

カメラの位置決めのいらない画像の幾何学的補正法 Geometric Correction of Images without Camera Registration

小野寺 康浩
Yasuhiro ONODERA
(株)ソニー
Sony, Co.

金谷 健一
Kenichi KANATANI
群馬大学工学部
Gunma University

Abstract This paper presents a simple technique of correcting image distortions arising from lens aberration. The most salient feature of this method is that the standard pattern and the camera can be placed arbitrarily in the scene. Since no special devices are required, this method is very easy to implement. The fundamental computational scheme is based on the perturbation theorem of eigenvalues.

1. ま え が き

画像を用いた3次元計測はロボットの制御や環境認識において不可欠であり、さまざまなコンピュータビジョンの技法が研究されている。これらの技法ではカメラの撮像を透視変換としてモデル化しているが^{(6),(7)}、実際のデジタル画像にはさまざまな要因による歪みがあり、必ずしも透視変換とはみなせない。したがって、正確な3次元計測のためには、用いるカメラ・ディスプレイ系に対して

- 画像の歪みを取り除くように画像自体を変換する「幾何学的補正」⁽¹⁰⁾
- 相当する透視変換のパラメータ（焦点距離、光軸の向き、カメラ座標系の位置と向き、等）を計測する「カメラキャリブレーション」^{(1)-(5),(8)}

の両方が必要である。本論文では前者の幾何学的補正を取り上げる。

これは一見単純に見える。例えば平面上に格子パターンを描き、カメラの撮像面と平行になるように設置して撮像する。得られた画像が正しい格子パターンでなければ、正しい格子パターンに写像されるように変換を定めればよい（写像のパラメータモデルを仮定して最小2乗法でパラメータを決める、あるいはサンプル点での変位から補間関数を構成する、等⁽¹⁰⁾）。

この方法の最大の難点は「パターンをカメラの撮像面と平行になるように設置する」という点にある。なぜなら、カメラを外部から見たのではカメラの光軸や撮像面を正確に知ることができないし、たとえカメラを解体して光軸や撮像面の位置関係がわかっても、それに対して正しくパターンを設置するには定盤などの大掛かりな装置が必要となる。これはレンズやカメラの製造過程では可能であるが、一般のユーザが実験室内で簡単な行なうことはできない。

本論文では「パターンをカメラに対して任意の位置に設置して」幾何学的補正を行なう新しい手法を提案し、実験例を示す。補正のモデルに多少の制約を受けるが、実際上は問題ないと思われる。とりわけ、特別な装置を何も必要としない点で、今日ロボティクスやコンピュータビジョンの研究者層が急速に拡大していることを考えると、この意義は極めて大きいと思われる。

2. 画像の補正モデル

画像の歪みにはいろいろの要因があるが、最大のものは「レンズの収差」と呼ばれる光学的特性である。これが光軸や撮

像面、受光素子の配列の狂い、ラスタスキャンによる信号伝送に伴う歪み、量子化や離散化による誤差等によって多少変形されてディスプレイ上に観測される。しかし、以下ではこれら全体の歪みを仮想的な光学的歪みとみなし、個々の機械的・電氣的歪みの要因は考慮しない。光学的歪みが機械的・電氣的要因に比べて特徴的なのは

- 歪みが非線形であり、直線の像が曲線にゆがむ
- 歪みが光軸の周りにほぼ回転対称に発生する

という点である。これが変形されてディスプレイ上に観測されることを考慮して画像の補正モデルを立てる。したがって、画像上では必ずしも回転対称な歪みが発生するとは限らない。

画像上の点 (x, y) が点 (x', y') に補正されるべきであるとする。補正されるべき変位を (u, v) として、補正公式を次の形に表すことを考える。

$$x' = x + u(x, y), \quad y' = y + v(x, y) \quad (1)$$

通常、歪みは微小であるから、級数展開により

$$\begin{aligned} u &= a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 \\ &\quad + a_{30}x^3 + a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + a_{03}y^3 + \dots \\ v &= b_{00} + b_{10}x + b_{01}y + b_{20}x^2 + b_{11}xy + b_{02}y^2 \\ &\quad + b_{30}x^3 + b_{21}x^2y + b_{12}xy^2 + b_{03}y^3 + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

