

## 物体の構造線の抽出とその応用

井宮 淳

千葉大学 工学部 情報工学科

3次元のデジタル幾何学は位相構造の組合せの多さから2次元デジタル幾何学よりもその取り扱いが格段に複雑になることが予想されている。離散関数の取り扱いの難しさを補助する手段として、物体を連続体と考慮して微分幾何学的解析から高次元デジタル幾何学に現れる局所位相構造を予測することが有力な手段と考えられる。また、模型駆動型画像理解のための最適な模型を解決するためには、人間の画像理解過程に適合した物体の数理解析が必要となる。本論文では、3次元物体の数理解析の手法として物体の構造線を定義し、その計算法を与える。すなわち、物体を尺度空間に拡張し、尺度空間中の一般化物体の停留点として物体の構造線を定義する。また、物体の構造線を一般化円筒法の軸として採用できることを示す。さらに、井宮、堀および井宮、安田が心象回転の数理解析および物体の周波数解析に利用した物体から決まる空間曲線と一般化円筒法の軸との関係を明かにする。

## Structure Line of Three-dimensional Object

Atsushi IMIYA

Department of Information and Computer Sciences, Chiba University  
1-33 Yayoi-cho, Chiba 260, Japan

By applying the scale-filtering to three-dimensional object, this paper introduces the structure lines of three-dimensional objects and also gives robust computational methods to extract them from sampled data. Furthermore, by adopting the structure lines as the central axial curves of three-dimensional objects, this paper also proposes the multi-axial generalized cylinder method to describe three-dimensional objects which is suitable both to the construction of a mathematical model of human perception of shapes and to the description of primitive forms for the model driven shape recognition system. Moreover, computational simulations show that structure lines can be used as the central axial curves for the analysis of both mental-rotation and frequency properties of three-dimensional objects.

## 1. まえがき

2次元形状の数理解析はその対象が直感的に理解できるため広く行われている。特に、2次元の格子上で定義された離散関数の表す形状の解析は、デジタル幾何学と呼ばれている。空間内の格子点上で定義された離散関数の形状に関する3次元のデジタル幾何学は位相構造の組合せの多さから2次元デジタル幾何学よりもその取り扱いが格段に複雑になることが予想されている[1]。

離散関数の取り扱いの難しさを補助する手段として、物体を連続体と考えて微分幾何学的解析からデジタル幾何学に現れる局所位相構造を予測することが高次元デジタル幾何学における位相構造を解明する有力な手段と考えられる。

一方、画像理解ではカメラを通して得られる2次元情報からの3次元世界の理解が中心課題である。そのため、2次元情報からの3次元物体の復元法が幾つも提案されてきた。また、対象とする3次元世界を構成する要素の模型を幾つも用意して得られた情報を模型に当てはめ3次元世界を理解する手法も提案されている[2]。この手法は模型駆動型画像理解と呼ばれる。しかし、現在の表現法では、模型をどれだけ用意すれば良いかを定量的に決定することはできない。そのため、画像理解装置のデータベースに大量の模型データを蓄えておく必要がある。一方、人間は、小数の模型から類推や合成によって外界の形状情報を理解している。そこで、このような人間の形状理解の過程と整合性のある模型の表現を用意すれば、小数の模型から種々の形状情報を理解、認識できることになり、いたずらに多数の模型を装置に記憶しておく必要がなくなる。

一般化円筒法[3]は物体の表現力に優れ汎用性があるため、模型駆動型画像理解の模型の記述法としてよく利用される。しかし、一般化円筒法による物体の記述は人間の物体理解の仕組みと必ずしも一致している保証がない。しかも、物体の既形を表現する場合には軸が1本の一般化円筒法では対応できない場合もある。

本論文では、人間の画像理解に適合した物体の数理解析の手法として物体の構造線[4]を定義し、その計算法を与える。すなわち、物体を尺度空間[5]に拡張し、尺度空間中の一般化物体の停留点として物体の構造線を定義する。また、物体の構造線を一般化円筒の軸として採用できることを示す。さらに、井宮、安田が物体の周波数解析に利用した一般化円筒法の軸[6]との関係を明らかにする。

## 2. 一般化物体と構造線

3次元ユークリッド空間 $R^3$ の直交座標を $x, y, z$ とし、 $R^3$ のベクトルを $(x, y, z)^T$ と書く。物体の形状を解析する場合、物体の密度の変化より物体が存在する位置情報が重要である。そこで、物体の境界曲面 $\phi$ の中で1である2値関数 $f$ :

$$f(x, y, z) = \begin{cases} 1 & \phi(x, y, z) \leq 0 \\ 0 & \phi(x, y, z) > 0 \end{cases} \quad (1)$$

