

対称的断面を持つ一般円柱の三次元復元

徐 剛* 田中 弘美# 辻 三郎*

*大阪大学基礎工学部制御工学科

〒560 大阪府豊中市待兼山町1-1

#ATR通信システム研究所知能処理研究室

〒619-02 京都府相楽郡精華町

一般円柱 (SHGC) は物体のクラスとして重要であり、物体の表現として広く応用されている。その軸の画像における方向は極限輪郭から求まることをPonceらが示した。本論文では、断面が対称的な時、SHGCの三次元形状(断面形状と拡張関数)と姿勢(スラントとティルト)は完全に求まることを示す。数学的解析とアルゴリズムについて述べた後、実験結果を紹介する。

Generalized Cylinders with Symmetrical Cross-Sections:
Recovery from Image Contours

Gang Xu*, Hiromi T. Tanaka# and Saburo Tsuji*

*Department of Control Engineering, Osaka University

Toyonaka, Osaka 560

xu@ce.osaka-u.ac.jp

#ATR Communication Systems Research Laboratories

Seika-cho, Soraku-gun, Kyoto 619-02

Straight Homogeneous Generalized Cylinder is a very interesting class of objects. To recover its 3D shape and pose from its image is generally an underconstrained problem. We show in this paper that the 3D shape (cross-section and scaling function) and orientation (slant and tilt) of a SHGC can be completely and uniquely determined by adding the assumption that the cross-sections are symmetrical. Following the mathematical analysis and computational algorithms, implementation results are shown.

1、はじめに

マーのビジョンパラダイム [1] においては、2次元画像から3次元情報を抽出することが重要な課題である。しかし、この問題は一般的に画像の情報のみでは解けないものであり、その他の拘束条件を用いなければならない。また、個々の問題によって、用いる拘束条件も異なる。我々がここで扱う問題は一般円柱 [2] (Straight Homogeneous Generalized Cylinderのことを指す) の二次元エッジ画像からその円柱の3次元形状と姿勢を求めること、いわゆるshape-from-contourの問題である。

これについては、現在までいくつかの試みがあった。中にはPonceら [3] の研究とHoraudら [4] の研究が興味深い。PonceらはSHGCとその二次元画像の不変的性質を調べて、画像における一般円柱の軸の抽出法を提案した。しかし、彼らは軸の奥行き方向の傾きの求め方には触れていない。Horaudらは円の断面を持つ一般円柱の場合、断面輪郭と極限輪郭を両方用いることにより軸の三次元方向が求まることを示した。しかし、彼らの方法ではすべての一般円柱を円の断面をもつものとして近似するから、明かに無理がある。

本論文では、断面が対称的である仮定を拘束条件とすれば、SHGCの3次元姿勢も形状も求まることを示す。断面が対称的なとき、対称軸とそれに垂直な軸が二次元的に抽出できる。またPonceらの方法 [3] でSHGCの軸も二次元的に抽出されているので、この三つの軸は三次元空間で直交している性質から三次元的に求まる。そして、断面形状と拡張関数も求めることができる。

以下、2、では定義と仮定、3、では輪郭の見え方、4、ではSHGCの軸の求め方、5、では断面形状と拡張関数の求め方、6、では実験結果についてそれぞれ述べる。

2、定義と仮定

SHGCは平面の断面を、断面と垂直な直線軸に沿って、ある拡張関数に従って拡大縮小しながら移動することによりできる立体であると定義される。断面曲線は $x-y$ 平面の中で

$$x=f(\theta), y=g(\theta); \theta \in [0, 2\pi] \quad (\text{式1})$$

のように (図1) 記述される。曲線は閉曲線で、接線の不連続点があってもよい。断面曲線は原点Oについてstar-shapedでなければならない [3]。即ち、 f と g は θ の多値関数であってはならない。また、拡張関数は $x-y$ 平面と垂直な z 軸の関数であり、

