

画像データの幾何学的構造の仮説検定

川島孝夫 金谷健一

群馬大学工学部情報工学科

画像データの持つ幾何学的構造を調べる論理的に一貫した仮説検定の手法を提案する。まず、画像面上に検定しようとする幾何学的構造を仮定し、次に、仮定した構造が成り立つためには「各エッジをどの程度移動しなければならないか」を調べる。これによって、すべてのテストは、問題ごとの便宜的な判定条件やしきい値を用いることなく、ただ一つの尺度の計算に帰着できる。したがって、異なるタイプの判定も一つの普遍的な「信頼水準」によってその確からしさを互いに比較することができるので、確率分布や統計モデルを導入する必要はない。また、画像上の点や直線をすべて単位ベクトルによって表し、すべての計算はいろいろな近似手法により直接的な数式で与えている。このため、計算のあふれが生じる心配はなく、探索や反復を行う必要もない。

Hypothesizing and Testing Geometric Attributes of Image Data

Takao Kawashima and Kenichi Kanatani

Department of Computer Science, Gunma University
Kiryu, Gunma 376, Japan

A logically consistent formulation is given for testing particular geometrical configurations of image data. The procedure consists of hypothesizing and testing: We first estimate an ideal geometrical configuration that supposedly exists, and then check to what extent the original edge data must be displaced in order to support the hypothesis. All tests are reduced to computing a single "measure of edge displacement" without involving problem-dependent measures and thresholds. Hence, different types of decisions can be compared with each other in terms of a universal "measure of confidence", and no explicit forms of probability distribution need be introduced. All the procedures are explicitly given in terms of unit vectors representing points and lines on the image plane. Hence, no computational overflow occurs, and no searches or iterations are required.

本研究の一部は、矢崎科学技術振興記念財団および稲盛財団の助成金によった。

1. 序論

コンピュータビジョンにおける画像の3次元復元は2つの段階から成り立っている。まず、エッジや特徴点などの「画像データ」を取り出す画像処理を行い、次に、物体の形状や位置などの3次元の性質の計算を行う⁽²⁾。3次元復元のための画像データの精度は最初の画像処理の精度によって決まる。しかし、単に画像処理の精度を増しても解決できない問題が存在する。それは3次元復元が点やエッジなどの画像データの何らかの幾何学的構造に依存しているという事実である。例えば、エッジが画像上で同一直線上にあれば、それらは物体の同一の境界線を表している^{(1),(13)}。また、複数のエッジが画像上で延長したとき同一直線と交われば、それらは空間中で平行であると推論できる^{(4),(6),(7),(10)}。

すなわち、画像データの幾何学的構造は物体の何らかの3次元の性質を示唆し、逆に、何らかの構造をもつ物体を投影して得られた画像データは、対応する幾何学的構造を反映しているはずである。しかし、画像処理によって誤差が生じるのは避けられないので、処理の結果得られた画像データがそのような幾何学的構造を持っているとは限らない。

本論文では、画像データが持っていない幾何学的構造をどうすれば発見できるかを考える。このような問題に対して従来は適当な判定条件やしきい値を用いて便宜的に処理されてきたが、用いる判定条件やしきい値の選択には任意性があり、合理的裏付けがないことが多い^{(1),(4)~(8),(10)}。

これに数学的基盤を与えようとするならば“統計的手法”が考えられる。個々の画像データが真の値からどの程度離れる確率がいくらかであるかが仮定できれば、最尤推定法を構成したり⁽¹²⁾、例えば有意水準が5%であるように、しきい値を理論的に設定できる。しかし、実画像に対して、解像度や画像処理のアルゴリズムなどの様々を考慮した適切な統計モデルを仮定するのは極めて困難である。そこで本論文では統計的推論によるのではなく、画像処理の階層構造に基づいた判定法を提案する。

このとき、次の2点を考慮する必要がある。第1点は計算のあふれである。例えば、2直線の交点の計算では、交点がたとえ無限遠にあっても計算は有限の範囲で行わなければならない。これを保障するために、画像面を「2次元射影空間」とみなし、「同次座標」を成分とする単位ベクトルを用いて点や直線の位置を表す⁽⁹⁾。第2点は計算の効率化である。そのために各種の近似的手法を導入して、探索や反復を含まない計算方式を提案する。消失点や消失線の計算はコンピュータグラフィックスでも常に生じるが、従来はこのような計算上の考慮が十分されてはなかった⁽³⁾。

2. 画像データの階層構造

次のような画像処理を考える^{(2),(11)}。

(1) 濃淡画像にエッジ検出オペレータを適用し、2値化

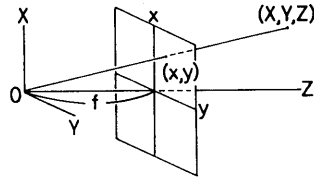


図1 透視変換

や、非極大抑制などの細線化を経てエッジを検出する。

- (2) ほぼ同一直線上にあるのエッジに、最小二乗法などにより直線を当てはめる。
- (3) これらの直線の交点として、頂点の位置を計算する。3本以上の線がほぼ一点で交わるときは、適当な平均を取って交点を推定する。
- (4) 得られた線画から、物体の3次元形状を復元する。