と表せる。歪みは x 軸、 y 軸に関して対称であると仮定すると、 u は x について奇関数、 y について偶関数でなければならないから

$$a_{00} = a_{01} = a_{20} = a_{11} = a_{02} = a_{21} = a_{03} = 0 \quad (3)$$

でなければならない。同様に v は x について偶関数、 y について奇関数でなければならないから

$$b_{00} = b_{10} = b_{20} = b_{11} = b_{02} = b_{30} = b_{12} = 0 \quad (4)$$

でなければならない。 $a_{10}x$ および $b_{01}y$ はそれぞれ x 方向、 y 方向への単なるスケール変化を表すので、これもないと考える。すると、結局補正のモデルは次のようになる。

$$x' = x + Ax^3 + Bxy^2, \quad y' = y + Cx^2y + Dy^3 \quad (5)$$

これは4自由度をもつモデルであり、係数 A, B, C, D を「補正係数」と呼ぶ。それぞれの幾何学的意味を見るために、

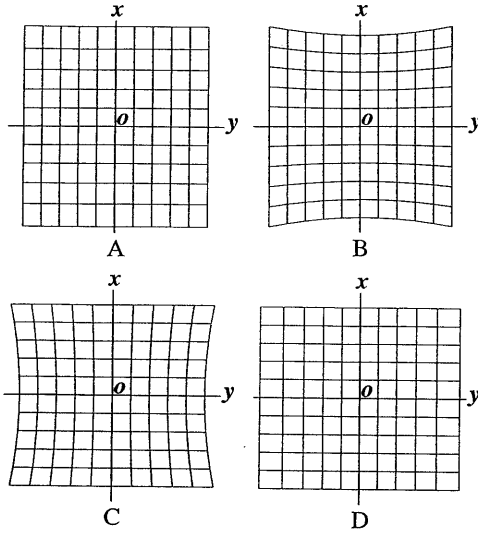


図 1: 補正係数の幾何学的意味

歪みの存在しない $A = B = C = D = 0$ の場合に対してそれぞれの値を別々に増加させた変形を図示したものが図 1 である。これからわかるように、 A, D はそれぞれ x 軸、 y 軸方向に（非線形に）拡大するような補正を表し、 B, C はそれぞれ x 軸、 y 軸に関して対称にたわみを与えるような補正を表す。

図 1 から、直線を曲線にゆがめるような顕著な歪みは B, C の項のみでもほぼ記述できると予想される。そこで、次のような単純化した 2 自由度モデルも考えられる。

$$x' = x + Bxy^2, \quad y' = y + Cx^2y \quad (6)$$

さらに歪みが完全に軸対称であれば $B = C$ とした次の 1 自由度モデルも考えられる。

$$x' = x + Bxy^2, \quad y' = y + Bx^2y \quad (7)$$

以下、本論文ではこの 3 種類のモデルを検討する。これ以外にもいろいろモデルが考えられるが⁽¹⁰⁾、補正項が何らかの関数の 1 次結合でありさえすれば、以下に述べる方法はそのまま適用できる。ただし、補正項は直線を曲線に変形するような非線形なものではなければならない。したがって、線形な歪みは補正できないが、上に示したように、歪みの軸対称性を仮定し、スケール変化を問題にしなれば、線形歪みは考える必要がない。

3. 共線性の条件

複数の点が同一直線上にあるとき、それらの点は「共線である」と言う^{(6),(7)}。補正の基本原理は次の定理である。以下、本論文では記号 $\sum_{\alpha=1}^N$ を \sum_{α} と略記する。

【定理 1】 点列 (x_{α}, y_{α}) が共線である必要十分条件は、「モーメント行列」^{(6),(7)}

$$M = \begin{pmatrix} \sum_{\alpha} x_{\alpha}^2 & \sum_{\alpha} x_{\alpha} y_{\alpha} & \sum_{\alpha} x_{\alpha} f \\ \sum_{\alpha} y_{\alpha} x_{\alpha} & \sum_{\alpha} y_{\alpha}^2 & \sum_{\alpha} y_{\alpha} f \\ \sum_{\alpha} f x_{\alpha} & \sum_{\alpha} f y_{\alpha} & \sum_{\alpha} f^2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

