

高速 Gaussian Edge 検出器

申 千雨 鄭 昊烈 金 會珍 崔 太永

(韓国) 亞洲大学校工科大学電子工学科

本稿では、準最適ステップEdge検出器でよく知られている1次微分Gaussianオペレータ(DroG)と等価で、2個のGaussianフィルタを合成した新しいEdge検出オペレータを提案する。

このEdge検出器は性能面(信号対雑音比、Edge位置と多重Edge発生率)においてDroGとほとんど同等になることがわかった。また、このEdge検出器はLoG(Laplacian of Gaussian)で共通の2次元Gaussianローパスフィルタを使うために、既存DroGシステムの演算量の半分程度になった。

A High Speed Gaussian Edge Detector

Shin Cheon Woo Jung Ho Youl Kim Heo Jin Choi Tae Young

Department of Electronics, Engineering, A JOU University, Korea

A new edge detection operator superimposing two displaced Gaussian smoothing filter is proposed as an approximate operator for DroG(first Derivative of Gaussian) known as a sub-optimal step edge detector. The performance of the proposed edge detector is very close to that of the DroG with the performance criteria : signal to noise ratio, locality, and multiple response. And the computational complexity can be reduced almost by a half of that of DroG, because of the use of common 2-D smoothing filter for DroG and LoG(Laplacian of Gaussian) system.

2. 1・2次微分Gaussianフィルタ

1. はじめに

Edgeは画像の明暗差が急激に変化する境界面、例えば画像内で物体と物体、物体と背景、物体内の面と面のあいだなどと定義され、物体の認識などのための基本となる重要な情報である。

既存のEdge検出方法には、窓の大きさが固定のSobel、Prewitt、Laplacianオペレータや画像の画質によって窓のsizeを変化して適応したGaussian関数を使ったEdge検出方法が提案されている。^[1] また、現在では画質について可変な窓の大きさを持つものと同じ効果を得られ、かつ一定量の演算で高速処理が可能なIIR (Infinite Impulse Response) フィルタを利用する方法が発表されている。^[2-6]

これらのEdge検出オペレータの性能評価基準も多く発表されているが、実験的な評価方法^[1,7,8]を用いたものがほとんどで、最適なEdge検出オペレータを誘導するための解釈方法は提示されていなかった。しかし最近、解析学的計算が可能な性能評価基準が提案された。

この評価法を用いて、1次微分Gaussianフィルタ (Drog:1st Derivative of Gaussian) が近最適Edge検出オペレータであることがわかった。

^[9] このDrog オペレータを実画像に適用して、Edgeを検出するためには、画像の行と列の方向に各々Gaussianフィルタを用いて Drog演算をしなければならない。よって、各軸方向(行と列)で、二段階のフィルタを通すことになる。

本論文では、Edge検出オペレータ中に準最適Edge検出フィルタで知られている1次微分Gaussianフィルタとほぼ同じ性能を持って効率的に演算量を減少出来るフィルタを提案する。

このフィルタはGaussian関数の特性を利用し、同じ標準偏差を持った二つのGaussian関数を微分する方向に移動して、この差関数を使っている。

まず、Smoothingフィルタで知られている1次元Gaussianフィルタから論ずる。

このGaussianフィルタの応答 $g(\sigma, x)$ は、式(1-a)と同様に定義(ここでは標準偏差)される。式(1-a)の1.2次微分Gaussianフィルタの応答特性 $dg(\sigma, x)$ と $lg(\sigma, x)$ は各々式(1-b)と式(1-c)である。

$$g(\sigma, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$dg(\sigma, x) = g'(\sigma, x) = \quad (1-a)$$

$$-\frac{x}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-b)$$

$$lg(\sigma, x) = g''(\sigma, x) =$$

$$-\frac{1}{\sigma^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1-c)$$

一方、2次元の場合は、x,y軸で1次微分出来た2次元Gaussianフィルタの応答($g_x'(\sigma, x, y), g_y'(\sigma, x, y)$)は式(2)と同じでLog(Laplacian of Gaussian)フィルタの応答 $Lg(\sigma, x, y)$ は式(3)と同じである。

$$g'_x(\sigma, x, y) = dg(\sigma, x) \cdot g(\sigma, y) =$$

$$\frac{-x}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}\right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$g'_y(\sigma, x, y) = dg(\sigma, y) \cdot g(\sigma, x) =$$

$$\frac{-y}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}\right)^2 \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

$$Lg(\sigma, x, y) = lg(\sigma, x) \cdot g(\sigma, y) + lg(\sigma, y) \cdot g(\sigma, x) =$$

$$-\frac{1}{\sigma^2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}\right)^2 \cdot \left(2 - \frac{x^2+y^2}{\sigma^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3)$$