を物体と考えることにする。さらに、関数 $f$ と標準偏差 $\sigma$ の等方性正規分布関数 $g$ :

$$g(x, y, z, \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{\sigma^2}\right) \quad (2)$$

との重畳積分によって定義される関数 $h$ :

$$h(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v, w) \cdot g(x-u, y-v, z-w, \sigma) du dv dw \quad (3)$$

を一般化物体と呼ぶことにする。関数 $h$ は $C^\infty$ 級となり、何回でも自由に微分できる。

物体 $f$ の3変数関数のフーリエ変換と逆フーリエ変換とをそれぞれ

$$F(\xi, \eta, \zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \cdot \exp\{-i(x\xi + y\eta + z\zeta)\} dx dy dz \quad (4)$$

$$f(x, y, z) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta, \zeta) \cdot \exp\{i(x\xi + y\eta + z\zeta)\} d\xi d\eta d\zeta \quad (5)$$

とする。そして、関数 $g, h$ の3次元フーリエ変換をそれぞれ $G, H$ とすれば、式(3)の両辺のフーリエ変換は

$$H(\xi, \eta, \zeta) = F(\xi, \eta, \zeta)G(\xi, \eta, \zeta) \quad (6)$$

となる。

式(3)の重畳積分によって密度が1の物体 $f$ の内部密度がその表面形状 $\phi$ の幾何学的性質を反映した値となる。また、標準偏差 $\sigma$ の等方性正規分布関数 $g$ のフーリエ変換 $G$ は、再び標準偏差 $(1/\sigma)$ の等方性正規分布関数となる。従って、 $\sigma$ が大きいほど $h$ はもとの表面形状 $\phi$ による内部密度の不均一さが無くなると共に、境界がぼやけて、角の情報は欠落してしまう。

さらに、関数 $h$ は3次元物体の心象を表すと考えることができる。等方性正規分布関数 $g$ を心象に対する知覚特性のモデルと考えれば、標準偏差 $\sigma$ は心象を知覚する領域の広がりを表すことになる。物体に対して $\sigma$ が小さいと物体の局部を知覚することになる。逆に、 $\sigma$ が大きいと物体の概略を知覚することになる。従って、 $(2\pi\sigma^2)^{-3/2}$ は知覚の中心点における知覚の注目度と考えることができる。

一般化物体の構造線とは、

$$|\nabla h| = 0 \quad (7)$$

または、 $\nabla h$ が一般化物体の等密曲面の主方向の一つに一致する点の集合である[4]。従って、 $h$ のヘッセン行列を $H(h)$ :

$$H(h) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 h}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 h}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

とすれば,  $h$  の構造線  $\ell$  は,  $\lambda$  をある実数とする集合

$$\ell = \{(x, y, z) | \mathbf{H}(h) \nabla h = \lambda \nabla h \wedge |\nabla h| = 0\} \quad (9)$$

上の点となる. さらに,  $\ell$  は方程式

$$\begin{aligned} h_y(h_{xx}h_x + h_{xy}h_y + h_{xz}h_z) \\ = h_x(h_{xy}h_x + h_{yy}h_y + h_{yz}h_z) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} h_z(h_{xy}h_x + h_{yy}h_y + h_{yz}h_z) \\ = h_y(h_{xx}h_x + h_{yz}h_y + h_{zz}h_z) \end{aligned} \quad (11)$$

の解集合となる.

適当な  $\sigma$  に対して,  $\ell$  と  $f$  との共通部分を物体  $f$  の構造線として採用することにする. すなわち, 密度が均一の物体の密度分布を, 境界形状の変化を反映させて正規分布関数によって空間的にぼかしたとき, 密度変化の極値あるいは等密度曲面が最も密であ方向を貫く曲線を物体の構造線として採用する.

$R^3$  の無限小ベクトル  $d\mathbf{x}$ :

$$d\mathbf{x} = (dx, dy, dz)^T \quad (12)$$

と  $h$  の 2 階全微分  $d^2h$ , および  $\mathbf{H}(h)$  との間に,

$$d^2h(x, y, z) = \frac{1}{2}(d\mathbf{x})^T \mathbf{H}(h) d\mathbf{x} \quad (13)$$

なる関係が成立する. 従って,  $d^2h$  と  $\det \mathbf{H}(h)$  との符号が一致することがわかる. 一方,  $d^2h$  の符号と  $h$  の密度変化との間には,

$$d^2h(x, y, z) = \begin{cases} > 0: & h \text{ が凹関数} \\ < 0: & h \text{ が凸関数} \end{cases} \quad (14)$$

なる関係がある. ただし,  $\det \mathbf{H}(h) = 0$  の場合は  $h$  の増減については一般には何も結論できない.