$$s=s(z) \quad (\text{式2})$$

とする (図2)。断面曲線と同様、拡張関数は連続的であり、接線の不連続点があってもよい。

さらに、断面は対称的であることを仮定する。この仮定はいつも成り立つとは限らないが、現実世界では成り立つことがかなり多い。対称軸が x 軸となす角度を α とすると、式1が次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 x &= f(\theta), \quad y = g(\theta); & \theta &\in [0, \pi] \\
 x &= 2\sqrt{f^2(\alpha+\theta) + g^2(\alpha+\theta)} \cos\theta \cos\alpha - f(\alpha+\theta), \\
 y &= 2\sqrt{f^2(\alpha+\theta) + g^2(\alpha+\theta)} \cos\theta \sin\alpha - g(\alpha+\theta); & \theta &\in [0, -\pi]
 \end{aligned}
 \tag{式 3}$$

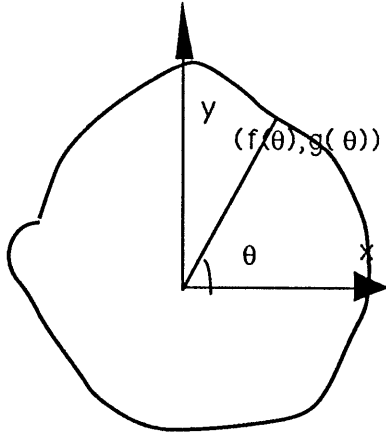


Fig. 1 A planar cross-section
cylinder axis

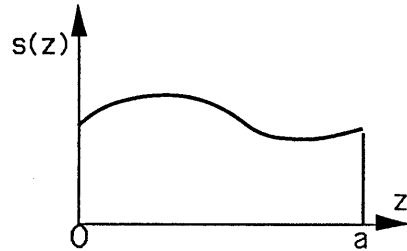


Fig. 2 A scaling function

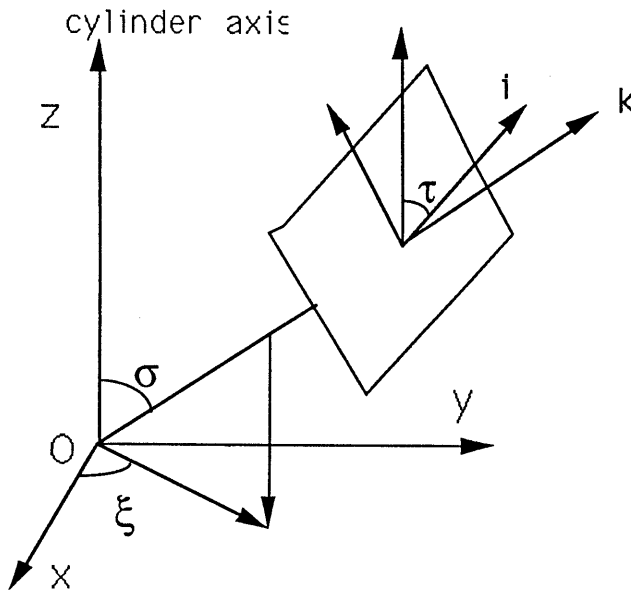


Fig. 3 The image frame

一般的に、SHGC表面上の点 $V(x,y,z)$ が次式で表すことができる。

$$V = (f(\theta)s(z), g(\theta)s(z), z); \quad (z,\theta) \in [0,a] \times [0,2\pi]
 \tag{式 4}$$

一方、我々は平行射影を仮定する。図3に示すように視線方向を k としよう。 k は一般円柱の座標系においては球面座標 (ξ, σ) を持つ。 k と垂直な平面が画像平面である。画像平面の水平軸 i と z 軸の投影とのなす角度を τ とすると、 (i,j,k) 座標系と (x,y,z) 座標系との間の変換は次式で表される。

$$(i,j,k)^T = A(x,y,z)^T, \quad (式5)$$

ここで、

$$A = \begin{pmatrix} -\cos\xi\cos\sigma\cos\tau - \sin\xi\sin\tau & -\sin\xi\cos\sigma\cos\tau + \cos\xi\sin\tau & \sin\sigma\cos\tau \\ -\cos\xi\cos\sigma\sin\tau + \sin\xi\cos\tau & -\sin\xi\cos\sigma\sin\tau - \cos\xi\cos\tau & \sin\sigma\sin\tau \\ \cos\xi\sin\sigma & \sin\xi\sin\sigma & \cos\sigma \end{pmatrix}.$$

