

線分による単眼視姿勢推定問題の位相的可解性と計量的可解性

尺長 健

NTTヒューマンインタフェース研究所

3次元物体の幾何モデルが与えられたときに、単眼視画像から物体の回転を推定する問題を論じる。対象としては、従来広く取扱われてきた剛体に留まらず、剛体および軸まわりの回転自由度を持つ関節から構成される物体を扱う。ここで、各剛体は1組のベクトル集合として、また、関節は回転軸に対応するベクトルとして取り扱う。各剛体内ではこれに接続する関節を含めて、各ベクトル間の内積およびスカラー三重積が既知であるものとする。これにより、剛体と関節を同じレベルで取り扱うことが可能になる。本稿では、このように記述された物体について、1枚の画像から各部分剛体の回転を推定するための極小かつ可解な問題（基本問題と呼ぶ）について論じる。一般にこのような物体（およびその回転推定問題）はグラフで表現できる。特に、実用面から重要なサブクラスである木構造問題では、すべての基本問題が1つの置換定理により関連付けられることを示す。また、実際の画像解析における木構造基本問題の位置付けを示すとともに問題の退化条件についても論じる。さらに、一般のグラフ構造を持つ基本問題についても言及する。

Topological and metrical solvabilities of line-based pose recovery from a single view

Takeshi SHAKUNAGA

Human Interface Laboratories, Nippon Telegraph and Telephone Corporation
Midori-cho 3-9-11, Musashino-shi, 180 Japan.

Rotation estimation problems from a single view are defined and discussed according to a new object model description composed of rigid bodies and rotational axes. In the description, a rigid body and a rotational axis are respectively represented by a set of unit vectors and by a unit vector. Primitive problems are defined as those which are solvable but which would be unsolvable if any vector in the problem were invisible. A theorem is derived to extract a primitive problem family, members of which correspond to models containing rigid bodies and invisible rotational axes in a tree structure.

1. はじめに

3次元モデルベースビジョンではこれまでの研究では剛体を取扱ったものが多い。一方、柔軟な構造を取扱った例としてははさみなどの1関節をもつ物体の認識⁽¹⁾があるが、取扱われるクラスは非常に限定的であり、またモデル記述に関する検討も十分ではない。

筆者⁽²⁾は、剛体モデルばかりでなく、複数の剛体が回転関節で接続された柔軟構造も対象とする新しい物体モデル記述法を提案した。この記述法では物体モデルを線分間の角度関係によって記述する。即ち、各剛体を有向線分集合として、また、関節は回転軸に対応する有向線分として取り扱うことにより、各線分間の角度で剛体および関節構造を統一的に取扱う。本稿では、この物体モデル記述上で、3次元モデルベースビジョンの基本となる単眼による回転推定問題の可解性を位相的側面および計量的側面から論じる。なお、これらの問題に対する解法の体系的構成についてはすでに文献⁽²⁾で示したとおりである。

2. 定義と準備

2.1 3次元モデル記述⁽²⁾

本稿では、剛体を n 個の有向(単位)ベクトルにより記述し n ベクトル剛体 (n -vector body) と呼ぶ。なお、 n ベクトル剛体内ではあらゆる内積およびスカラー三重積が既知であると仮定する[†]。ここで、各ベクトルがどのようにして定義されるか、また端点が物体上で固定であるか否かは重要でない。3次元物体中の実際の線分に対応してもよいし、また頂点のような特徴点の対により定義されてもよい。

回転関節は、ある剛体が他の剛体を中心に回転することを許すものであり、関節ベクトル(joint vector)と呼ぶ関節軸上の単位ベクトルで表される。関節ベクトルは両側の剛体に拘束されるから、両側の剛体へ属す特別なベクトルとみることができる。即ち、関節ベクトルと各剛体内のベクトルの間では、内積およびスカラー三重積が定義されているものとする。

[†] 形状は内積のみで規定されるが、このようにして定義された構造には右手座標系と左手座標系の選択に対応する自由度が1つ残る。スカラー三重積はこれを一意的に決定するために必要である。なお、本稿で取扱う回転推定を有限個に限定しようという問題設定からは、スカラー三重積は本質的なものではない。