構造線は密度変化の値留点を連ねた空間曲線である. そこで,  $\det \mathbf{H}(h)$  の符号に応じて  $\ell$  上の点に

$$p(x, y, z) = \begin{cases} -: & -\det \mathbf{H} < 0 \\ \pm: & -\det \mathbf{H} = 0 \\ +: & -\det \mathbf{H} > 0 \end{cases} \quad (15)$$

によって符号を付けることにする.

### 3 物体の構造線の計算法

本章では, 2. において定義した物体の構造線を物体  $f$  の標本値から算出する方法を示す.  $x, y, z$  すべての方向に対して標本化の間隔を  $\Delta$  とする. 以下では, 式の表記を簡潔にするために,  $\Delta = 1$  として長さを規格化して議論を進める. そして,  $f$  が  $R^3$  の有限領域  $D$ :

$$D = \{(x, y, z) | 0 \leq x, y, z \leq N-1\} \quad (16)$$

の中に存在すると仮定する.

まず, フーリエ変換を利用して  $h$  の微分を  $f$  から直接計算する方法を示す.  $D$  の中に存在する物体の格子点に

おける標本値から決まる離散関数の 3 次元離散フーリエ変換とその逆変換とをそれぞれ

$$\begin{aligned} F(\kappa, \mu, \nu) &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(k, m, n) \\ &\quad \cdot \exp(-2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} f(k, m, n) &= \frac{1}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} F(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (18)$$

とすれば, フーリエ変換と微分および重畳積分との関係より,

$$\begin{aligned} h_x(k, m, n) &= \frac{1}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} 2\pi i \kappa H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} h_y(k, m, n) &= \frac{1}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} 2\pi i \mu H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} h_z(k, m, n) &= \frac{1}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} 2\pi i \nu H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} h_{xx}(k, m, n) &= \frac{-4\pi^2}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} \kappa^2 H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} h_{yy}(k, m, n) &= \frac{-4\pi^2}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} \mu^2 H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} h_{zz}(k, m, n) &= \frac{-4\pi^2}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} \nu^2 H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} h_{yz}(k, m, n) &= h_{zy}(k, m, n) \\ &= \frac{-4\pi^2}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} \mu\nu H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} h_{zx}(k, m, n) &= h_{xz}(k, m, n) \\ &= \frac{-4\pi^2}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} \kappa\nu H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} h_{yx}(k, m, n) &= h_{xy}(k, m, n) \\ &= \frac{-4\pi^2}{N^3} \sum_{\kappa=0}^{N-1} \sum_{\mu=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{N-1} \kappa\mu H(\kappa, \mu, \nu) \\ &\quad \cdot \exp(2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \end{aligned} \quad (27)$$

によって構造線の計算に必要な一般化物体  $h$  の 12 種類の微分を計算できる。ただし、正規分布  $g$  の標本値に対して

$$H(\kappa, \mu, \nu) = G(\kappa, \mu, \nu)F(\kappa, \mu, \nu) \quad (28)$$

$$G(\kappa, \mu, \nu) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} g(k, m, n) \cdot \exp(-2\pi i \frac{k\kappa + m\mu + n\nu}{N}) \quad (29)$$

である。

次に、重畳積分を離散化し微分を差分によって近似する方法を示す。

関数  $f$  は、物体の内部では 1、外部では零であるので、有限和

$$h(k, m, n) = \sum_{\alpha=0}^{N-1} \sum_{\beta=0}^{N-1} \sum_{\gamma=0}^{N-1} f(\alpha, \beta, \gamma) \cdot g(k - \alpha, m - \beta, n - \gamma) \quad (30)$$