このような手続きを考慮すると、データに階層構造があり、すべての画像データを同等に扱うことはできないことが分かる。濃淡画像に直接に画像処理アルゴリズムを適用して得られるデータを第一次データと呼び、その第一次データから計算によって得られるデータを第二次データと呼ぼう。エッジ検出は画像処理の最も基本であり、その後の画像データはすべてエッジから得られることを考慮すれば、第一次データはエッジであるとするのが自然である。そこで、次のような手続きを考える。

1. まず仮説として、画像上に検定しようとする幾何学的構造を仮定する。
2. 次に、仮定した構造が成り立つためには各エッジをどの程度移動しなければならないかを調べる。
3. この移動量が固定したしきい値以下ならばその仮説を受理し、そうでなければ棄却する。

このしきい値は画像の解像度やエッジ検出に用いるオペレータなどに依存するため、経験的に調整しなければならない。しかし、これを一つ固定すると、どんな幾何学的構造に対してもそれが適用できる。なぜなら、すべての画像データはより低レベルの画像データから計算によって求まり、これをさかのぼっていけば、結局第一次データであるエッジに帰着するからである。したがって、異なるタイプの判定も一つの普遍的な「信頼水準」によって、その確からしさを互いに比較することができる。

3. Nベクトルによる点と直線の表現

次のようなカメラの撮像モデルを考える。Z軸がカメラの光軸と一致するようにXYZ座標系をとり、原点Oをレンズの中心(視点)とみなす。Z=f平面を画像面とする。ただしfはレンズの中心と撮像面までの距離であり、以下では単に焦点距離と呼ぶ。空間中の点(X, Y, Z)は、視点Oとその点を結ぶ直線と画像面Z=fとの交点(x, y)に投影される(図1)。空間座標(X, Y, Z)と画像座標(x, y)との関係は、次のようになる。

$$x = fX/Z, \quad y = fY/Z. \quad (1)$$

視点 O から画像面上の点 P を指す単位ベクトル m を点 P の N ベクトルと呼ぶ⁽⁹⁾(図2(a))。点 P の画像面上の位置はこの N ベクトルによって一意に指定できる。また、視点 O と画像面上の直線 l を含む平面の単位法線ベクトル n を直線 l の N ベクトルと呼ぶ⁽⁹⁾(図2(b))。直線 l の画像面上での位置および方向は n により一意に指定できる。

点や直線の位置を N ベクトルで表せば、画像面上の画像原点から無限に離れた点でも表すことができるので、計算が常に有限の範囲で行える。 N ベクトルの3成分は画像面を(無限遠点、無限遠直線をつけ加えた)2次元射影空間と見なした場合の(正規化した)同次座標にほかならない⁽⁹⁾。また、 N ベクトルを用いると、2点を結ぶ直線や2直線の交点の計算が容易になる。これは射影幾何学の双対性によるものである⁽⁹⁾。まず、ベクトルの正規化作用素 N を次のように定義する。

$$N[a] \equiv a/\|a\|. \quad (2)$$

【定理1】 2直線 l_1, l_2 の交点 P の N ベクトルは、 l_1, l_2 の N ベクトル n_1, n_2 により、次のように表される。

$$m = N[n_1 \times n_2]. \quad (3)$$

(証明) 定義より n_1 は視点 O と直線 l_1 を通る面に垂直であり、 n_2 は視点 O と直線 l_2 を通る面に垂直である。これら2平面の交線は n_1 と n_2 の両方に垂直である(図3(a))。点 P の N ベクトル m はこの直線の単位方向ベクトルであるから、外積 $n_1 \times n_2$ を正規化したものである。

【定理2】 2点 P_1, P_2 を通る直線 l の N ベクトルは、 P_1, P_2 の N ベクトル m_1, m_2 により、次のように表される。

$$n = N[m_1 \times m_2]. \quad (4)$$

(証明) 定義より m_1 は視点 O と点 P_1 を通る直線の3次元方向を示し、 m_2 は視点 O と点 P_2 を通る直線の3次元方向を示す。2点 P_1, P_2 を通る直線 l と視点 O とにより定まる平面は m_1 と m_2 の両方に垂直である(図3(b))。直線 l の N ベクトル n はこの平面の単位法線ベクトルであるから、外積 $m_1 \times m_2$ を正規化したものである。

式(2)および(3)は最終的な正規化以外では除算を含まないので、計算は常に有限の範囲内で行われる。したがって、2直線が画像面上でたとえ平行であっても交点が無限遠に得られる。 N ベクトルを用いるためにはカメラに関する知識が必要のように思われるが、必要なのは画像の中心と焦点距離 f のみである。しかし、以下の議論を見ればわかるように、これらは計算上の便宜的なもので、計算結果に本質的に影響することはない。