関節ベクトルを導入することにより、モデルベースビジョンにより取り扱うことができる物体クラスを飛躍的に拡張することができる。なお、関節ベクトル回りの回転パラメータは、両側の剛体の相対位置関係により間接的に扱うことができる。さらに、重要なこととして、関節ベクトルは両側の剛体内で定義されていさえすれば、不可視(invisible)であっても差し支えない。

本稿で取り扱う物体のクラスは、 n ベクトル剛体と関節ベクトルが任意に接続された物体であり、従来の3次元剛体ばかりではなく、様々な柔構造を含む。一般に、このような物体は剛体と回転関節により構成されるグラフで記述される。グラフによる表現法は種々考えられるが、本稿では3次元モデル(図1(a))のグラフ表現を次のように定義する(図1(b))。ノードは剛体を表すものとし、枝の数がその剛体に含まれるベクトルの数(ただし、関節ベクトルを含む)に対応するものとする。ある枝が関節ベクトルに対応しないときには、その枝は終端される。関節ベクトルに対応するとき、枝は別の剛体に対応する他のノードに接続される。実線は可視ベクトルを表し、破線は不可視ベクトルを表す。なお、関節ベクトルでない不可視ベクトルは省略するものとする。グラフのサブクラスとして木構造がある。これは関節による閉ループが存在しない場合に相当する。

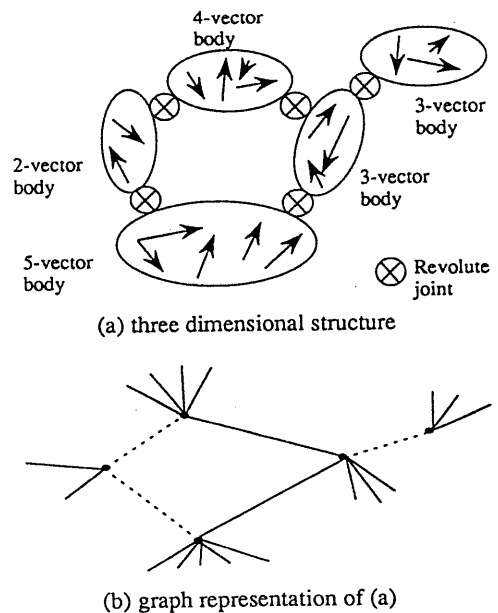


図1 関節を含む3次元構造のグラフ表現

2.2 回転推定問題の定義

ここで対象とする問題は、物体-画像間の対応付けから各剛体の姿勢を推定することである。例えば、図1(b)のように記述された3次元物体のグラフ表現に対して、対応の取れたものだけを図2のようにサブグラフで表示する。なお、可視関節ベクトルについては、対応が取れない場合には不可視ベクトルとして記述することにする。このとき、図2のようなサブグラフで示される物体-画像対応付けから物体の姿勢を推定することが本稿で取扱う問題である。これは、1つのグラフ表現に対して1つの姿勢推定問題が対応することを意味する。この意味から、本稿では、図2のようなサブグラフを姿勢推定問題のグラフ表現と呼ぶことにする。また、サブグラフが木構造の場合、対応する姿勢推定問題は木構造を持つということにする。木構造問題は、画像からの回転推定問題において重要な意味を持ち、3.以下では主にこれについて論じる。

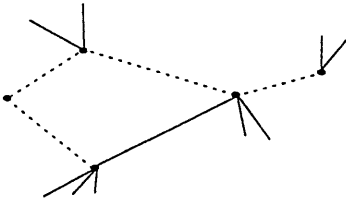


図2 姿勢推定問題のグラフ表現

一般に、既知物体の姿勢推定は回転推定と平行移動推定に分けて考えることができる。しかしながら、各剛体について、もし回転が正しく推定できれば平行移動推定はスケール推定問題に帰着でき、この問題は長さが既知である1線分の物体-画像対応付けにより容易に解くことができる。これは、回転推定が平行移動推定よりも優先すべき問題であることを意味する。このような理由から、本稿では回転推定問題に焦点を絞って論じる。

