

球面調和関数展開を用いた3次元物体の姿勢推定法

田中弘一 佐野睦夫 目黒真一 金子博
NTTヒューマンインタフェース研究所

3次元物体を記述するデータ形式として共変データ形式を提案する。この共変データは、3次元物体の法線分布 (EGI) を球面上の関数と見なし球面調和関数を基底として展開する事により得られる。座標変換に対し簡単な変換則に従う事から、3次元形状情報と姿勢情報の容易な抽出を可能とする。3次元物体の形状情報は共変データのノルムとして抽出され、姿勢情報は共変データの変換則の方程式系として表現される。この姿勢情報を用いた2つの姿勢推定アルゴリズムを示し、その一つにつきコンピュータ上でシミュレーションを行ないアルゴリズムの有効性を確認した。

3-D OBJECT POSE ESTIMATION USING SPHERICAL HARMONIC FUNCTION

Koichi Tanaka Mutsuo Sano Shinichi Meguro Hiroshi Kaneko
NTT Human Interface Laboratories
9-11, Midori-Cho 3-Chome Musashino-Shi, Tokyo, 180, Japan

We propose a covariant data format which describes 3-D object. Spherical-harmonic-function expansion of extended Gaussian image (EGI) provides this covariant data. The covariant data transforms simply, according as a coordinate is changed. This simple transformation gives an easy extraction method of 3-D form and pose information. we extract form information by taking norm of covariant vector, and represent pose information as transformation rule equations. we present two pose estimation algorithms, and one of them is corroborated by a computer simulation, which shows the efficiency of the algorithm.

は、ベクトルに作用する行列として、

$$R(\alpha, \beta, \gamma) f(\theta, \phi) \Rightarrow \begin{bmatrix} R^{(0)} & 0 & 0 \\ 0 & R^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^{(0)} \\ v^{(1)} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

と表される。パターンは、各既約表現空間 l 毎に独立に変換される。ここで、

$$R_{mn}^{(l)}(\alpha, \beta, \gamma) = \exp(im\gamma) d_{mn}^{(l)}(\beta) \exp(in\alpha)$$

$$d_{mn}^{(l)}(\beta) \equiv \left[\frac{(l+m)!(l-m)!}{(l+n)!(l-n)!} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \times (\cos \frac{\beta}{2})^{m+n} (\sin \frac{\beta}{2})^{m-n} P_{l-m}^{(m-n, m+n)}(\cos \beta) \\ P_n^{(a,b)}(\cos \beta) \equiv \frac{(-1)^n}{2^n n!} (1 - \cos \beta)^{-a} (1 + \cos \beta)^{-b} \\ \times \left(\frac{d}{d \cos \beta} \right)^n [(1 - \cos \beta)^{a+n} (1 + \cos \beta)^{b+n}]$$

で、 $R^{(l)}$ はユニタリー行列である。

我々は、こうして構成したベクトル v を共変データとよび、3次元物体の基本的なデータ形式として採用する。この共変データの座標変換に対する容易な変換性が、3次元物体の解析(物体識別や姿勢推定)に有効であることが以下の章で示される。

3 不変特徴量

上で構成した共変データを元に、座標系に依存しない不変特徴量を構成する。そのためには、各既約表現空間毎に球面パターンがユニタリー行列で変換されることに注意する。 $v^{(l)}$ をパターン l の既約表現空間 l におけるベクトル、 $R^{(l)}$ をそこでの回転を表す行列、 $u^{(l)}$ を回転された座標系でのパターン l のベクトルとすると、

$$u^{(l)} = R^{(l)} v^{(l)}$$

†でエルミート共役を、ベクトル v のノルムを $\|v\|$ で表わす。

$$\|v\| \equiv \sqrt{v^\dagger v}$$

$R^{(l)}$ がユニタリーであるから、

$$(u^{(l)})^\dagger u^{(l)} = (v^{(l)})^\dagger (R^{(l)})^\dagger R^{(l)} v^{(l)} = (v^{(l)})^\dagger v^{(l)} \\ ((R^{(l)})^\dagger R^{(l)} = 1)$$