そして、画像点U(i,j)は空間点V(x,y,z)の関数として次式で表せる。

$$U^T = (i,j)^T = B(x,y,z)^T = BV^T, \quad (式6)$$

ここで

$$B = \begin{pmatrix} -\cos\xi\cos\sigma\cos\tau - \sin\xi\sin\tau & -\sin\xi\cos\sigma\cos\tau + \cos\xi\sin\tau & \sin\sigma\cos\tau \\ -\cos\xi\cos\sigma\sin\tau + \sin\xi\cos\tau & -\sin\xi\cos\sigma\sin\tau - \cos\xi\cos\tau & \sin\sigma\sin\tau \end{pmatrix}. \quad (式7)$$

3、視線方向と輪郭

輪郭は画像の明るさの不連続点の集まりである。明るさの不連続点はシーン中の深さや、物体の表面方向、照明及び反射係数の不連続による（物体表面の曲率の不連続によるものもありうる [5]）。ここでは、幾何学的な変化、即ち、深さと表面方向の不連続によるものに限定する。SHGCの場合は、三つの可能性がある。一つは、両端、または拡張関数の接線不連続点にある断面輪郭

$$V = (f(\theta)s(z), g(\theta)s(z), z); \quad z=0, a, s_1, s_2, \dots, s_m, \quad (式8)$$

である。二つ目は、断面輪郭の不連続点の軌跡

$$V = (f(\theta)s(z), g(\theta)s(z), z); \quad \theta = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n, \quad (式9)$$

である。ここでは側面輪郭という。もう一つは表面が見えなくなる場所の点、つまり、極限輪郭である。極限輪郭においては、表面の法線方向N(z,θ)が視線方向kに垂直であるため、

$$N(z,\theta) \cdot k = 0, \quad (式10)$$

ここで

$$N(z,\theta) = (f'(\theta), g'(\theta), 0) \times (f(\theta)s'(z), g(\theta)s'(z), 1) \quad (式11)$$

$$= (g'(\theta), -f'(\theta), s'(z)(f'(\theta)g(\theta) - f(\theta)g'(\theta))) , \quad (式12)$$

$$k = (\sin\sigma\cos\xi, \sin\sigma\sin\xi, \cos\sigma).$$

Nとkは正規化されていないベクトルである。式(10)に代入すると、

$$s'(z) = h(\theta) \quad (式13)$$

が得られる。ここでは、

$$h(\theta) = \tan\sigma \frac{g'(\theta)\cos\xi - f'(\theta)\sin\xi}{f'(\theta)g(\theta) - f(\theta)g'(\theta)} \quad (式14)$$

断面輪郭と側面輪郭は物体表面上での位置が固定しているが、極限輪郭は視線方向によって位置が変わり、また、一般的には平面輪郭ではない。側面輪郭は表面方向の不連続点であるが、極限輪郭は深さの不連続点である。また、断面輪郭は基本的に表面方向の不連続点であるが、ときには深さの不連続点でもある。

もし視線方向が円柱の軸に垂直であれば、断面輪郭が直線に投影されるし、極限輪郭が拡張関数になる。また、もし視線方向が円柱の軸と平行であれば、側面輪郭は直線になり、極限輪郭（もしあれば）も断面輪郭も断面曲線と相似になる。数学的証明は簡単のため、省略する。

視線方向が円柱の軸に垂直な時と平行な時の両方の画像があれば、断面形状も拡張関数も直ちに決まるが、我々はここでは、そうでない時、即ち、 $0 < \sigma < \frac{\pi}{2}$ の時の一枚の画像から断面形状と拡張関数を求める方法を考える。この場合、断面輪郭も極限輪郭または側面輪郭も見えている。