によって重畳積分を近似する。また、構造線の計算に必要な一般化物体  $h$  の 12 種類の微分をそれぞれ差分

$$h_x(k, m, n) = h(k+1, m, n) - h(k, m, n) \quad (31)$$

$$h_y(k, m, n) = h(k, m+1, n) - h(k, m, n) \quad (32)$$

$$h_z(k, m, n) = h(k, m, n+1) - h(k, m, n) \quad (33)$$

および、

$$h_{xx}(k, m, n) = h(k+1, m, n) - 2h(k, m, n) + h(k-1, m, n) \quad (34)$$

$$h_{yy}(k, m, n) = h(k, m+1, n) - 2h(k, m, n) + h(k, m-1, n) \quad (35)$$

$$h_{zz}(k, m, n) = h(k, m, n+1) - 2h(k, m, n) + h(k, m, n-1) \quad (36)$$

$$h_{yz}(k, m, n) = h_y(k, m, n+1) - h_y(k, m, n) \quad (37)$$

$$h_{zy}(k, m, n) = h_z(k, m+1, n) - h_z(k, m, n) \quad (38)$$

$$h_{zx}(k, m, n) = h_x(k+1, m, n) - h_x(k, m, n) \quad (39)$$

$$h_{xz}(k, m, n) = h_x(k, m, n+1) - h_x(k, m, n) \quad (40)$$

$$h_{xy}(k, m, n) = h_x(k, m+1, n) - h_x(k, m, n) \quad (41)$$

$$h_{yx}(k, m, n) = h_y(k+1, m, n) - h_y(k, m, n) \quad (42)$$

によって近似する。

以上のように  $h$  の 1 階微分および 2 階微分の近似値しか求めることができない。そこで、式 (10), (11) の解集合の代わりに、十分小さな正数  $\varepsilon$  に対して

$$|h_y(h_{xx}h_x + h_{xy}h_y + h_{zx}h_z) - h_x(h_{xy}h_x + h_{yy}h_y + h_{yz}h_z)| \leq \varepsilon \quad (43)$$

$$|h_z(h_{xy}h_x + h_{yy}h_y + h_{yz}h_z) - h_y(h_{zx}h_x + h_{yz}h_y + h_{xz}h_z)| \leq \varepsilon \quad (44)$$

$$|h_x(h_{zx}h_x + h_{yz}h_y + h_{xz}h_z) - h_z(h_{xx}h_x + h_{xy}h_y + h_{zx}h_z)| \leq \varepsilon \quad (45)$$

の解集合を構造線  $\ell$  として採用する。

構造線の算出法は直交変換に対して不変な処理である。しかし、標本データから構造線を抽出するために算出法を離散化すると、重畳積分の有限和による近似、1 階微分の差分による近似、フーリエ変換の離散フーリエ変換による近似などによる計算誤差のため算出法の直交変換に対する不変性が破れる恐れがある。そこで、座標軸の反転を考慮して計算の対称性を良くするために次の平均化操作を行う。

まず、物体  $f$  から 8 つの物体を

$$f_0(x, y, z) = f(x, y, z) \quad (46)$$

$$f_1(x, y, z) = f(x, y, -z) \quad (47)$$

$$f_2(x, y, z) = f(x, -y, z) \quad (48)$$

$$f_3(x, y, z) = f(x, -y, -z) \quad (49)$$

$$f_4(x, y, z) = f(-x, y, z) \quad (50)$$

$$f_5(x, y, z) = f(-x, y, -z) \quad (51)$$

$$f_6(x, y, z) = f(-x, -y, z) \quad (52)$$

$$f_7(x, y, z) = f(-x, -y, -z) \quad (53)$$

によって定義する。

次いで、それぞれの物体  $f_i$ :  $i = 0, 1, \dots, 7$  に対して、 $h_i$ :  $i = 0, 1, \dots, 7$  を計算し、それぞれの  $h_i$  に対して、式 (43), (44), (45), を満たす集合をそれぞれ  $\ell(i)$ :  $i = 0, 1, \dots, 7$  とする。

さらに、関数  $k_i$ :  $i = 0, 1, \dots, 7$  を

$$k_0(x, y, z) = \begin{cases} 1: (x, y, z)^T \in \ell(0) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (54)$$

$$k_1(x, y, z) = \begin{cases} 1: (x, y, -z)^T \in \ell(1) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (55)$$

$$k_2(x, y, z) = \begin{cases} 1: (x, -y, z)^T \in \ell(2) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (56)$$

$$k_3(x, y, z) = \begin{cases} 1: (x, -y, -z)^T \in \ell(3) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (57)$$

$$k_4(x, y, z) = \begin{cases} 1: (-x, y, z)^T \in \ell(4) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (58)$$

$$k_5(x, y, z) = \begin{cases} 1: (-x, y, -z)^T \in \ell(5) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (59)$$

$$k_6(x, y, z) = \begin{cases} 1: (-x, -y, z)^T \in \ell(6) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (60)$$

$$k_7(x, y, z) = \begin{cases} 1: (-x, -y, -z)^T \in \ell(7) \\ 0: \text{その他} \end{cases} \quad (61)$$