の最小固有値が 0 となることである。ただし、 f は任意の正数である。

(証明) M は定義より対称行列である。任意のベクトル $u = (a, b, c)^T$ に対して、2 次形式が

$$(u, Mu) = \sum_{\alpha} (ax_{\alpha} + by_{\alpha} + cf)^2 \geq 0 \quad (9)$$

となるので、これは正値対称行列であり、したがってすべての固有値は非負の実数である。これが 0 を固有値とする条件は、上式が 0 となるベクトル $(a, b, c)^T \neq 0$ が存在することである。これはすべての点 (x_{α}, y_{α}) が直線 $ax_{\alpha} + by_{\alpha} + cf = 0$ 上にあることと同値である。□

そこで、点列 (x_{α}, y_{α}) , $\alpha = 1, \dots, N$ に対する「共線性の尺度」として式 (8) のモーメント行列の最小固有値を採用する。 M の最小固有値 σ に対する単位固有ベクトルを $u = (a, b, c)^T$ とするとき、2 次形式 (u, Mu) は固有値 σ そのものになるから、これは共線性の程度を $\sum_{\alpha} (ax_{\alpha} + by_{\alpha} + cf)^2$ で測っていることに相当する。定数 f は任意であるが、 x_{α}, y_{α} と同程度にとれば計算が安定する（その画像が焦点距離が f の透視変換によって得られたものとみなすことに相当する^{(6),(7)}）。

4. 補正係数の決定

画像上に M 本の直線の像があるとき、各直線の像の上から点をサンプルする。 $(x_{\alpha}^{(k)}, y_{\alpha}^{(k)})$, $\alpha = 1, \dots, N^{(k)}$ が k 番目の直線の像の上の点であるとき、これらは式 (5) によって次のように補正される。

$$\begin{aligned} x'_{\alpha}{}^{(k)} &= x_{\alpha}^{(k)} + Ax_{\alpha}^{(k)3} + Bx_{\alpha}^{(k)}y_{\alpha}^{(k)2}, \\ y'_{\alpha}{}^{(k)} &= y_{\alpha}^{(k)} + Cx_{\alpha}^{(k)2}y_{\alpha}^{(k)} + Dy_{\alpha}^{(k)3} \end{aligned} \quad (10)$$

補正された点列 $(x'_{\alpha}{}^{(k)}, y'_{\alpha}{}^{(k)})$, $\alpha = 1, \dots, N^{(k)}$ のモーメント行列は

$$M^{(k)} = \begin{pmatrix} \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)2} & \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)}y_{\alpha}^{(k)} & \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)}f \\ \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)}x_{\alpha}^{(k)} & \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)2} & \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)}f \\ \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)} & \sum_{\alpha} f y_{\alpha}^{(k)} & \sum_{\alpha} f^2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

である。この最小固有値を $\sigma^{(k)}$ とする。そして、画像の歪みの評価を

$$J(A, B, C, D) = \sum_{k=1}^M \sigma^{(k)} \quad (12)$$

によって行なう。画像に歪みがなければ、すべての点列は共線であるから、上式は 0 となる。そこで、これを最小するように補正係数 A, B, C, D を決定する（これは前節に述べた意味での最小 2 乗法にほかならない）。

式 (12) の最小値を探索するためには、その導関数を評価する必要がある。そのためには次の「固有値の摂動定理」⁽⁷⁾ が基本となる。

【定理 2】 実対称行列 A のある固有値を σ 、対応する単位固有ベクトルを u とする。行列 A の各要素がパラメータ a の関数であるとき

$$\frac{d\sigma}{da} = (u, \frac{dA}{da}u) \quad (13)$$

この定理により、式(12)の J の A, B, C, D に関する偏導関数は次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial A} &= \sum_{k=1}^M (\mathbf{u}^{(k)}, \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial A} \mathbf{u}^{(k)}), \\ \frac{\partial J}{\partial B} &= \sum_{k=1}^M (\mathbf{u}^{(k)}, \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial B} \mathbf{u}^{(k)}), \\ \frac{\partial J}{\partial C} &= \sum_{k=1}^M (\mathbf{u}^{(k)}, \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial C} \mathbf{u}^{(k)}), \\ \frac{\partial J}{\partial D} &= \sum_{k=1}^M (\mathbf{u}^{(k)}, \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial D} \mathbf{u}^{(k)})\end{aligned}\quad (14)$$