ゆえに、座標系の回転により、球面パターン l の各既約表現空間でのベクトルのノルム(大きさ)は不変である。我々は、球面パターンを元の3次元データの法線分布として構成したため、球面データ自身は座標系の並進変換に対し不変で

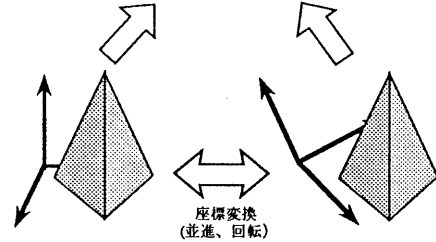
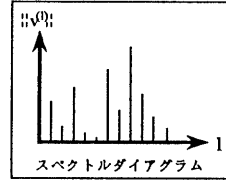


図 5: スペクトルダイアグラムの座標不変性

ある、よって3次元データから上のように抽出された各既約表現空間におけるベクトルのノルム $\|v^{(l)}\|$ は、全ての座標変換(並進、回転)に対して不変な特徴量であり、3次元物体の形状情報を表している。(図5参照)

この様に構成した不変特徴量 $\|v^{(l)}\|$ ($l = 0, 1, \dots$) を元に3次元形状を表すダイアグラムを構成する。それには、横軸に既約表現空間を識別する添字 l を、縦軸に各既約表現空間のベクトルのノルム $\|v^{(l)}\|$ をとった図5のようなダイアグラムを構成する。このダイアグラムをスペクトルダイアグラムと呼ぶ。簡単な3次元物体に対してその EGI とスペクトルダイアグラムを計算した結果を図6に示す。3次元物体の識別はこのダイアグラムをダイレクトに比較することによりなされる。このダイアグラムは、単純な積分計算だけによって構成され、構成されたダイアグラムはなんの対応点探索の手続きなしに、数値的に比較されることに注意する。これは、ダイアグラムが座標系に依存しない量から構成されていることによる。

ダイアグラム間の比較のための数値的なメジャーを、ダイアグラム間の相関量により定義しよう。ベクトル $v^{(l)}$ から構成されるダイアグラムを $D(v)$ と書くと、ダイアグラム $D(v)$ と $D(u)$ の比較メジャー Meg を次式で定義する。

$$Meg(D(v), D(u)) \equiv \sum_l \|v^{(l)}\| \|u^{(l)}\|$$

$$\left(\sum_l \|v^{(l)}\| \|v^{(l)}\| = \sum_l \|v^{(l)}\| \|v^{(l)}\| = 1 \right)$$

図6の物体に対して相関量の計算結果を表1に

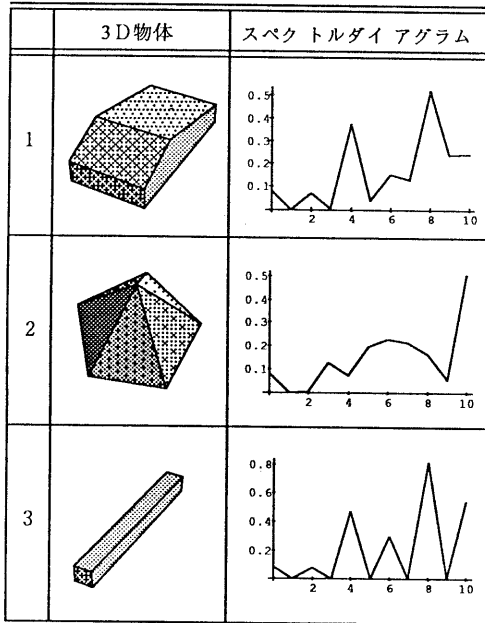


図 6: スペクトルダイアグラムの計算例

表 1: 物体間の相関量

	物体 1	物体 2	物体 3
物体 1	1	0.637	0.916
物体 2	0.637	1	0.677
物体 3	0.916	0.677	1

示す。

4 姿勢推定

スペクトルダイアグラムは定義から位相情報を持っていない。一方姿勢情報は位相情報によってきまるから、3章の議論は適用できない。本章では、共変データ形式が、3次元物体の姿勢（回転のオイラー角）を推定する上でも有効なことを示す。これは、我々がデータ形式を回転効果が一番簡単に現れる表現に選んでいることによる。