2.3 可解性と基本問題の定義

実用的な観点からは、物体-画像対応付けは姿勢推定において非常に重要である。これについては本稿では詳しく論じないが、対応付けはしばしば部分的にしかならないし、誤った対応付けも起こりうる。すなわち、対応付けはコストのかかる問題であり、また信頼性は必ずしも高くはないと考えるべきである。このような状況にも正しく、かつ効率的に対応することが、ロバストなモデルベースビジョンを実現する上で重要であり、このためには以下に示すような幾何推論の機

構が必要と考えられる。

(1) 問題分解機構 — 可解部分問題の同定

もしも、ある姿勢推定問題がいくつかの部分問題に分解でき、これらが低い計算コストで解けるならば、全体の問題を低コストで解くことが可能になる。これを実現するためには、可解 (solvable) である部分問題を同定する機構が必要である。ここで、可解であるとは解の候補を有限個に限定できることであり、解を一意に決定するという意味ではない。これはモデルベースビジョン問題の性質上、解の候補を有限個に限定できるならば、(一種の仮説検証を用いることにより) 一意解を求めることは比較的容易であるからである。

(2) 仮説生成のための部分問題の解法

可解な各部分問題に対して合理的なコストによる解法を開発する必要がある。

(3) 解の集積・検証機構

各部分問題から生成された解の候補から一意解を求めるためには、ある種の仮説検証論理が必要となる。また、これと同時に、誤対応の検出が行われなければならない。

本稿で対象とするのは、このうちの(1)に関してであり、これは、2つのレベルに分けて考えることができる。第一は位相的可解性 (Topological solvability) であり、可解性をグラフ表現あるいは木表現のレベルで取扱う。言い方を換えると、この議論は一般の位置 (general position) を暗に仮定した議論である。第二は計量的可解性 (Metrical solvability) であり、トポロジーとしては可解である問題が何らかの理由で退化しているか否かを判定するものである。これは、各線分の角度関係、画像上での見え方を計量的に取扱うことにより始めて可能になる。本稿の議論は主に位相的可解性に関するものであり、計量的可解性については4.6で議論するのにとどめる。なお、以下では特に混同のおそれがない限り、位相的可解性のことを単に可解性と呼ぶことにする。

ここで、可解な部分問題は無限にあると考えられるが、できるだけ少ない対応付けから解を求めるという要請からは、このうちの極小の問題が重要になる。即ち、可解であり、かつどれかもう1本のベクトルが不可視になると問題が可解でなくなるという問題が重要である。このような性質を持つ問題を、今後、基本問題 (Primitive problem) と呼ぶことにする。

2.4 座標系とベクトルの記法

観測者中心座標系をカメラの焦点を原点 O とする直交座標 $x-y-z$ で表し、画像面は原点から z 軸に沿って距離 f (カメラの焦点距離) にある xy 平面で表す (図3)。中心投影により、空間内の点 $P(X, Y, Z)$ は画像上の点 $p'(x', y', f)$ に次式により写像される。

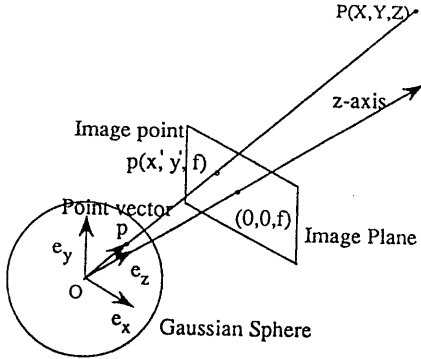


図3. 観測者中心座標系と中心投影法

$$(x', y', f) = \left(\frac{fX}{Z}, \frac{fY}{Z}, f \right)$$

本稿では、幾何解析をガウス球面上で論じる。画像上の点 $p'(x', y', f)$ はガウス球面上の点 $p(x, y, z)$ に次式に従って写像される。

$$(x, y, z) = \left(\frac{x'}{\|p'\|}, \frac{y'}{\|p'\|}, \frac{f}{\|p'\|} \right)$$

ただし $\|p'\| = \sqrt{x'^2 + y'^2 + f^2}$

即ち、画像面上の任意の点は単位ベクトル $p(x, y, z)$ に変換される。他の画像要素も容易に単位ベクトルで取り扱われるから、本稿では単位ベクトル表現を用いる。