ただし、 $\mathbf{u}^{(k)}$ は $\mathbf{M}^{(k)}$ の最小固有値に対する単位固有ベクトルである。式(11)より $\mathbf{M}^{(k)}$ の A, B, C, D に関する導関数は次のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial A} &= \begin{pmatrix} 2\sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)3} & \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)3} & \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)3} \\ \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)3} & 0 & 0 \\ \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)3} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial B} &= \begin{pmatrix} 2\sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)2} & \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)2} & \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)2} \\ \sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)2} & 0 & 0 \\ \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)2} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial C} &= \begin{pmatrix} 0 & \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)2} y_{\alpha}^{(k)} & 0 \\ \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)2} y_{\alpha}^{(k)} & 2\sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)} x_{\alpha}^{(k)2} y_{\alpha}^{(k)} & \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)2} y_{\alpha}^{(k)} \\ 0 & \sum_{\alpha} f x_{\alpha}^{(k)2} y_{\alpha}^{(k)} & 0 \end{pmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{M}^{(k)}}{\partial D} &= \begin{pmatrix} 0 & \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)3} & \sum_{\alpha} f y_{\alpha}^{(k)3} \\ \sum_{\alpha} x_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)3} & 2\sum_{\alpha} y_{\alpha}^{(k)} y_{\alpha}^{(k)3} & \sum_{\alpha} f y_{\alpha}^{(k)3} \\ 0 & \sum_{\alpha} f y_{\alpha}^{(k)3} & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (15)$$

5. 実験

図2は直線からなるパターンを撮影した 512×512 画素の画像である。8本の直線を選び、それぞれの上から7個の点の画素座標をカーソルを動かして読み取り、画素座標 $(0, 0)$, $(511, 511)$ の点がそれぞれ $(1, -1)$, $(-1, 1)$ となるような xy 画像座標に変換する。これからそれぞれの線分に対するモーメント行列を作り、(12)式を最小にするように補正係数を最急降下法で数値的に探索すると⁽⁹⁾、4自由度モデルでは次の値に収束した。

$$\begin{aligned}A &= 0.028, & B &= 0.030, \\ C &= 0.043, & D &= 0.048\end{aligned}\quad (16)$$

そのときの J の最小値は 0.91×10^{-4} であった。

同じデータで $A = C = 0$ とした2自由度モデルでは補正係数は

$$B = 0.006, \quad C = 0.019\quad (17)$$

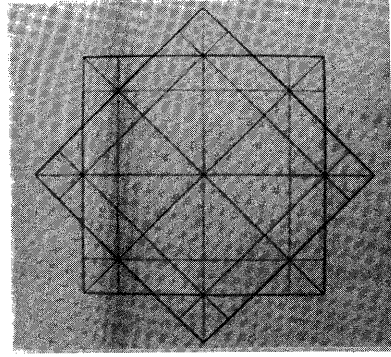


図2: 補正用パタンの実画像

となり、 J の最小値は 0.62×10^{-3} である。さらに $B = C$ とした1自由度モデルでは

$$B = C = 0.013\quad (18)$$

であり、 J の最小値は 0.63×10^{-3} である。これをみると2自由度モデルと1自由度モデルとでは補正後の共線性の程度にほとんど差がないが、4自由度モデルに比べればオーダで1桁劣ることがわかる。もちろん、これは使用するカメラやレンズに依存するので、カメラおよびレンズごとにどのモデルが適切かは異なる。しかし、本論文の方法を用いればそれが簡単に比較できる。

6. 画像の逆変換

補正係数が定まると、原画像をそれに従って変換すれば歪みのない画像を得ることができる。これを直接的に行なうには、原画像の各画素ごとにその画像座標 (x, y) を計算し、そこでの濃淡値を補正すべき位置 (x', y') へ移せばよい。しかし、これは一般には画素の位置に対応していないので、例えば最近接の画素に割り付けることが考えられる。しかし、そうすると一つの画素に複数の画素が割り付けられたり、値が割り付けられない画素(「穴」)が生じたりする。

これを防ぐには、補正画像の各画素ごとに画像座標 (x', y') を計算し、その補正前の画像座標 (x, y) を補正公式の逆変換から計算する。その位置が原画像中の画素の位置に対応していなければ、例えば隣接する画素での濃淡値を線形補間する。その値を補正画像の位置 (x', y') の画素に書き込めばよい⁽¹⁰⁾。

逆写像を数値的に計算する方法はいろいろ考えられるが、補正係数を計算するプログラムそれ自身を用いるのが簡単である。まず、図2のパターンを原画像中の像とほぼ大きさが等しくなるようなスケールで定義して、各線分上にサンプル点を取り、それらの点の補正後の位置を補正公式から計算する。これをデータとして、それらが共線になるような補正係数を計算する。データ点が実画像からのデータであるかシミュレーションデータであるかの相違はあっても、計算手順は同一であるから、新たなプログラムを作成する必要がない。