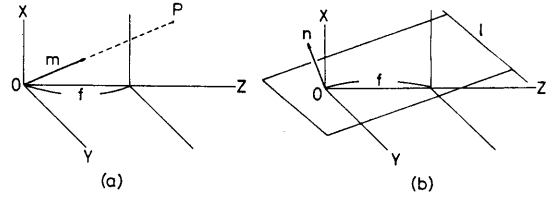


図2 点と直線を表す N ベクトル

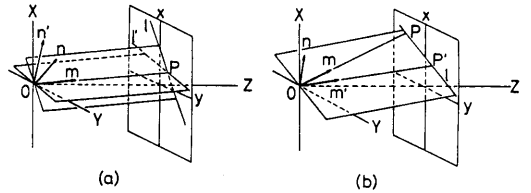


図3 2直線の交点と2点を通る直線の計算

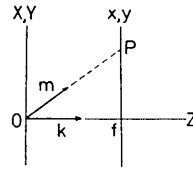


図4

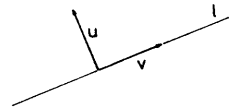


図5

4. 数学上の準備

画像面上に点 P を取り、その N ベクトルを m とする。以下、本論文を通して $k = (0, 0, 1)$ とおく。また、ベクトルの内積を (\cdot, \cdot) で、ノルムを $\|\cdot\|$ で表す。視点 O から点 P へ向かうベクトル \vec{OP} は次のように表される。

【補題1】

$$\vec{OP} = \frac{fm}{(m, k)}. \quad (5)$$

(証明) m は \vec{OP} に沿う単位ベクトルであるから(図4)、 $\vec{OP} = cm$ において、定数 c を $(\vec{OP}, k) = f$ になるように決めれば式(5)が得られる。

画像面上に直線 l をとり、その N ベクトルを n とする。画像面上で l に垂直な単位ベクトルを u とし、 l に沿った単位ベクトルを v とする(図5)。

【補題2】

$$u = \frac{n - (n, k)k}{\sqrt{1 - (n, k)^2}}. \quad (6)$$

(証明) 図6からわかるように、ベクトル $n - (n, k)k$ は画像面に平行であり、かつ直線 l に垂直である。 $\|n - (n, k)k\|^2 = (n, n) - 2(n, k)^2 + (n, k)^2(k, k) = 1 - (n, k)^2$ であるから、 $n - (n, k)k$ を正規化して式(6)が得られる。

【補題3】

$$v = \frac{n \times k}{\sqrt{1 - (n, k)^2}} \quad (7)$$

(証明) ベクトル v は直線 l と視点 O を含む面上にあり、 n はその面に垂直であるから $(v, n) = 0$ である。一方、 v は画像面上にもあるので $(v, k) = 0$ 。ゆえに v は n と k の両方に垂直であり、したがって $n \times k$ に平行である。 $\|n \times k\| = \sqrt{1 - (n, k)^2}$ であるから、 $n \times k$ を正規化して式(7)が得られる。

画像面上で N ベクトルが m の点 P と N ベクトル n の直線 l を考える。点 P から直線 l までの距離 $h(P, l)$ は次のように与えられる。

【補題4】

$$h(P, l) = \frac{f}{\sqrt{1 - (n, k)^2}} \frac{|(m, n)|}{(m, k)} \quad (8)$$

(証明) 直線 l 上に任意に点 Q をとる(図7)。距離 $h(P, l)$ は $|(Q\vec{P}, u)|$ で与えられる。ただし、 u は l に垂直な単位ベクトルである。 $Q\vec{P} = O\vec{P} - O\vec{Q}$ であるから、式(5)と(6)より

$$|(O\vec{P}, u)| = \frac{1}{\sqrt{1 - (n, k)^2}} \left| \left(\frac{fm}{(m, k)} - O\vec{Q}, n - (n, k)k \right) \right| \quad (9)$$

となる。 $(O\vec{Q}, n) = 0$ および $(O\vec{Q}, k) = f$ から式(8)が得られる。

N ベクトルが n の直線 l と N ベクトルが m の点 P を考える。直線 l 上で P に最も近い点を \bar{P} とすると、線分 $P\bar{P}$ は l と垂直に交わる(図8)。点 \bar{P} の N ベクトル \bar{m} は次のように与えられる($|abc| = (a \times b, c) = (b \times c, a) = (c \times a, b)$ はベクトル a, b, c のスカラ三重積)。

【補題5】

$$\bar{m} = N \left[k - (n, k)n + \frac{|mnk|}{(m, k)} n \times k \right] \quad (10)$$

(証明) 点 \bar{P} を次式で定義する。

$$O\vec{\bar{P}} = \frac{f}{1 - (n, k)^2} [k - (n, k)n \times k] \quad (11)$$

まず、 $(O\vec{\bar{P}}, k) = f$ であることは容易に確かめられる。よって点 \bar{P} は画像面上にある。また、 $(O\vec{\bar{P}}, n) = 0$ であることも容易に確かめられる。ゆえに \bar{P} は直線 l 上にある。さらに、直線 l に沿う単位ベクトルを v とすると $(P\vec{\bar{P}}, v) = 0$ となる。このことは式(7)と $P\vec{\bar{P}} = O\vec{\bar{P}} - O\vec{P}$ の内積をとり、式(5)の $O\vec{P} = fm/(m, k)$ と式(11)の $O\vec{\bar{P}}$ を代入すれば確かめられる。したがって、線分 $P\bar{P}$ は直線 l に垂直であり、点 \bar{P} は l 上で P に最も近い点である。その N ベクトルは式(11)を正規化して得られる。