ベクトルの内積と外積を $v_1 \cdot v_2$ および $v_1 \times v_2$ で、ノルムを $\|v\|$ で示す。また、スカラー三重積およびベクトル長の正規化⁽³⁾ を次のように表す。

$$[v_1, v_2, v_3] = (v_1 \times v_2) \cdot v_3 \quad N(v) = \frac{v}{\|v\|}$$

3. 簡単な構造に関する考察

3.1 線分像から得られる基本拘束

(1) 解釈平面拘束

画像上で1線分のみが抽出されたとき、何らかの仮定なしには解釈の数を有限個に限定することはできない。しかし、3次元空間内の線分と画像上の線分の対応付けが与えられると、3次元空間内の線分に対して

は2種類の拘束 (解釈平面拘束と線分位置拘束) が得られる⁽²⁾。ここで、回転推定を有限個に限定しようという本稿の目的からは、線分位置拘束は本質的なものではない。一方、解釈平面拘束は以下のようにまとめられる。

p_1 と p_2 がそれぞれ有向線分 L の始点と終点に対応するとする。また、線分 L に関する (単位) 方向ベクトル l は次式を満たす。

$$l \cdot i = 0 \quad \text{ただし} \quad i = N(p_1 \times p_2) \quad (1)$$

式(1)により、 l は i (解釈ベクトル) を法線ベクトルとする平面 (解釈平面) 上に拘束される。

(2) PAT拘束

2線分 $L_j (j = 1, 2)$ が画像上で観測されたとき、これらに対応する3次元空間内の方向ベクトル l_1 および l_2 の内積 $l_1 \cdot l_2$ が既知の時、PAT拘束と呼ばれるもう一つの拘束が生じる⁽²⁾。PAT拘束は l_1 と l_2 の両方に垂直なベクトル $n_{12} = N(l_1 \times l_2)$ に対する拘束である。ここで、空間内の角度 α_{12} と画像上の角度 β_{12} が次式で与えられるものとする。

$$\begin{pmatrix} \alpha_{12} \\ \beta_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^{-1} l_1 \cdot l_2 \\ \cos^{-1} i_1 \cdot i_2 \end{pmatrix}$$

座標系として、直交基底が次式で定義される stc 座標系を用いる。

$$\begin{pmatrix} e_s \\ e_t \\ e_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N(N(i_1 \times e_c) + N(i_2 \times e_c)) \\ e_c \times e_s \\ N(i_1 \times i_2) \end{pmatrix}$$

このとき、 n_{12} は単位球面上で次式で示されるPAT曲線上に拘束される。

$$\cos 2\eta = \left(\frac{2 \cos \xi \tan \beta_{12}}{\sin^2 \xi \tan \alpha_{12}} - 1 - \frac{2}{\tan^2 \xi} \right) \cos \beta_{12}$$

PAT曲線上の一点が選択されると、 n_{12} は stc 系で次のように表せる。

$$n_{12} = \langle s, t, c \rangle = \langle \cos \eta \sin \xi, \sin \eta \sin \xi, \cos \xi \rangle$$

(3) 球面PAT曲線が大円または点になる条件

4.6では問題の計量的可解性を論じる。その準備として、球面PAT曲線が大円あるいは点になる条件を列挙しておく。

(a) $\Delta\alpha = \Delta\beta = \pi/2$ のとき、球面PAT曲線は $\cos 2\eta = 0$ で表される2つの大円になる。

(b) $\Delta\alpha = 0, \pi$ でかつ $0 < \Delta\beta < \pi$ のとき、球面 P A T 曲線は $\cos \xi = 0$ で与えられる大円になる。

(c) $\Delta\beta = 0, \pi$ でかつ $0 < \Delta\alpha < \pi$ のとき、球面 P A T 曲線は 2 点 $(\eta, \xi) = (\Delta\beta/2 \pm \pi/2, \pi/2)$ になる。