さて、次のような状況を考える。3次元物体のモデルがある座標系に対する3次元点列データとしてあたえられている時に、この物体をレンジセンサーで計測して、その物体の姿勢を推定するとする。この時、レンジセンサーから得られる3次元点列データは、センサーが基準とする座標系（センサー座標系）で記述されている。この物体の姿勢を推定する問題は、このモデル座標系とセンサー座標系間の変換パラメータ

（座標回転のオイラー角）を求めることと等価である。この時、我々は、この変換パラメータを以下の手続きで求めることができる。

手続き1 モデルと観測データの3次元点列データを我々の共変データ形式に変換する。

手続き2 モデルと観測データの共変データを回転を表す行列 $R^{(l)}$ を使い互いに結びつける。

$$u^{(l)} = R^{(l)}(\alpha, \beta, \gamma)v^{(l)}$$

$$(l = 0, 1, 2, \dots)$$

ここで、 $u^{(l)}$ は観測データの共変データ $v^{(l)}$ は、モデルの共変データである。

手続き3 上の関係式を、オイラー角を変数とする方程式とみなし解く。

この3番目の手続きにおいて、求めるべき変数の数はオイラー角 (α, β, γ) の3つであるが、関係式（方程式）は無数にあるので過剰決定問題である。しかしあまり複雑でない3次元物体の概形は低次の球面調和関数で決まると考えられる。ここでは $l = 1, l = 2$ の場合の関係式に基づき (α, β, γ) をもとめるアルゴリズムを2つ与える。最初の方法は、 $l = 1$ のベクトルが零でないという、制約のもとでのみ使われるが、ダイレクトにオイラーパラメータを求める。2番目の方法は、繰り返し計算を含みダイレクトではないが、制約なしに一般の状況において使うことができる。

【直接法】

この時は、 $l = 1$ の関係式を用いることにより、3変数の方程式を1変数の方程式に還元できる。オイラー角の推定は1変数の方程式の零交差点を求める問題になる。

データの回転を表す関係式を $l = 1$ について書き下すと、

$$\begin{bmatrix} u_1^{(1)} \exp(-i\gamma) \\ u_0^{(1)} \\ u_{-1}^{(1)} \exp(i\gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1+\cos\beta}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\beta & \frac{1-\cos\beta}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\beta & \cos\beta & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\beta \\ \frac{1-\cos\beta}{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\beta & \frac{1+\cos\beta}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^{(1)} \exp(i\alpha) \\ v_0^{(1)} \\ v_{-1}^{(1)} \exp(-i\alpha) \end{bmatrix}$$

展開係数の対称性

$$a_{l-m}^{(1)} = (-1)^{l+m} a_{l+m}^{(1)}$$

を使い、 $u^{(1)}, v^{(1)}$ を以下のようにパラメータ化する。

$$\begin{bmatrix} u_1^{(1)} \\ u_0^{(1)} \\ u_{-1}^{(1)} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a \exp(i\theta) \\ ib \\ a \exp(-i\theta) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1^{(1)} \\ v_0^{(1)} \\ v_{-1}^{(1)} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} c \exp(i\phi) \\ ia \\ c \exp(-i\phi) \end{bmatrix}$$

このパラメータにより、 $l=1$ の関係式は、オイラー角の次のような関係式になる。

$$\begin{aligned} \sin(\phi + \alpha) &= \frac{d \cos \beta - b}{\sqrt{2c} \sin \beta} \\ \sin(\theta - \gamma) &= \frac{d - b \cos \beta}{\sqrt{2a} \sin \beta} \end{aligned}$$

ここで、もし $a=0$ 又は $c=0$ の時には、

$$\beta = \arccos\left(\frac{b}{d}\right)$$

であり、オイラー角 β は簡単に求まる。 a も c も零でない時は、この関係式から、オイラー角 α と γ を β の関数とみなすことができる。また、上の関係式は、 β に値に関して以下のような制限をつける (図7参照)。

$$\begin{aligned} |\sin(\phi + \alpha)| &= \left| \frac{d \cos \beta - b}{\sqrt{2c} \sin \beta} \right| \leq 1 \\ |\sin(\theta - \gamma)| &= \left| \frac{d - b \cos \beta}{\sqrt{2a} \sin \beta} \right| \leq 1 \end{aligned}$$