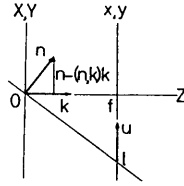


図6

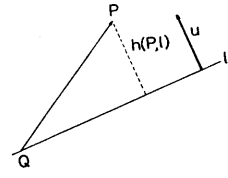


図7

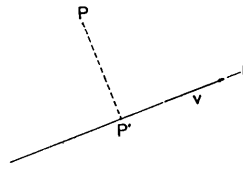


図8

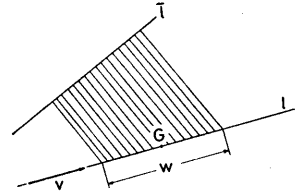


図9

5. 第一次直線データの食い違いの尺度

点と直線の双対性は射影幾何学の基本でもあるが⁽⁹⁾、画像処理における誤差の振る舞いを考えると、この双対性は失われてしまう。エッジはエッジ検出オペレータにより検出され、直線はエッジに当てはめられ、点はそれらの直線の交点として定められるからである^{(2), (11)}。

そこで、エッジに当てはめた直線を第一次直線と呼び、第一次直線のエッジが当てはまっている部分を基本部分と呼ぶことにする。すべてのエッジが同じエッジ検出オペレータより検出されるなら、エッジ部分が長いほど当てはめた直線が正確であると考えられる。そこで、基本部分の長さをその直線の重み、基本部分の中心をその直線の中心と呼ぶことにする。 N ベクトルが \bar{n} の直線 \bar{l} を検出しようとして、 N ベクトルが n の直線 l を検出したとする(以下 $\bar{\cdot}$ は推定される正しい値であることを示す)。直線 \bar{l} と直線 l の食い違いの尺度を次のように定義する。

直線 l の中心を G とする。直線 l 上で G から距離 t の点を $P(t)$ として(符号は適当に定める)、その N ベクトルを $m(t)$ とする。直線 \bar{l} と直線 l の食い違いの尺度として、

$$S = \int_{-w/2}^{w/2} h(P(t), \bar{l})^2 dt \quad (12)$$

を考える(図9)。ただし、 $h(P(t), \bar{l})$ は式(8)で定義した、点 $P(t)$ から直線 \bar{l} までの距離である。直線 l の中心 G の N ベクトルを m_G 、重みを w とすると、[補題3]より次のようになる。

【命題1】

$$S = \frac{w}{1 - (n, k)^2} \left[f^2 \frac{(m_G, \bar{n})^2}{(m_G, k)^2} + \frac{w^2}{12} \frac{|n\bar{n}k|}{1 - (n, k)^2} \right] \quad (13)$$

(証明) [補題1]より $O\vec{P} = fm(t)/(m(t), k)$ であるから、[補題4]より

$$h(P(t), \bar{l}) = \frac{|(O\vec{P}(t), \bar{n})|}{\sqrt{1 - (\bar{n}, \bar{k})^2}} \quad (14)$$

となる。直線 l に沿った単位ベクトルを v とすると $O\vec{P}(t) = \vec{OG} + tv$ である。[補題 1] と [補題 3] から

$$O\vec{P} = \frac{f m_G}{(m_G, k)} + t \frac{n \times k}{\sqrt{1 - (n, k)^2}}, \quad (15)$$

となる。これを式 (14) に代入して、 $-w/2 \leq t \leq w/2$ の範囲で積分すると式 (13) を得る。

さて、 l は第一次直線であるから、その基本部分を実際に画像中に存在する。すなわち直線 l は (焦点距離 f に比べて) 画像原点の近くにある。また、推定すべき直線 \bar{l} もまた画像原点の近くにあると考えられる。したがって、それらの N ベクトル n 、 \bar{n} はともに画像面にほぼ平行であるから

$$(n, k) \approx 0, \quad (\bar{n}, k) \approx 0. \quad (16)$$

ベクトル $\bar{n} \times n$ は画像面にほぼ垂直であるから

$$|\bar{n} n k| = (\bar{n} \times n, k) \approx \|\bar{n} \times n\| = \sqrt{1 - (\bar{n}, n)^2}. \quad (17)$$

一方、直線 l の基本部分は画像面上にあるので、その中心 G は (焦点距離 f に比べて) 画像原点に近い。したがって、 N ベクトル m_G は画像面にほぼ垂直であり、

$$(m_G, k) \approx 1. \quad (18)$$

式 (16)、(17)、(18) を式 (13) に代入すれば

$$S \approx w [f^2 (m_G, \bar{n})^2 + \frac{w^2}{12} (1 - (n, \bar{n})^2)] \quad (19)$$

となる。そこで、直線 l と直線 \bar{l} の距離を次のように定義する。

【定義 1】

$$D(l, \bar{l}) = w [f^2 (m_G, \bar{n})^2 + \frac{w^2}{12} (1 - (n, \bar{n})^2)]. \quad (20)$$

右辺第 1 項は直線 \bar{l} の直線 l (の中心 G) からの“位置”のずれの尺度、第 2 項は“方向”のずれの尺度と見なすことができる。

6. 第一次直線データの共線性テスト

複数の第一次直線が同一直線上にあるかどうかの判定法を考える。これはコンピュータビジョンにおいて非常に重要な問題である。なぜなら、長い直線から成る物体の境界は、画像のノイズや解像度の不足から、いくつものエッジの断片として検出され、それぞれ別々の直線が当てはめられる可能性があるからである。従来、このエッジの“クラスタリング”は問題ごとに適当なしきい値によって処理されていた^{(1),(13)}。