3.2 n ベクトル剛体

n 線分 $L_j (j = 1, 2, \dots, n)$ が画像上で観測され、各線分に対応付けられる方向ベクトル l_j に対して、あらゆる内積 $l_j \cdot l_k$ およびスカラー三重積 $[l_j, l_k, l_h]$ が既知のとき、ベクトルの自由度と拘束の総数を比較することにより、位相的可解性を判定することができる。まず、ベクトルの数が n であり、各ベクトルは単位ベクトルで表されることからそれぞれ 2 自由度を持つ。従って、問題の持つ自由度は $2n$ である。一方、位相的可解性の観点から考慮すべき拘束は解釈平面拘束と P A T 拘束である。ここで、n ベクトル剛体では、解釈平面拘束が n 個、P A T 拘束が $nC_2 = n(n-1)/2$ 個存在する。従って、 $n \geq 3$ の時に問題は可解であり、 $n = 3$ の時に自由度と拘束の数が一致する。この問題は、どの可視ベクトルが不可視になっても非可解になることから、基本問題である。即ち、n ベクトル剛体のうちの基本問題は 3 ベクトル剛体問題のみである。

3.3 可視関節軸で接続された 2 剛体

n ベクトル剛体と m ベクトル剛体が可視関節軸 j で接続されている場合を考える。この問題において、自由度は $2(n+m+1)$ である。一方、解釈平面拘束の数は可視ベクトルの数と等しいから $n+m+1$ であり、P A T 拘束の数は $n+1C_2 + m+1C_2$ となる。従って、問題が可解であるための条件として次式が得られる。

$$n(n-1) + m(m-1) \geq 2$$

$n \geq 2, m \geq 1$ の時この問題は可解となり、特に $n = 2, m = 1$ において、自由度の数と拘束の数は一致する。しかし、この問題は基本問題である 3 ベクトル剛体問題を部分問題として含むことから、基本問題ではない。即ち、可視関節軸で接続された 2 剛体には基本問題が存在しない。

3.4 不可視関節軸で接続された 2 剛体

n ベクトル剛体と m ベクトル剛体が不可視関節軸で接続されている場合を考える。この問題のもつ自由度は可視関節軸の場合と同じく、 $2(n+m+1)$ である。一方、解釈平面拘束の数は可視ベクトルの数と等しいから $n+m$ であり、角度拘束 (P A T 拘束が 2

本の可視線分に対応しているのに対し、角度拘束は部分剛体内の (不可視ベクトルを含む) 2 ベクトルに対応) の数は $n+1C_2 + m+1C_2$ となる。従って、問題が可解であるための条件として次式が得られる。

$$n(n-1) + m(m-1) \geq 4$$

$\min(n, m) \geq 2$ のとき、この問題は可解である。特に、 $n = m = 2$ のとき、自由度の数と拘束の数は一致する。この問題は、どの可視ベクトルが不可視になっても非可解になることから、基本問題である。

一方、 $n \geq 3, m = 1$ の場合にも問題は可解になるが、この場合には部分問題として 3 ベクトル剛体問題を必ず含むから、基本問題は存在しない。従って、不可視関節軸で接続された 2 剛体において、基本問題は $n = m = 2$ のみであることが判る。

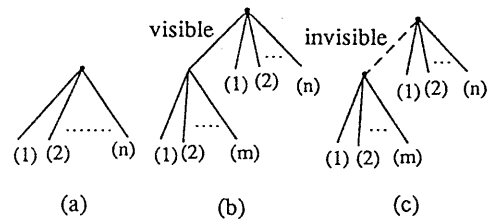


図4 3.で扱った回転推定問題の木表現

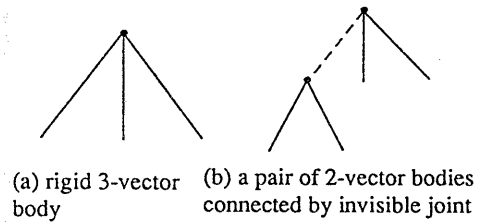


図5 2つの基本問題

4. 回転推定の基本問題

4.1 木構造基本問題の置換定理

ここでは、木構造を持つ基本問題を生成するための基本規則を抽出する。このため、2. で定義した問題の木表現を用いる。木構造表現により、3. で取り扱った問題は図4のように表せる。図4 (a) は 3.2 で論じた n ベクトル剛体を示す。図4 (b) は 3.3 で論じた、n ベクトル剛体と m ベクトル剛体が可視関節軸で接続された場合を示す。関節軸が不可視のとき木表現は図4 (c) のようになる。また、3. で求めた 2 つの基本問題は図5で示される。図5 (a) は図4 (a) で $n = 3$ の場合であり、図5 (b) は図4 (c) で $n =$