3つのオイラー角を決定するには、関係式がもう一つ必要である。そこで、 $l=2$ の関係式を使う。 $l=2$ における回転の行列を $R^{(2)}$ 書き下せば、

$$R_{mn}^{(2)} = \exp(im\gamma) d_{mn}^{(2)}(\beta) \exp(in\alpha)$$

$$d^{(2)} = \begin{bmatrix} \frac{(1+\cos\beta)^2}{4} & \frac{\sin\beta(1+\cos\beta)}{2} & \frac{(1-\cos\beta)^2}{4} \\ -\frac{\sin\beta(1+\cos\beta)}{2} & \cos\beta + \cos^2\beta - \sin^2\beta & \frac{\sin\beta(1-\cos\beta)}{2} \\ \frac{\sqrt{\frac{3}{8}}\sin^2\beta}{2} & -\frac{\sqrt{\frac{3}{2}}\sin\beta\cos\beta}{2} & \frac{\sqrt{\frac{3}{8}}\sin^2\beta}{2} \\ -\frac{\sin\beta(1-\cos\beta)}{2} & \frac{\cos\beta - \cos^2\beta + \sin^2\beta}{2} & \frac{\sin\beta(1+\cos\beta)}{2} \\ \frac{(1-\cos\beta)^2}{4} & -\frac{\sin\beta(1-\cos\beta)}{2} & \frac{(1+\cos\beta)^2}{4} \end{bmatrix}$$

である。係数の対称性を使い、 $u(2)$ 、 $v(2)$ を以下のようにパラメータ化すれば、

$$\begin{bmatrix} v_2^{(2)} \\ v_1^{(2)} \\ v_0^{(2)} \\ v_{-1}^{(2)} \\ v_{-2}^{(2)} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} p \exp(i\delta) \\ q \exp(i\eta) s \\ -q \exp(-i\eta) \\ p \exp(-i\delta) \end{bmatrix}$$

$$u_0^{(2)} \equiv t$$

$l=2$ についての関係式の一つ (任意) は次のように書ける。

$$\begin{aligned} p\sqrt{\frac{3}{2}}\sin^2\beta\cos(2\alpha+\delta) + \frac{s}{2}(3\cos^2\beta-1) \\ - q\sqrt{6}\cos\beta\sin\beta\cos(\alpha+\eta) - t = 0 \end{aligned}$$

$l=1$ の関係式を使い、この関係式を1つだけの変数 β の方程式とみなすことにより、 β はこの方程式の零点として求められる。この状況を図7は示す。従って、我々のデータ形式はオイラー角の推定問題を1変数方程式の零交差点を求める問題に帰着する。

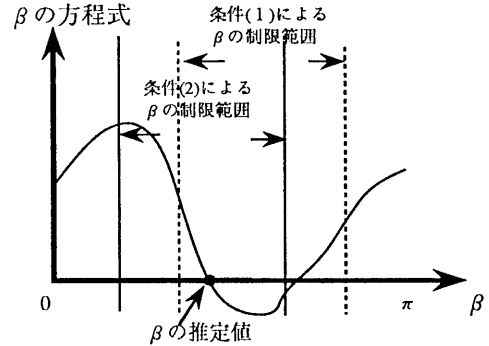


図7: β の方程式 (零点が β の推定値)

[繰り返し法]

この時は、 $l=2$ 以上の関係式を元に相関関数を定義し、相関関数の最大値を山登り法により、求めオイラー角を推定する。

球面パターン $f(\theta, \phi)$ 、 $g(\theta, \phi)$ の相関を、

$$\int_{s^2} fg d\mu$$

$$\left(\int_{s^2} f^2 d\mu = \int_{s^2} g^2 d\mu = 1 \right)$$

で定義する。共変データで表すと、

$$\begin{aligned} \int_{s^2} fg d\mu &\equiv \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta f(\theta, \phi) g(\theta, \phi) \\ &= \sum_{l,m} u_{lm}^* v_{lm} \\ &= \sum_l (u^{(l)})^\dagger v^{(l)} \end{aligned}$$