[例 1] 図 10(a) の 2 つのエッジを考える。図のように隣

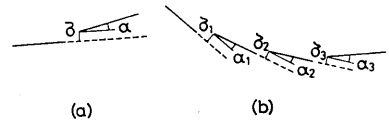


図 10 エッジのまとめ方の判定

接するエッジごとに位置のずれ δ と角度のずれ α を定め、これらが適当に定めたいきい値より小さければ 2 つのエッジは同一直線上にあると判定すればよいように思われる。しかし、3 本以上のエッジに同じ判定を行おうとすると問題が起きる (図 10(b))。

上の例に対して、本論文では次のようにする。図 10(a) の場合、まず、2 つの線分が同一直線上にあると仮定し、その直線 \bar{l} を (例えば最小二乗法で) 推定する。次に、それぞれの線分が推定した直線 \bar{l} 上からどの程度食い違っているかを計算する。これには前節で定義した距離を用いる。それぞれの距離があるしきい値より小さければその仮定は受理し、そうでなければ棄却する。図 10(b) の場合にも、すべてのエッジを含む直線を同じ方法で推定し、その仮説をそれぞれのエッジが推定した直線 \bar{l} からどの程度食い違っているかを同じ方法で計算し、同じしきい値を用いて検定する。したがって、新しい基準や新しいしきい値を導入する必要はない。

形式的には次のように述べるができる。与えられた第一次直線を l_α とし、各直線の中心 G_α の N ベクトルを m_{G_α} 、 $\alpha = 1, \dots, N$ とする。まず、これらの直線が同一直線上にあると仮定したときの共通の直線 \bar{l} の N ベクトル \bar{n} を推定する。簡単な方法は

$$\bar{n} = N \begin{bmatrix} M_{13}M_{22} - M_{23}M_{12} \\ M_{11}M_{23} - M_{12}M_{13} \\ -(M_{11}M_{22} - (M_{12})^2) \end{bmatrix} \quad (21)$$

である。ただし、 $m_{G_\alpha} = (m_{G_{\alpha(1)}}, m_{G_{\alpha(2)}}, m_{G_{\alpha(3)}})$ とし、

$$M_{ij} = \sum_{\alpha=1}^N w_\alpha m_{G_{\alpha(i)}} m_{G_{\alpha(j)}} \quad (22)$$

とおいた。 w_α 直線 l_α の重みである。(導出は 8 節に示す。この方法については多少注意を要する。文献 (9) 参照。)

次に、この仮説を検定する。式 (20) で定義した距離 $D(l, \bar{l})$ を用いて、共線性の尺度を次のように定義する。

【定義 2】

$$\begin{aligned} D(l_1, \dots, l_N; \bar{l}) &= \max_{\alpha} D(l_\alpha, \bar{l}) \\ &= \max_{\alpha} w_\alpha [f^2 (m_{G_\alpha}, \bar{n})^2 + \frac{(w_\alpha)^2}{12} (1 - (n_\alpha, \bar{n})^2)]. \end{aligned} \quad (23)$$

この式がある固定したしきい値以下なら仮説は受理し、そうでなければ棄却する。理論的には、式 (21) ではな

く、式(23)を最小にするように推定直線 \bar{l} を定めるべきであろう。しかし、式(23)の最小化には探索が必要で、より簡単な式(22)に比べて計算に時間がかかる。

7. 第一次直線データの共点テスト

複数の第一次直線が同一交点で交わっているかどうかの判定を考える。これもコンピュータビジョンでは重要な問題である。

[例2] 頂点を持つ物体画像にエッジ検出を施すと、誤差がなければ複数のエッジが一点で交わるはずである。しかし、これは実画像では期待できない(図11(a))。したがって、複数の線分が一点で交わるかどうかの判定と、その交点の位置の推定を行わなければならない。

[例3] 空間中の平行線の投影像を画像面上で延長すると1つの消失点で交わるはずである。消失点の位置によって、これらの線分の空間中での3次元方向が完全に定まる⁽⁹⁾。したがって、消失点の検出によって物体の3次元形状を復元することもできる^{(6),(7),(10)}。しかし、実画像では誤差があるため(図11(b))、複数の線分が同一の消失点をもつかどうかの判定と、その消失点の位置の推定を行わなければならない。

単純に考えると、直線の交点同士の距離が適当なしきい値以下ならば同一交点であると見なせばよいと思える。しかし、そのためのしきい値を固定することができない。上の2つの例では[例2]より[例3]の方がより大きなしきい値を用いなくてはならない。個々のエッジのずれが小さくても、それらの消失点は大きくずれてしまうからである。したがって、しきい値はエッジの大きさや位置、交点の位置などの要因を考えなければならないが、従来は便宜的に処理されてきた^{(4)~(8),(10)}。

本論文では前節と同様に、手続きを2段階に分ける。まず共通の交点を推定し、次にこの推定が正しいとした場合に比べて第一次データがどの程度食い違っているかを計算する。これがあるしきい値以下ならば仮説を受理する。