と置く。そして、 $\epsilon(0) = 1$  とし、 $\epsilon(i)$ :  $i = 1, 2, \dots, 7$  を零または 1 を取る関数とする。また、 $0 \leq m \leq 7$  を  $\epsilon(i)$ :  $1 \leq i \leq 7$  の 1 の総数とする。

このとき、関数  $k$

$$k(x, y, z) = \frac{1}{1+m} \sum_{i=0}^7 \epsilon(i) k_i(x, y, z) \quad (62)$$

から、

表 1. 図 2 の物体の 3 辺の比

図	物体	3 辺の長さ
2.1	立方体	16:16:16
2.2	直方体	16:14:12
2.3	直方体	16:14:14
2.4	直方体	16:10:10

$$\ell = \{(x, y, z)^T \mid k(x, y, z) \geq 1\} \quad (63)$$

によって決まる集合を  $f$  の構造線として採用する.

#### 4. 物体の解析への応用

我々人間が物体の形状を認識するとき、物体の中心軸を想定したり、物体の表面形状の概形を想定することが推測できる。これは、我々が絵を描くときに、物体の軸となる線を引くこと、簡単な輪郭を描くこと、にそれぞれ対応している。またこれは、3次元物体を軸となる曲線とその回りの輪郭線とによって記述する一般化円筒法による物体の表現方に対応している。そこで以下本章では、一般化円筒法の軸の候補となる物体の中心軸と構造線との関係について考察する

図 1 に立方体を組み合わせた物体の構造線を示す。物体  $f_0$  だけを利用し、微分の計算はフーリエ変換によって行っている。図 1.1 がこの物体の模式図である。図 1.2 が算出された中心軸である。図 1.2 がこの物体の 3 面図である。物体の標本点は、 $32 \times 32 \times 32$  の領域に存在し、また、

$$\begin{aligned} \sigma &= 0.6 \\ \varepsilon &= 1.0 \times 10^{-26} \end{aligned}$$

である。図では物体の中に存在し、符号  $p$  が + である点を間隔 1 で表示してある。

また、図 2 に立方体および直方体の特徴線を示す。 $f_0$  と  $f_1$  とを利用して、従って、 $\varepsilon(i)$  は、

$$\varepsilon(i) = \begin{cases} 1: & i = 1 \\ 0: & 2 \leq i \leq 7 \end{cases} \quad (64)$$

としている。また、

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 \\ \varepsilon &= 0.00001 \end{aligned}$$

である。積分領域を  $20 \times 20 \times 20$  とし、符号  $p$  が + であり、物体の内部に存在する構造線上の点を間隔 2 で表示しある。物体の 3 辺の比を表 1 に示す。

図 1.2 の構造線は一続きにはなっていないけれども中心軸の候補となる曲線が算出されていることがわかる。我々は、図 1.2 に示すような互いに交差しない空間曲線列を盲く結び付けて図 1.1 の物体の中心軸を決定していることが推測できる。こうして決定される物体の中心軸主観的中心軸と呼ぶことにする。

中心軸の候補となる  $N$  本の曲線  $\{\ell_k\}_{k=1}^N$  の 2 つの端点ベクトルと中点ベクトルとをそれぞれ  $e_0(k)$ ,  $e_1(k)$ ,  $m(k)$ , とする。そして、各曲線を

$$\ell_k = [e_0(k), m(k), e_1(k)] : k = 1, 2, \dots, N \quad (65)$$

と表すことにする。このとき、主観的中心軸の算出法は以下のように定式化できる。

曲線の接続構造は物体の表面の接続構造と曲線の位置関係とから決めることができる。そこで、曲線列の接続構造を

$$\ell_1 - \ell_2 - \dots - \ell_N \quad (66)$$

とする。すなわち、 $k = 2, 3, \dots, k-1$  に対して

$$\ell_{k-1} = [e_0(k-1), m(k-1), e_1(k-1)] \quad (67)$$

$$\ell_k = [e_0(k), m(k), e_1(k)] \quad (68)$$

$$\ell_{k+1} = [e_0(k+1), m(k+1), e_1(k+1)] \quad (69)$$

のベクトルを

$$\begin{aligned} e_0(1), \dots, m(k-1), e_1(k-1), e_0(k), \\ m(k), e_1(k), e_0(k+1), \\ m(k+1), e_1(k+1), e_0(k+2), \\ \dots, e_1(N) \end{aligned} \quad (70)$$