となる。そこで、以下のようにマッチング関数 $match(\alpha, \beta, \gamma)$ を定義し、そのマッチング関数の値が最大になる所を見つけることによりオイラー角を推定する。

$$match(\alpha, \beta, \gamma) \equiv \sum_l (u^{(l)})^\dagger R^{(l)}(\alpha, \beta, \gamma) v^{(l)}$$

実際このマッチング関数は、正しいオイラー角の所で最大の値を与える。このマッチング関数を最大にするオイラー角は、山登り法により見つけられる。手続きは、

1. ある適当な初期値 $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ をとる。
2. マッチング関数の勾配方向 $(\frac{\partial match}{\partial \alpha}, \frac{\partial match}{\partial \beta}, \frac{\partial match}{\partial \gamma})$ に少しだけパラメータを変更する
3. 2をパラメータの変化がなくなるまで繰り返す

5 実験

本章では、4章の2つの姿勢推定アルゴリズムより一般的と考えられる繰り返し法についてコンピュータ実験を行なった。

複雑でない3次元物体は、低次の展開係数で姿勢情報が表されていると考えられるので、マッチング関数を以下のように $l=2$ の項だけで定義し直す。この様に表しても、正しいオイラー角の所で最大値を与えることには変わりない。

$$match(\alpha, \beta, \gamma) \equiv (u^{(2)})^T R^{(2)}(\alpha, \beta, \gamma) v^{(2)}$$

$R^{(2)}$ は、三角関数の2次までの多項式として具体的にかかれているので、このマッチング関数の最大値を山登り法で見つけることは、さして困難ではない。図8は、図6の物体1に対してマッチング関数を3次的にプロットした。この図の示す様にマッチング関数はなめらかな形状をしており、山登り法で簡単に極大点を見つけることができる。この形状の場合極大点は2つ存在する。マッチング関数が、三角関数の2次までの式で書かれているため、一般形状の場合にも極大点の数は数個である。よって、初期値 $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ を変えた何回かの山登りにより、正しいオイラー角が推定される。

6 おわりに

本稿では、3次元データ形式として共変データ形式を提案した。このデータ形式は座標変換に対して簡単な変換則に従うことから、3次元形状情報と姿勢情報の容易な抽出を可能とする。各展開次数毎に不変特徴量が得られることを用い、3次元形状を表現するスペクトルダイアグラムを構成し、各物体間の相関をこのダイアグラムを用いて定義した。また、共変データを回転する行列が具体的に与えられていることを用いて、物体の姿勢推定問題にこれを適用し、対応づける探索なしに姿勢が推定できることを示した。今後は、実データに対して、本手法の有効性を確認していく。

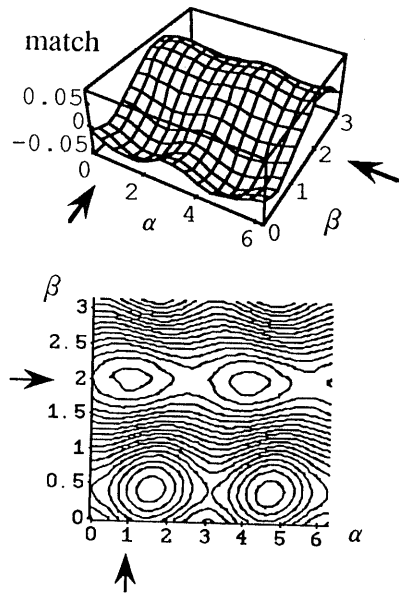


図8: マッチング関数 (最大点が α, β, γ の推定値を与える)

【参考文献】

- 田中 他: “球面調和関数を用いた3次元物体認識法” 信学会春季全国大会, D-644, 1991
 田中 他: “球面調和関数を用いた3次元物体姿勢推定法” 情処学会第43年全国大会