与えられた直線を l_α 、その N ベクトルを $n_\alpha, \alpha = 1, \dots, N$ とする。一点で交わると仮定したときの共通の交点 \bar{P} の N ベクトル \bar{m} を次のように推定する。

$$\bar{m} = N \begin{bmatrix} N_{13}N_{22} - N_{23}N_{12} \\ N_{11}N_{23} - N_{12}N_{13} \\ -(N_{11}N_{22} - (N_{12})^2) \end{bmatrix}, \quad (24)$$

ただし、 $n_\alpha = (n_{\alpha(1)}, n_{\alpha(2)}, n_{\alpha(3)})$ とし、

$$N_{ij} = \sum_{\alpha=1}^N w_\alpha n_{\alpha(i)} n_{\alpha(j)} \quad (25)$$

とおいた。 w_α は直線 l_α の重みである。

(導出) 推定すべき交点を (a, b) とする。図12に示すように、視点 O を通り、 N ベクトルが $n = (n_1, n_2, n_3)$ の直線 l を含む平面と点 (a, b) との距離は $|n_1 a + n_2 b + n_3 f|$ となる。そこで、各直線 l_α に重み w_α をつけた距離の2乗和

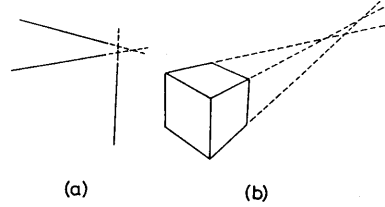


図11 誤差のため交点が一意に定まらない

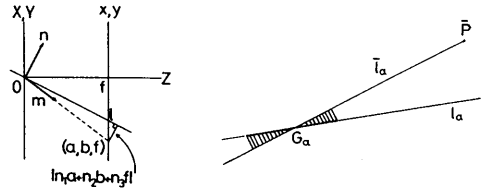


図12

図13

$$\sum_{\alpha=1}^N w_\alpha (n_{\alpha(1)} a + n_{\alpha(2)} b + n_{\alpha(3)} f)^2 \quad (26)$$

を最小にするように点 (a, b) を推定する。 a と b について偏微分して0と置けば、解は次のようになる。

$$\begin{aligned} a &= -f \frac{N_{13}N_{22} - N_{23}N_{12}}{N_{11}N_{22} - (N_{12})^2}, \\ b &= -f \frac{N_{11}N_{23} - N_{12}N_{13}}{N_{11}N_{22} - (N_{12})^2}. \end{aligned} \quad (27)$$

ゆえに点 (a, b) の N ベクトルは式(24)により与えられる。

式(24)は最終的な正規化を除いて割り算を含んでいないので、計算は常に有限の範囲で行われる。したがって、直線 $l_\alpha, \alpha = 1, \dots, N$ および推定した点 \bar{P} は画像面上のどこにあってもよい。(しかし、多少の注意を要する。文献(9)参照。)

次に、この仮説を検定する。推定点 \bar{P} と各直線 l_α の中心 G_α を通る直線 \bar{l}_α を引く(図13)。各直線 \bar{l}_α を、誤差のない場合の l_α の推定位置とみなす。直線 l_α と直線 \bar{l}_α との距離は次のようになる。

$$D(l_\alpha, \bar{l}_\alpha) = \frac{(w_\alpha)^3}{12} \left[1 - \frac{|\bar{m} n_\alpha m_{G_\alpha}|^2}{1 - (\bar{m}, m_{G_\alpha})^2} \right]. \quad (28)$$

ただし m_{G_α} は直線 l_α の中心 G_α の N ベクトルである。

(導出) 直線 \bar{l}_α の N ベクトルを \bar{n}_α とする。直線 \bar{l}_α は G_α を通るので $(m_{G_\alpha}, \bar{n}_\alpha) = 0$ であり、点 \bar{P} と G_α を通る直線 \bar{l}_α の N ベクトルは[命題1]より次のように与えられる。

$$\bar{n}_\alpha = \frac{\bar{m} \times m_{G_\alpha}}{\|\bar{m} \times m_{G_\alpha}\|} = \frac{\bar{m} \times m_{G_\alpha}}{\sqrt{1 - (\bar{m}, m_{G_\alpha})^2}}. \quad (29)$$

これらを式(20)に代入すれば式(28)が得られる。

そこで、共点性の尺度を次のように定義する。

【定義3】

$$D(l_1, \dots, l_N; \bar{P}) = \max_{\alpha} D(l_{\alpha}, \bar{l}_{\alpha})$$

$$= \max_{\alpha} \frac{(w_{\alpha})^3}{12} \left[1 - \frac{|\bar{m}_{\alpha} n_{\alpha} m_{G_{\alpha}}|^2}{1 - (\bar{m}_{\alpha}, m_{G_{\alpha}})^2} \right]. \quad (30)$$

この値がしきい値より小さければ仮説を受容する。やはり理論的には、式(29)を最小にするように交点 \bar{P} を推定するべきであるが、簡単な式(24)の近似に比べて計算にかかる。