例えば前節の(16)の例では逆変換が次の形で与えられる。

$$x = x' + A'x'^3 + B'y'^2,$$

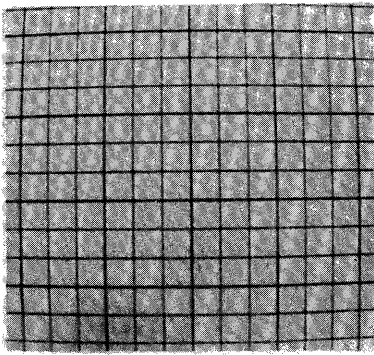


図 3: 格子パタンの実画像

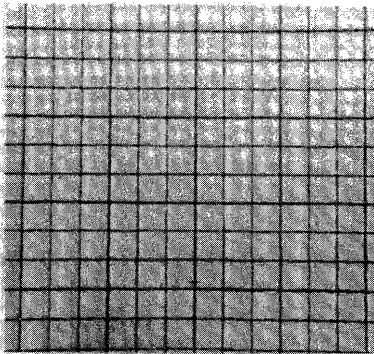


図 4: 補正画像

$$y = y' + C'x'^2y' + D'y'^3 \quad (19)$$

$$A' = -0.026, \quad B = -0.0260,$$

$$C = -0.037, \quad D = -0.039 \quad (20)$$

これをそのまま用いてもよいが、このままでは補正によって画像のスケールがわずかに変化して、例えば画像の周辺の一部が欠けたりする。(5)式あるいは(19)式には第1近似としてはスケール変化がないが、歪みの非線形性によって場所場所で異なったわずかなスケール変化が生じる。そこで代表的な位置、例えば画像の左上を(1, -1)、右下を(-1, 1)とする座標系において(±1/2, ±1/2)の点の付近がなるべく移動しないようにスケールを調節することを考える。そのためには(5)式で得られる補正画像を次式で定義される s によって s 倍すればよい。

$$s = 2 \min\left(\frac{1}{2} + \frac{A+B}{8}, \frac{1}{2} + \frac{C+D}{8}\right) \quad (21)$$

このとき、逆変換(19)式は次のように変化する。

$$\begin{aligned} x &= sx' + s^3(A'x'^3 + B'x'y'^2), \\ y &= sy' + s^3(C'x'^2y' + D'y'^3) \end{aligned} \quad (22)$$

図3は同じカメラで格子パターンを撮影したものであり、図4はこの方法によって補正した画像である。

7. むすび

本論文ではレンズの収差に起因するディスプレイ上のデジタル画像の歪みを補正する簡単な手法を提案した。本方法ではカメラを任意の位置に設置して行なえるところが最大の特徴である。また計算過程を理論的に洗練し、摂動法の公式に立脚する形で定式化した。さらに簡単な逆変換の計算法とスケールの調節法も示し、実画像による実験例によってモデルの妥当性を検討した。

文献

- (1) B. Caprile and V. Torre, "Using vanishing points for camera calibration", *Int. J. Comput. Vision*, **4**, pp. 127 - 140 (1990).
- (2) T. Echigo, A camera calibration technique using three sets of parallel lines, *Machine Vision Appl.*, **3** (1990), 159-167.
- (3) W. I. Grosky and L. A. Tamburino, A unified approach to the linear calibration problem, *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, **12** (1990), 663-671.
- (4) 伊藤稔, ロボットビジョンのモデリング, 日本ロボット学会誌, **7-2** (1989), 215-220.
- (5) 伊藤稔, 石井明, 反復法によらない自動カメラキャリブレーション, 信学技報, PRL85-16 (1985), 57-62.
- (6) K. Kanatani, *Group-Theoretical Methods in Image Understanding*, Springer, Berlin, 1990.
- (7) 金谷健一, 「画像理解/3次元認識の数理」, 森北出版, 1990.
- (8) K. Kanatani, and Y. Onodera, Anatomy of camera calibration using vanishing points, *IEICE Trans. Infor. Sys.*, **74** (1991), 3369-3378.
- (9) W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1986.
- (10) 高木幹雄, 下田陽久 監修, 「画像解析ハンドブック」, 東京大学出版会, 1990, pp. 423-444.