の順に接続すると中心軸となる一続きの曲線が構成できる。

このとき、1本の主観中心軸を決定することは、式(70)より、 $k = 1, 2, \dots, k-1$  に対して 2点  $e_1(k)$  と  $e_0(k+1)$  とを結び、適当な評価基準を最小にする接続曲線列

$$s(k, k+1) = [e_1(k), e_0(k+1)] : k = 1, 2, \dots, k-1 \quad (71)$$

を決定する問題となる。

評価基準として、曲線の複雑さの最小化、曲線の全長の最小化、などを採用できる。また、単に直線分の組合せによって接続することも考えられる。さらに、点列  $\mathcal{P}$ :

$$\mathcal{P} = \{e_0(k), m(k), e_1(k)\}_{k=1}^N \quad (72)$$

から特徴的な点列だけを選択して主観的中心軸の概形を構成することもできる [8]。

次に、互いに交差する多数の構造線と物体の軸との関係に付いて考察する。図 3.1 の立方体では向かい合う面の中心を結ぶ直線を我々は中心軸として設定して、物体の概形を記述、認識することが推測できる。また、図 3.2 の直方体では 1 番長い辺に平行で、向かい合う平面の中心を結ぶ直線を、一方、図 3.3 の直方体では 1 番短い辺に平行で、向かい合う平面の中心を結ぶ直線をそれぞれ我々は中心軸として設定して物体の概形を記述、認識することが推測できる

図 2 の計算結果より、中心軸として我々が想像する線と特徴線として算出される線とが同方向を向いていることがわかる。

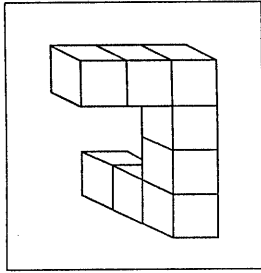


図 1.1

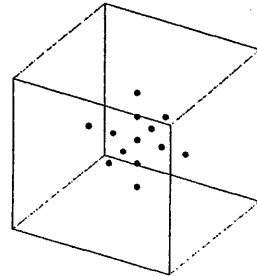


図 2.1

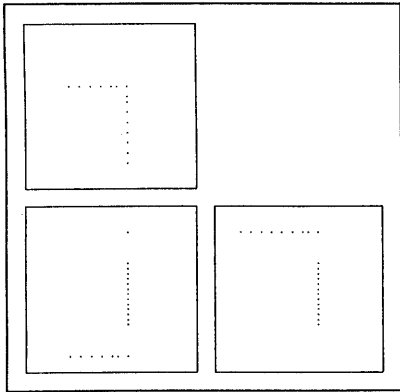


図 1.2

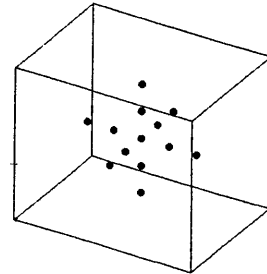


図 2.2

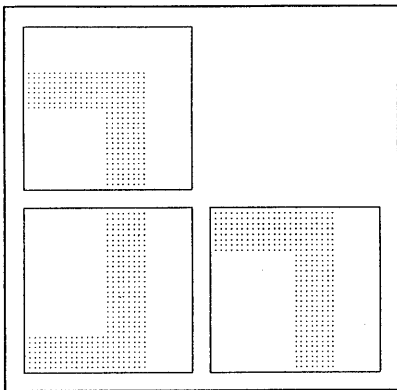


図 1.3

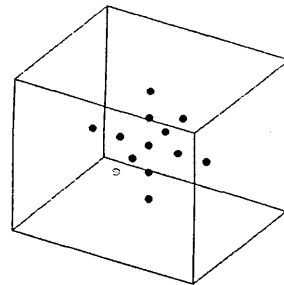


図 2.3

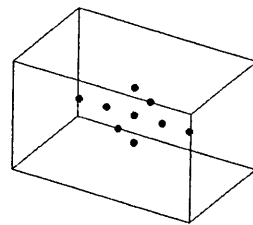


図 2.4

図 1. 図 1.1 に模式図を示す物体の構造線を  $f_0$  だけからフーリエ変換を利用して算出した結果を図 1.2 に示す. 積分領域を  $32 \times 32 \times 32$  とし,  $\sigma = 0.6, \epsilon = 1.0 \times 10^{-26}$  としている. 図 1.2 に物体の中に存在し, 符号が+である構造線上の点を間隔 1 で表示してある. 図 1.3 は物体の 3 面図である.

