAMI-8, pp.26-33.

[4] 飯島泰蔵: "図形の基礎方程式と観測変換," 信学論 (c), 540c, 7, pp.641-648 (昭 46-07).

[5] 趙, 飯島: "安定視点木による画像の特徴抽出理論法," 信学論 (D), J680D, 5, pp.5080514 (昭 60-05).

[6] D.Marr and E.Hildreth: "Theory of edge detection," Proc. R. Soc. Lond. b., 207, pp.187-217 (1980).

## 付録

図 6 において,

$$\theta_t = \sin^{-1} \rho, \quad \rho = \frac{r}{R} \quad (12)$$

である。円柱表面が完全拡散面であることから、スクリーン上の輝度  $i(\theta)$  は光源と円柱表面を結ぶベクトルとその点での円柱の放線ベクトルのなす角  $\phi$ 、および光源の強さ  $I_0$  によって決まる。すなわち、

$$i(\theta) = I_0 \cos \phi \quad (13)$$

である。  $\cos \phi$  を以下に求める。図 12 から  $\phi = \theta'$ 。また、

$$\tan \theta = \frac{r \sin \theta'}{R - r \cos \theta'} = \frac{\sin \theta'}{\frac{1}{\rho} - \cos \theta'} \quad (14)$$

から、

$$\tan^2 \theta \left( \frac{1}{\rho} - \cos \theta' \right)^2 = \sin^2 \theta' = 1 - \cos^2 \theta' \quad (15)$$

が得られる。この式を  $\cos \theta'$  について解くと、

$$\cos \theta' = \frac{1}{\rho} \sin^2 \theta + \cos \theta \sqrt{1 - \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta} \quad (16)$$

が得られる。式 14, 16 より式 13 は

$$\begin{aligned} i(\theta) &= I_0 \cos \phi = I_0 (\cos \theta \cos \theta' - \sin \theta \sin \theta') \\ &= I_0 \left\{ \cos \theta \cos \theta' - \sin \theta \tan \theta \left( \frac{1}{\rho} - \cos \theta' \right) \right\} \\ &= I_0 \left\{ \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \frac{1}{\rho} \right\} \\ &= I_0 \sqrt{1 - \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (17)$$

となる。