$m = 2$ の場合である。3. で示したように、この2つの木はどちらも基本問題である。

基本問題に関する議論を行なう準備として、以下に示すように、木構造問題の可解性に関する2つの補題が成立する。(証明略)

補題1: (非) 可解問題中の1つの可視ベクトルを、2ベクトル剛体に接続している不可視関節軸に置き換えると、新しい問題はまた(非)可解問題である。

補題2: (非) 可解問題中の2ベクトル剛体に接続している不可視関節軸を、1つの可視ベクトルに置き換えると、新しい問題はまた(非)可解問題である。

この2つの補題を用いることにより、基本問題に関する2つの定理が導出される。(証明略)

定理1: 基本問題中の1つの可視ベクトルを、2ベクトル剛体に接続している不可視関節軸に置き換えると、新しい問題はまた基本問題である。

定理2: 基本問題中の2ベクトル剛体に接続している不可視関節軸を、1つの可視ベクトルに置き換えると新しい問題はまた基本問題である。

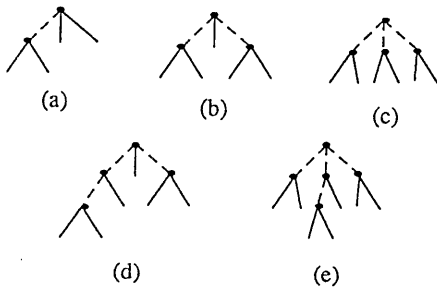


図6 木構造基本問題の例

4.2 木構造基本問題族

定理1は再帰的に適用できるから、機械的操作により基本問題の集合を生成することができる。これを木構造基本問題族 (Family of tree-structured primitive problems) と呼ぶことにする。図6に木構造基本問題の例を示す。上段は図5(a)の幾つかのベクトルを不可視関節軸に置き換えたものである。下段は再帰的置き換えにより生成されるより複雑な構造を示す。ここで、図6(c)および(e)に示したように、可視ベクトルを1つも含まない剛体(0ベクトル剛体(0-vector body))が木の中に存在しても定理1が再帰的に正しく適用されてさえいれば、生成された問題はまた基本問題となる。これは、全く見えない部分に関する情報が回りの状況から判断できることを示すものであり、

このような基本問題が存在するのは関節軸により各部分物体が拘束されることに起因している。

定理1により木構造基本問題族を生成することができるが、これ以外に木構造基本問題が存在するかどうかは別の問題である。これに関しては次の定理が成立する。(証明略)

定理3: すべての木構造基本問題は、3ベクトル剛体問題に定理1を再帰的に適用することによって生成される。

定理3より、木構造基本問題族は定理1に対して完備 (complete) である。すべての木構造基本問題では、可視ベクトルの数 ($\#l$) は常に不可視関節軸の数 ($\#j$) よりも丁度3大きい。これにより物体の持つ回転自由度 ($2(\#l + \#j)$) が、(1) 可視ベクトルに対応する解釈平面拘束の総数 ($\#l$) と、(2) 各剛体中の角度拘束の総数 ($3(\#j + 1)$) の和 ($\#l + 3\#j + 3$) に一致することになる。

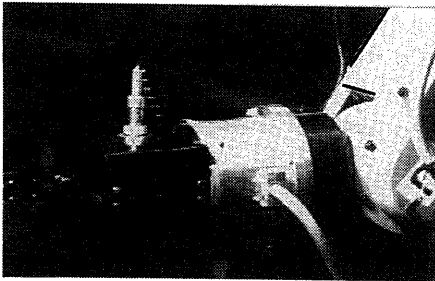
木構造基本問題族は明らかに無限集合を形成する。しかし、実用的な観点からはこれらすべてに対して解法を用意する必要はない。問題族の中の幾つかの簡単な基本問題を合理的な時間内に解くことができれば、実際の物体認識問題で生じる問題の殆んどを取り扱うことができると考えられる。