【実行例1】 多面体の実画像から図14の線画が得られたとし、そのエッジは、図に示すようにラベル付けされているものとする。これに上に述べた共点テストを施すと、しきい値 $10^{-8} f^3$ に対して3つの平行辺の組 $\{e_1, e_4, e_7, e_{10}, e_{13}\}$, $\{e_2, e_3, e_8, e_9, e_{14}\}$, $\{e_{11}, e_{12}, e_{15}\}$ が検出できる。したがって、このしきい値 $10^{-8} f^3$ をこの判定の「信頼水準」(小さいほど信頼できる)とみなすことができる。

8. 第二次点データの共線テスト

実際の画像処理では、点は直線の交点として定まるが、求まった複数の点が共通の直線上にあるかどうかを判定する方法を考える。これもコンピュータビジョンのいろいろな問題で必要となる。

【例4】 複数の物体が水平面上に置かれていて、何組かの平行なエッジがあった場合、それらの消失点は共通の“地平線”上になければならない(図15(a))。これによって、各物体面が水平かどうか判定できる。

【例5】 ひとつの多角形の面について、2組のエッジの組が空間中で平行であることが分かっているならば、それらの消失点を結んで、その面の消失線が求まる⁽⁹⁾。その面の他のエッジの組が空間中で平行かどうかを判定するには、それらの消失点とその消失線上にあるかどうかを調べればよい(図15(b))。

しかし、実際の画像では誤差があるため、これらが厳密に成立することは期待できない。また、各点は計算によって得られるものであるから、画像原点から無限に離れたところに位置するかもしれない。これらを考慮して、Nベクトルによる仮説検定を次のように行う。

テストする点を P_{α} 、そのNベクトルを m_{α} 、 $\alpha = 1, \dots, N$ とする。まず最初に、これらの点が同一直線上にあるとしたときの共通の直線 l のNベクトル \bar{n} を次のように推定する。

$$\bar{n} = N \begin{bmatrix} M_{13}M_{22} - M_{23}M_{12} \\ M_{11}M_{23} - M_{12}M_{13} \\ -(M_{11}M_{22} - (M_{12})^2) \end{bmatrix}, \quad (31)$$

ただし $m_{\alpha} = (m_{\alpha(1)}, m_{\alpha(2)}, m_{\alpha(3)})$, $\alpha = 1, \dots, N$ とし、

$$M_{ij} = \sum_{\alpha=1}^N m_{\alpha(i)} m_{\alpha(j)} \quad (32)$$

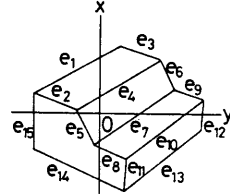


図14 多面体の線画

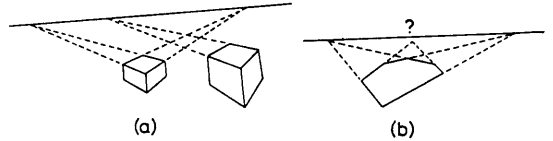


図15 消失線による面や辺の平行性の判定

とおいた。

(導出) 式(31)は、式(24)において、点と直線との役割を入れ替え、重み w_{α} を1に取れば得られる。射影幾何学の双対性⁽⁹⁾により、この式は与えられた点に当てはめた直線のNベクトルを与える。(6節の式(21)、(22)も同様にして導いたものである。文献(9)参照。)

点と直線の双対性を利用して“直線当てはめ”を“交点の推定”に帰着させることは、一般にハフ変換として知られている。式(32)は最終的な正規化を除いて割り算を含んでいないので、計算は常に有限の範囲で行える。したがって、点 P_{α} 、 $\alpha = 1, \dots, N$ が画像原点から無限に遠く離れていても正しく計算できる。

次に、この仮説を検定する。各点が複数の直線の交点として定まることに注意して、点 P_{α} を定める第一次直線を $l_{\beta}^{(\alpha)}$ 、そのNベクトルを $n_{\beta}^{(\alpha)}$ 、 $\beta = 1, \dots, N_{\alpha}$ とする。まず、式(31)で推定した直線 l 上の点で、点 P_{α} に最も近い点を \bar{P}_{α} とし、これを点 P_{α} の正しい位置であるとみなす。点 P_{α} のNベクトル \bar{m}_{α} は[補題5]の式(10)によって計算できる。式(30)で定義した $D(l_1, \dots, l_N; \bar{P})$ を用いて共線性の尺度を次のように定義する(図16)。

【定義4】

$$D(P_1, \dots, P_N; \bar{l}) = \max_{\alpha} D(l_1^{(\alpha)}, \dots, l_{N_{\alpha}}^{(\alpha)}; \bar{P}_{\alpha})$$

$$= \max_{\alpha} \max_{\beta} \frac{(w_{\beta}^{(\alpha)})^3}{12} \left[1 - \frac{|\bar{m}_{\alpha} n_{\beta}^{(\alpha)} m_{G_{\beta}^{(\alpha)}}|^2}{1 - (\bar{m}_{\alpha}, m_{G_{\beta}^{(\alpha)}})^2} \right]. \quad (33)$$

ただし、 $w_{\beta}^{(\alpha)}$ は直線 $l_{\beta}^{(\alpha)}$ の重み、 $m_{G_{\beta}^{(\alpha)}}$ は直線 $l_{\beta}^{(\alpha)}$ の中心 $G_{\beta}^{(\alpha)}$ のNベクトルである。