4、SHGCの軸方向の決定

SHGCの軸方向を決めることは τ と σ を決めることと等価である。 τ と σ はStevensが向きの表現として提案したティルトとスラントである [6]。ここでは、Horandらのガウス球表現 [4] より、ティルトとスラントの方が直感的で、後で見るように別々に求めることができる。

ティルトの求め方はPonceらの論文 [3] にすでに詳細に述べられた。彼らはSHGCの性質として、次の定理を証明した。即ち、同じ断面 (z) に属する極限輪郭または側面輪郭の点はこれらの点における輪郭の接線がSHGCの軸の投影の上で交わる。この定理に基づいて、もしどの点とどの点と同じ z を持つかが分かれば、画像における軸の方向、つまり τ は求まる。しかし、一般的に分からないため、Ponceらはハフ変換を用いて画像における軸の投影を抽出する方法を提案している。

断面形状が対称的な時、対称軸とそれに垂直な方向、つまりトランスヴァース方向がある。画像上では、断面が斜め対称になり、対称軸とトランスヴァース方向がそれぞれ斜め対称軸と斜めトランスヴァース方向になる [7]。画像の水平軸とのなす角度はそれぞれ τ_s と τ_t としよう。直感的に、対称関係にある点における断面輪郭の接線は斜め対称軸上で交わる。証明はPonceらの定理の特殊ケースとしてできる。なぜなら、SHGCの軸を含む平面でSHGCを切ったら、得られる曲線が常に対称的であるから。従って、斜め対称軸はSHGCの軸と同様、ハフ変換で抽出することができる。そして、斜めトランスヴァース方向は斜め対称軸が輪郭内のトランスヴァース方向の線分を二等分する方向として求まる。もし断面が双対称であれば、斜めトランスヴァース方向はもう一つの斜め対称軸として求まることになる。

空間では、SHGCの軸、断面形状の対称軸とトランスヴァース方向は直交する。この条件を用いて、この三つの方向のティルトから三つの方向のスラントが求められる。

画像座標系においては、方向 $^{(\sigma, \tau)}$ はベクトル $(\cos \sigma, \sin \sigma, \frac{1}{\tan \sigma})$ としても表せる。三つ

のベクトルのそれぞれの内積がゼロになるため、次の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \cos\tau\cos\tau_s + \sin\tau\sin\tau_s + \frac{1}{\tan\sigma\tan\sigma_s} &= 0; \\ \cos\tau_s\cos\tau_t + \sin\tau_s\sin\tau_t + \frac{1}{\tan\sigma_s\tan\sigma_t} &= 0; \\ \cos\tau_t\cos\tau + \sin\tau_t\sin\tau + \frac{1}{\tan\sigma_t\tan\sigma} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{式15})$$

ここで、 σ 、 σ_s と σ_t はそれぞれSHGCの軸、断面形状の対称軸とトランスヴァース方向のスラントである。これらの方程式を解くと、三つのスラントがそれぞれ

$$\begin{aligned} \sigma &= \tan^{-1} \sqrt{-\frac{\cos(\tau_s - \tau_t)}{\cos(\tau - \tau_s)\cos(\tau - \tau_t)}}; \\ \sigma_s &= \tan^{-1} \sqrt{-\frac{\cos(\tau - \tau_t)}{\cos(\tau_s - \tau)\cos(\tau_s - \tau_t)}}; \\ \sigma_t &= \tan^{-1} \sqrt{-\frac{\cos(\tau - \tau_s)}{\cos(\tau_t - \tau)\cos(\tau_t - \tau_s)}}. \end{aligned} \quad (\text{式16})$$

になる。これらの式から分かるように、スラントが解を持つためには、三つのティルトは次の条件を満たさなければならない。即ち、まず、斜め対称軸と斜めトランスヴァース方向とのなす角度が90度より大きく、180度より小さくなければならない。(もし90度より小さければ、その補角を使う。)そして、SHGCの軸が斜め対称軸と斜めトランスヴァース方向の間にあり、且つそれぞれとのなす角度がともに90度より小さくなければならない。