4.3 木構造基本問題の実例とその重要性

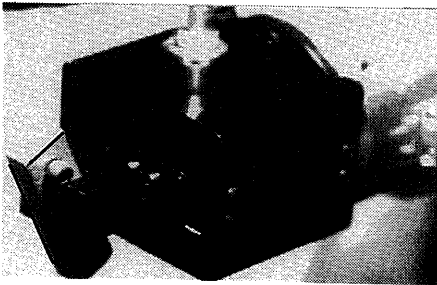
ここでは、木構造基本問題の実例を実際のシーンにおいて示す。まず、1軸まわりの回転自由度をもつ関節が物体内に実在する場合、これらの物体は n ベクトル剛体と関節ベクトルで記述される。図7(a)はマニピュレータの例であり、白線を施した5線分からマニピュレータの3つの部分の回転を復元できる。もちろん、各部分を別々の剛体として取扱い、各剛体の回転を独立に復元することも可能である。この場合、各剛体中で3線分ずつ、合計9線分の対応付けが必要である。

実際には関節が存在しないような対象に対しても、関節ベクトルの考え方をうまく適用できれば、姿勢推定に必要な線分数を少なくできる。例えば、図7(b)は小物体をロボットハンドで把持した状態を示す。ここで、小物体に関しても、またロボットハンドに関しても、予めモデルが与えられているとすると、両者を別々に取扱って姿勢推定することももちろん可能である。例えば、ハンドと小物体のそれぞれを剛体と考えると、各々で3線分の対応付けが必要となる。しかし予めハンドが小物体のどの面を把持しているかが判

ている場合には、把持面の法線ベクトルを仮想的な関節軸と考えることにより、各々で2線分の対応付けがあれば姿勢を推定することが可能である。



(a) Mechanical manipulator



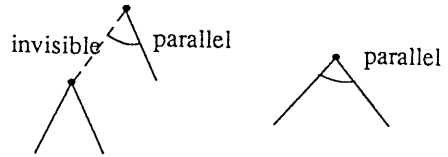
(b) Small object gripped by robot hand

図7 木構造基本問題の実例

4.4 最も単純な木構造基本問題

4.2の議論より、位相的可解性の観点から最も簡単な木構造基本問題は3ベクトル剛体問題である。ここで、少し条件を付加することにより、興味深い結果が得られる。

定理2を図5(a)の木表現に対応する3ベクトル剛体問題に適用することを考える。このままでは、定理2が適用できないことは明らかであるが、図5(a)はある可視ベクトルに平行な仮想的不可視関節軸で2ベクトル剛体と1ベクトル剛体が接続されている問題(図8(a))と等価である。ここで図8(a)に対して定理2を適用することにより基本問題として2本の平行ベクトルからなる問題(図8(b))が得られる。これは、従来の平行性に基づく無限遠点解析^{(4),(5)}が基本問題の最も簡単なものとみなせることを示す。なお、この問題では物体-画像対応付けから線分を推定することはできるが、3次元物体の回転を決定することはできない。その意味では、この問題は可解とは言えない。



(a) equivalent problem (b) converted problem of Fig.5(a)

図8 最も簡単な木構造基本問題

4.5 木構造でない基本問題について

剛体と関節軸により構成される物体は、一般にはグラフ構造を持つ。本節では木構造でないグラフにおける基本問題について考察する。

木構造でないグラフ構造のうち、最も単純なものは各幾つかの剛体が関節軸で結ばれてループを形成する場合である。このような問題において、図9(a)のように各剛体が1つずつ可視ベクトルを持つ場合には、物体の持つ自由度と拘束の数が一致する。即ち、このような問題もまた基本問題である。

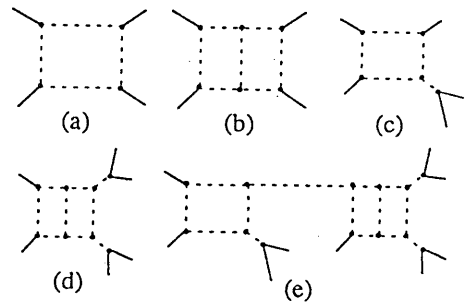


図9 木構造でない基本問題の例

また、図9(b)のように2つのループを形成する場合にも物体の持つ自由度と拘束の数が一致する。従って、このような問題もまた基本問題である。

これらの基本問題に対しても、4.1で述べた置換定理(定理1)を適用することが可能であるから、図9(c)と(d)もまた基本問題である。さらに、図9(a)や(b)に対しても、別の置換定理が存在するから、例えば、図9(e)のような構造もまた基本問題になる。このように、木構造でない問題についても基本問題は無限に存在する。