図 2. 表 1 に 3 辺の比を示す立方体および直方体の特徴線を  $f_0$  と  $f_1$  とを利用し, 重畳積分と微分とを離散近似して算出した結果を上から順に示す. 積分領域を  $20 \times 20 \times 20$  とし,  $\sigma = 1, \epsilon = 0.00001$  としている. 物体の内部に存在し, 符号が+である構造線の点を間隔 2 で表示してある.

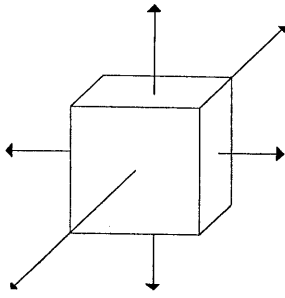


図 3.1

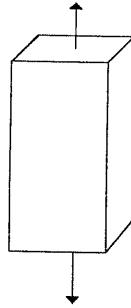


図 3.2

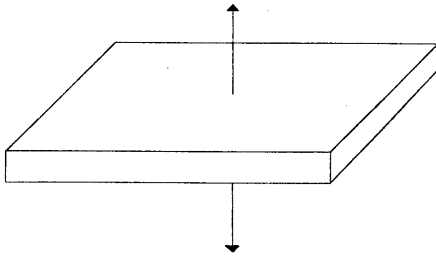


図 3.3

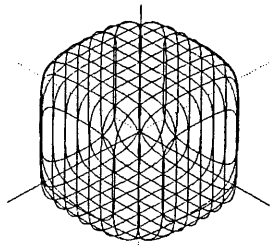


図 4

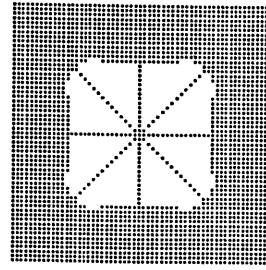


図 5.1

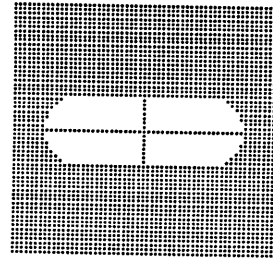


図 5.2

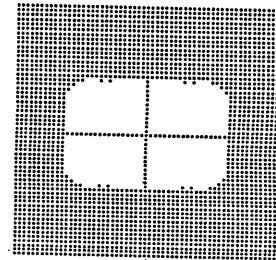


図 5.3

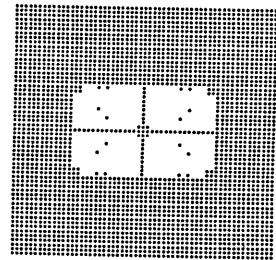


図 5.4

図 3. 図 3.1 の立方体では向かい合う面の中心を結ぶ直線を, 図 3.2 の直方体では 1 番長い辺に平行で, 向かい合う平面の中心を結ぶ直線を, また, 図 3.3 の直方体では 1 番短い辺に平行で, 向かい合う平面の中心を結ぶ直線を, それぞれ我々は中心軸として設定して物体の概形を記述, 認識することが推測できる.

図 4. 互いに直交する 3 軸を中心軸とする多軸一般化円筒法を利用して物体の概形を求めた例を示す. 輪郭曲線の概形の算出法は, 文献 6 において提案した P 形フーリエ記述子を利用する手法である.

図 5. 表 2 に 2 辺の比を示す正方形および長方形の構造線の算出結果を上から順に示す. ただし, 式 (43), (44), (45) を満たす物体の外の点も表示してある.

表 2. 図 5 の平面図形の構造線算出の  $\epsilon$

図	図形	2 辺の比	$\epsilon$
5.1	正方形	1:1	0.00001
5.1	長方形	3:1	0.00001
5.2	長方形	7:5	0.00001
5.3	長方形	7:5	0.01

通常一般化円筒法によって表現した物体からは、1本の軸の回りの概形しか表現できない。しかし、図 2 の実験結果からわかるように、物体にはすべて中心軸と考えてもよい互いに交差する構造線が多数存在することがある。そこで、物体の互いに交差する特徴線をすべて利用して物体の認識のための概形を記述することにする。すなわち、物体のすべての構造線  $\ell(m) (m = 1, \dots, n)$  に対して処理

- 1:  $\ell(1)$  を軸として輪郭線近似を行う。
- 2:  $\ell(2)$  を軸として 1 の結果の輪郭線近似を行う。
- ⋮
- n:  $\ell(n)$  を軸として (n-1) の結果の輪郭線近似を行う。