5、断面形状と拡張関数の決定

前節では、SHGCの姿勢の求め方について述べた。この節では、断面形状と拡張関数を求める方法について説明する。

同一断面にある点はSHGCの座標系においては同じ z の値を持つ。断面形状は z によって変わらないが、スケールが異なるだけである。よって、 z をゼロにしてもよい。すると、式(6)は

$$\begin{aligned} (i, j)^T &= C(x, y)^T, \\ C &= \begin{pmatrix} -\cos\xi\cos\sigma\cos\tau - \sin\xi\sin\tau & -\sin\xi\cos\sigma\cos\tau + \cos\xi\sin\tau \\ -\cos\xi\cos\sigma\sin\tau + \sin\xi\cos\tau & -\sin\xi\cos\sigma\sin\tau - \cos\xi\cos\tau \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{式17})$$

になる。Cの逆行列をとれば、断面曲線が次式の変換で求まる。

$$(x, y)^T = C^{-1}(i, j)^T. \quad (\text{式18})$$

側面輪郭から拡張関数を求めることは、側面輪郭が平面輪郭であるため、基本的に断面形状の求め方と同様であるが、極限輪郭からの拡張関数の決定はやや複雑になる。式(2)において $s(0)$ を1にすれば($s(z)$ がスケリングの役割を果たすため)、拡張関数は

$$s(z) = \int_0^z h(\theta) dz + 1. \quad (\text{式19})$$

になる。これと方程式

$$(i, j)^T = B(f(\theta)s(z), g(\theta)s(z), z)^T \quad (\text{式 } 20)$$

を最も近似的に満足する θ と z を極限輪郭の各点について求めればよい。

6、実験結果

Ponceらの論文 [3] で使った画像を原著者のご好意により実験で使わせてもらった。原画像をイメージスキャナーで読み取り (図4)、スネークを用いて輪郭を抽出した。それに対して、ハフ変換を用いて、画像における物体の軸と断面の対称軸、トランスヴァース方向を抽出した。輪郭と一緒に図5に示す。それぞれが画像の水平軸とのなす角度が90度、13度と144度であった。そして、それぞれのスラントは約66度、63.3度と37.4度であった。さらに、もとまった断面曲線をエッジと一緒に図6に示した。エッジ抽出の誤差を除いたら、良い対称性が得られたと思われる。左の極限輪郭と右の極限輪郭からもとまった拡張関数をそれぞれ図7の中央に示した。左の極限輪郭の上端は実際とずれているので、もとまった拡張関数もかなり右と違う結果となったことが図から見ることができる。

7、おわりに

本論文では、一般円柱 (SHGC) の断面が対称的であるとき、その姿勢と形状が完全に画像から復元できることを示した。断面の対称軸、トランスヴァース方向と一般円柱の軸は、空間で直交する性質から、三方向の二次元像から三次元的に唯一に決まる。画像における三方向は、接線が軸上で交わる性質から、ハフ変換を用いて抽出できる。一般円柱の姿勢が決まった後、断面輪郭から断面形状を、そして極限輪郭から拡張関数を求める方法を示した。実験では、Ponceらが二次元軸を求めるために使った画像にスネークを適用し、エッジ画像を作成して、上記のアルゴリズムを用いて、物体の姿勢と形状を求めた。今後の課題としては、本論文で提案している手法を、軸が直線でない一般円柱、或は、軸が断面に垂直でない一般円柱まで一般化することが挙げられる。

謝辞

本研究の一部を遂行するにあたって協力を頂いたATR通信システム研究所の山下紘一社長と岸野室長に感謝します。輪郭の抽出と軸の抽出をプログラミングしてくれた瀬川英吾君に感謝します。

参考文献

- 1、Marr, D. (1982) Vision, Freeman
- 2、Binford, T.O. (1971) "Visual perception by computer," in Proc. IEEE Conf. on Systems and Control, Miami