これは、エッジの交点がすべて直線 l にあるためには、エッジをどの程度ずらさなければならないかを示す量である。この量がしきい値より小さければ仮定を受理

し、そうでなければ棄却する。(理論的には、式(33)を最小にするように直線 l を推定すべきであるが、これは式(30)に比べて計算に時間がかかる。)

[実行例2] 図17は実画像から得られた多面体の線画である。前節の共点テストによれば4種類の平行辺の組 $\{e_1, e_4, e_{12}\}$, $\{e_2, e_5, e_{11}\}$, $\{e_3, e_6, e_{13}\}$, $\{e_7, e_8, e_9, e_{10}\}$ が検出できる。最初の3組の定める消失点に本節の共線テストを施すと、しきい値 $10^{-8}f^3$ で同一直線上にあると判定できる。したがって、例えば最後の組が垂直な辺から成り立っているとすれば、残りはすべて水平な辺であると判定される。この判定の「信頼水準」は $10^{-8}f^3$ であるから、前節の[実行例1]の判定と「同じ水準」の判定であることもわかる。

9. まとめ

本論文ではエッジを基本データとみなし、その他の画像データはすべてこのエッジから計算されると考えて、画像データのもつ幾何学的関係の仮説検定の論理的に一貫した手続きを提案した。これは仮定した幾何学的構造が存在するためには元のエッジをどの程度ずらさなければならないかを計算するものである。これによりエッジの食い違いの尺度ただ一つによってすべてのテストを行うことができるので、異なった問題に対してもその確からしさを普遍的な「信頼水準」によって比較できる。このとき確率分布を仮定する必要はない。

本論文では次の2点に注意を払っている。第1点はすべての計算が有限の範囲内で行わなければならないことである。計算によって求まる点や直線は画像面上で無限の遠方にあるかもしれないが、「Nベクトル」によって点や直線の位置を表せば、計算のあふれを防ぐことができる。

第2点は計算の効率化である。すべてのテストは探索や反復を含まない直接的な式で表す必要がある。そのために、本論文では射影幾何学の双対性に基づいたさまざまな近似や推定の手法を示した。

謝辞 本研究に関して討論頂いた東京大学の杉原厚吉助教授に感謝します。

参考文献

- 1) K. M. Andress and A. C. Kak: "Evidence accumulation & flow of control in a hierarchical spatial reasoning system", *AI Magazine*, **1**, pp.75-94 (1988).
- 2) D. H. Ballard and C. M. Brown: "Computer Vision", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1982); 福村晃夫ほか訳: "コンピュータ・ビジョン", 日本コンピュータ協会 (1987).
- 3) 近藤邦雄, 木村文彦, 田嶋太郎: "手書き透視図の視点推定とその応用", *情報処理学会論文誌*, **29**, 7, pp.686-693 (1988-07).
- 4) M. J. Magee and J. K. Aggarwal: "Determining vanishing points from perspective images", *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **26**, pp.256-267(1984).
- 5) 松島緑朗, 恩田邦夫, 青木由直: "Hough変換の性質を利用した無限遠抽出法", *電子情報通信学会論文誌(D)*, **J70-D**, 5, pp.1051-1052 (1987-05).
- 6) P. G. Mulgaonkar, L. G. Shapiro and R. M. Haralick: "Shape from perspective: A rule-based approach", *Comput. Vision Graphics Image Process.*, **36**, pp.298-320 (1986).
- 7) 中谷広正, 北橋忠広: "無限遠点を用いた情景中の対象物の3次元復元", *電子通信学会論文誌(D)*, **J68-D**, 8, pp.1481-1488 (1975-08).
- 8) 中谷広正, 北橋忠広: "反復演算による無限遠点抽出", *電子通信学会論文誌(D)*, **J68-D**, 8, pp.1541-1542 (1975-08).
- 9) 小野寺康浩, 金谷健一: "計算射影幾何学", *情報処理学会研究報告*, 89-CV-61 (1989-07).
- 10) 田中俊江, 川島孝夫, 金谷健一: "平行性仮説による多面体の3次元形状復元", *電子情報通信学会論文誌(D-II)*, **J72-D-II**, 4, pp.517-525 (1989-04).
- 11) A. Rosenfeld and A. C. Kak: "Digital Picture Processing", Vols. 1, 2, 2nd ed., Academic Press, Orlando, FL (1982).
- 12) I. Weiss: "Line fitting in a noisy image", *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, **11**, 3, pp.325-329 (March 1989).
- 13) R. Weiss and M. Boldt: "Geometric grouping applied to straight lines", *Proc. IEEE Conf. Comput. Vision Pattern Recog.*, Miami Beach, FL, pp.656-661 (June 1986).

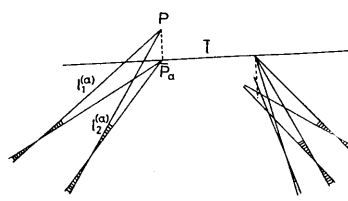


図16

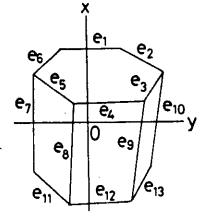


図17