を行い、最終結果として得られる節点を頂点とする多面体を物体の概形として採用する。これを、多軸一般化円筒法と呼ぶことにする。

特に、立方体、直方体に対してそれぞれの辺に対して平行または垂直に座標系  $x, y, z$  を設定すると、3つの座標軸の方向と構造線とが一致する。従って、実数  $t$  に対して

$$\ell(1) = (t, 0, 0)^T \quad (73)$$

$$\ell(2) = (0, t, 0)^T \quad (74)$$

$$\ell(3) = (0, 0, t)^T \quad (75)$$

を軸として、上の多軸一般化円筒法による物体の概形記述処理を行えばよい (図 4)[6]。

## 5. 平面図形と物体の中心線

2. 3. において提案した物体の中心軸の決定法を平面図形に制限した例を図 5 に示す。標準偏差  $\sigma$  はすべて 1 に設定し、 $\epsilon$  は表 2 のように設定している。

長方形の構造線として、対辺の中点を結ぶ 2 本の直線が算出されていることがわかる。この 2 本の直線は、長方形の対称軸である。また、正方形の構造線として、対辺の中点を結ぶ 2 本の直線と、2 本の対角線、すなわち、正方形のすべての対称軸が算出されている。

一方、4. の実験結果から、立方体の構造線として直方体と同様に対向する面の中心を結ぶ直線が算出されるが、対角線はもはや算出されない。これは、立方体の対角線が立方体の対称軸ではないからである。

正方形によって 2 次元平面を埋めつくすことができ、また、同様に立方体によって 3 次元空間を埋めつくすこ

とができる。しかし、対称性の立場からは、正方形は、長方形とまったく異なる図形であるが、立方体と直方体は同じ性質を持つことが構造線の配置からわかる。

## 6. むすび

本論文では、物体の構造線を定義し、その算出法を提案した。また、物体の構造線を物体の中心軸として採用できることを示した。これは、井宮、堀 [7] が物体の心象回転の数理モデルの構築のために仮定した物体の中心軸の存在の有効性を裏付けるものである。また、多数の中心軸に対して一般化円筒法を適用する多軸一般化円筒法による物体の概形記述法の基本的な考え方を提案した。これは、井宮、安田 [6] が提案した物体の周波数解析法における軸の設定の有効性を裏付けるものである。

本研究の一部は筆者が金沢大学工学部在職中に行ったものである。昭和 63 年度に金沢大学工学部の卒業研究の一部としてご協力頂いた前田章氏 (現在、富士重工 (株)) に感謝する。図 1 は、金沢大学大学院堀英昭氏が平成元年度に金沢大学工学部の卒業研究の一部として行った実験の結果である。また、図 2 は、平成 2 年度に滝口昭氏 (現在、リコー (株)) が千葉大学工学部の卒業研究の一部として行った実験の結果である。

## 参考文献

- [1] 鳥脇純一郎:3 次元画像のデジタル処理, 高木幹雄, 鳥脇純一郎, 田村秀行編, 画像処理アルゴリズムの最新動向, 別冊 O plus E, (株) 新技術コミュニケーションズ, 1986, pp.84-107.
- [2] S. J. Dickinson, A. Rosenfeld, and A. P. Pentland: Primitive-based shape modeling and recognition, in C. Arelli, L. P. Gordella, and G. Sanniti de Baja eds., *Visual Form*, Pleunm Publishing Corpotation (in press).
- [3] D. H. Ballard and C. M. Brown: *Computer Vision*, Prentice-Hall, 1982 (邦訳 福村晃夫他訳: コンピュータ・ビジョン, 日本コンピュータ協会, 1987).
- [4] 渡辺弥寿夫, 榎本 肇: 3 次元画像の構造特徴について, 信学技報, PRU83-45, pp.53-60, 1983.
- [5] 佐藤潤一, 佐藤 誠: 尺度空間フィルタリングに基づく画像パターンの局所構造解析, 情研報告, vol. 91, No.10, 91-CV70-24, pp.1-8, 1991.
- [6] 井宮 淳, 安田篤司: 物体の周波数解析, 情研報告, vol. 91, No.10, 91-CV70-9, pp.1-8, 1991.
- [7] 井宮 淳, 堀 英昭: 空間曲線のためのフーリエ記述子, 情研報告, vol. 89, No.96, 89-CV63-8, pp.1-8, 1989.
- [8] 井宮 淳, 角田浩一: 空間点列選択問題, 「コンピュータビジョン」'90 シンポジウム論文集, pp.111-120, 情報処理学会, 1990.