4.6 木構造基本問題の計量的可解性

ここでは、木構造基本問題についての計量的可解性

を詳細に述べる。即ち、位相的には可解である問題が何らかの理由で退化しているか否かを判定する方法を具体的に示す。これは、グラフ表現で与えられた問題において、各線分のモデル中での角度関係および画像上での見え方を計量的に取扱うことにより始めて可能になる。以下に、画像情報に依存するか否かにより2つの場合に分けて非可解性の判定法を示しておく。

(1) 物体モデルのみに起因する非可解性

一般に、剛体内のある可視ベクトルと collinear な別の可視ベクトルは、回転推定の観点からは何ら新しい情報を提供しない。従って、このようなベクトルは事前に削除した上で可解性を議論する必要がある。以下では、この処理が既に済んでいるものとして議論を進める。

次に、物体モデル中のある部分剛体において、3つのベクトルが平行であるとき、たとえそれらが既知であっても、剛体の回転自由度が残ってしまうから問題は非可解となる。従って、問題が可解であるためにはあらゆる部分剛体中で次式が成立する必要がある。なお、部分剛体中の3つの方向ベクトル（関節ベクトルを含む）を $l_j (j = 1, 2, 3)$ で表すことにする。

$$\text{rank} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} > 1$$

(2) 画像とモデルの組合せにより生じる非可解性

物体モデルに起因する非可解性がない場合にも、画像とモデルの組合せにより問題が解けなくなる場合がある。これは、一般的に言うと、各部分剛体中の2つの線分像から他の線分像に加わる拘束（一般化 P A T 拘束）と、その線分自体の解釈平面拘束とが縮退することにより生じる。これは、具体的には次の4つの場合に分けられる。これらは、それぞれ球面 P A T 曲線が大円あるいは点になる場合 (2.3 参照) に相当する。このうち、(a) と (d) は3ベクトル剛体に対するものであり、一方、(b) と (c) は2ベクトル剛体に対するものである。なお、各部分剛体中で方向ベクトル l_j に対応する解釈ベクトルを i_j で表すことにする。また、2ベクトル剛体においては関節ベクトルを l_3 で示す。

(a) 3つの線分像が collinear な場合

$$\text{rank} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = 1$$

(b) parallel な2ベクトルから collinear な像が得られる場合

$$\text{rank} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = 1$$

(c) non-parallel なベクトル l_1, l_2 から collinear な像が得られ、その法線ベクトル n_{12} と l_3 が parallel な場合

$$\text{rank} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} n_{12} \\ l_3 \end{bmatrix} = 1$$

(d) parallel な2ベクトル l_1, l_2 の像が non-collinear であり、 n_{12} と l_3 が parallel でかつ i_3 と l_1 (および l_2) が collinear な場合

$$\text{rank} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} n_{12} \\ l_3 \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} i_1 \times i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = 1$$

5. むすび

有向線分の角度関係を規定する3次元物体の幾何モデルが与えられたときに、単眼視画像から物体の回転を推定する問題を論じた。実用面から重要なサブクラスである木構造問題について、基本問題族が定理1により関連付けられることを示すとともに、実際の画像解析におけるこれらの問題の位置付けを明示した。また、計量的可解性の判定法を示した。さらに、一般のグラフ構造をもつ基本問題についても位相的可解性の範囲内で言及した。

謝辞 ご指導頂いた金子 博 博士、コメントを頂いた武川 直樹氏、成瀬 正 博士に感謝致します。

文献

- (1) Grimson, W. E. L., "Object recognition by computer," The MIT Press, (1990).
- (2) Shakunaga, T., "Pose estimation of jointed structures," Proc. CVPR'91, pp. 566-572, (1991-6).
- (3) Kanatani, K., Group-theoretical methods in image understanding, Springer-Verlag, (1990).
- (4) Kender, J., "Shape from texture : a brief overview and a new aggregation transform," Proc. DARPA IU workshop November 1978, pp. 79-84 (1978-11).
- (5) Nakatani, H. et al., "Extraction of vanishing point and its application to scene analysis based on image sequence," Proc. 5th ICPR, 1, pp.370-372 (1980).