3 、 Ponce, J., Chelberg, D. and Mann, W.B. (1989) "Invariance properties of straight homogeneous generalized cylinders and their contours", in IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.11, No.9, pp.951-966

4 、 Horaud, R. and Brady, M. (1988) "On the geometric interpretation of image contours", in Artificial Intelligence, Vol.37, pp.333-353

5 、 Binford, T.O. (1987) "Generic surface interpretation: Observability model", in Proc. 4th Int. Symp. Robotics Research, Santa Cruz

6 、 Stevens, K. (1983) "Slant-tilt: The visual encoding of surface orientation", in Biological Cybernetics, Vol.46, pp.183-195

7 、 Kanade, T. (1981) "Recovery of the three-dimensional shape of an object from a single view", in Artificial Intelligence, Vol.17, pp.409-460

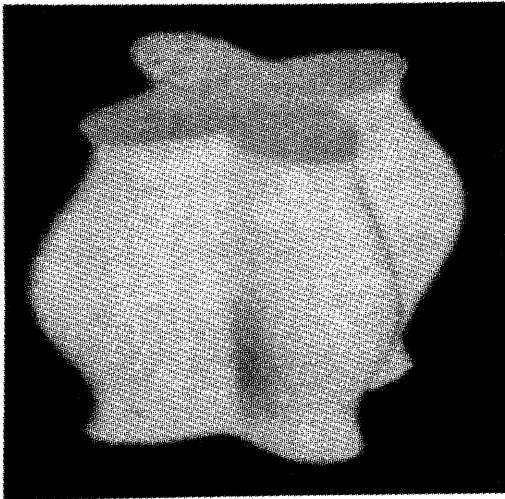


Fig. 4 The original image

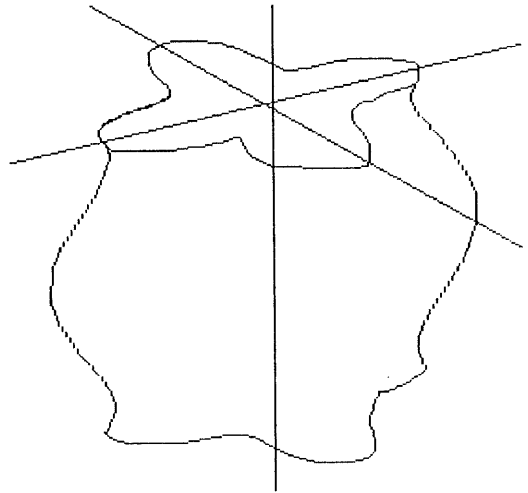


Fig. 5 Edges and axes

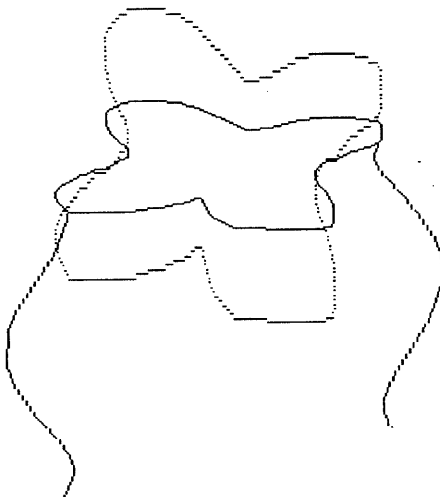


Fig. 6 The cross-section

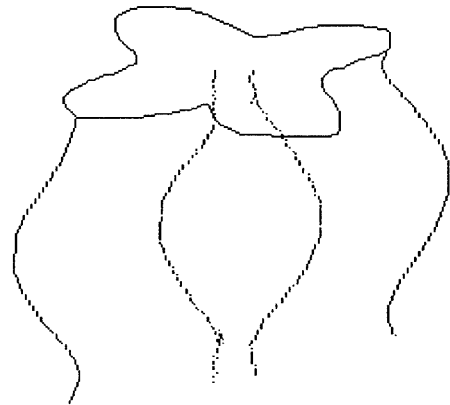


Fig. 7 The expansion function