ここで $g(\sigma, x, y) = g(\sigma, x) \cdot g(\sigma, y)$ である。上記の式(1)-(3)はGaussianフィルタか連続関数の場合である。しかし、実際Edge検出システムは離散システムなので、上の数式の微分過程をそのまま使うことはできないが、 x, y が自然数であると

仮定して、上の数式(1)-(3)の結果をこのまま使っている。図1はGaussianフィルタを使ったEdge検出システムを図示しており、Drogシステムの場合は、入力画像I(x,y)をx,y軸で各々smoothingをして、y,x方向で1次微分Gaussianフィルタ(dg(σ,y)またはdg(σ,x))を通して、各々H(x,y)とV(x,y)の出力信号を得ている。

一般的には、rms値($\sqrt{H(x,y)^2 + V(x,y)^2}$)や絶対値の平均(|H(x,y)|² + |V(x,y)|²)などの関数を使ってPeak点をEdgeと判断する。Logシステムの場合にはDogシステムと類似した入力画像をx,y軸でSmoothingして、各々をy,x方向で2次微分Gaussianフィルタ(lg(σ,y)またはlg(σ,x))を通じる。decision部で式(3)のLog定義通りこれらの結果(H(x,y)+V(x,y))のzero 交差点をEdgeと判別する。

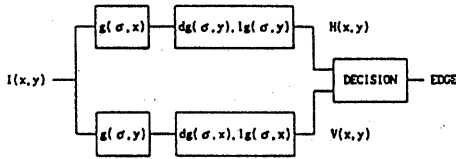


図.1. DrogとLogを使ったEdge検出システム
Fig.1. Edge detection system for Drog and LoG.

3. 微分Gaussフィルタの近似

1次微分Gaussianフィルタはすでに知られているようにEdge検出性は良好だが計算面では非効率的である。この理由は式(1)で定義されるg(σ,x)またはdg(σ,x)がnonrecursiveのIIR(Infinite impulse response)フィルタだからである。

本論文では、まずdg(σ,x)と類似した関数をGaussian関数g(σ,x)より変形して、これを使ったlg(σ,x)を近似したDrogまたはLogシステムを提案する。

3-1. Gaussian関数を使った 近似化

まず、Gaussian関数を見ると、Gaussian関数を左右にkσ移動した関数の差関数はTaylor級数で式(4)になる。

$$g(\sigma, x+k\sigma) - g(\sigma, x-k\sigma) = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k\sigma)^{2n+1}}{(2n+1)!} g^{(2n+1)}(\sigma, x) \quad (4)$$

そこで、Gaussian関数を(2n+1)回微分したg⁽²ⁿ⁺¹⁾(σ,x)の絶対値のピーク値はおよそ(1/σ)²ⁿ⁺¹

で減少するため式(4)でk<1の場合は高次項を無視することか出来るからdg(σ,x)は式(5)で近似出来る。

$$dg(\sigma, x) \approx \frac{1}{2k\sigma} \cdot [g(\sigma, x+k\sigma) - g(\sigma, x-k\sigma)] \quad (5)$$

しかし、式(5)はdg(σ,x)の近似式なので、右辺の関数[g(σ,x+kσ)-g(σ,x-kσ)]は必ずdg(σ,x)と分散値が同じである必要はない。よって、つぎのようにより一般的にdg(σ,x)を近似化する。

$$dg(\sigma, x) \approx S1 \cdot c1(x) \quad (6)$$

ここで、S1は縮尺でC1(x)は分散c²のg(c,x)を左右の方にk倍のcくらい移動して差を取った関数であり式(7)と同じである。

$$c1(x) = g(c, x+k\sigma) - g(c, x-k\sigma) \quad (7)$$

ここで、縮尺S1を除外したc1(x)とdg(σ,x)の近似条件でこのピーク値が同じだと仮定する。すなわち、dg(σ,x)はx=σでピーク値を持っているので、c1(x)はx=σでピーク値を持つとする。すなわちc1(σ)=0である。この方程式から次のような関係式を得ることが出来る、このグラフを図2に示す。

$$\frac{c^2}{\sigma^2} = \frac{2d}{\ln\left(\frac{1+d}{1-d}\right)}, \quad d = \frac{kc}{\sigma} \quad (8)$$

ここで、 d は移動距離 kc を標準偏差 σ で正規化した変数である範囲は $0 < d < 1$ である。

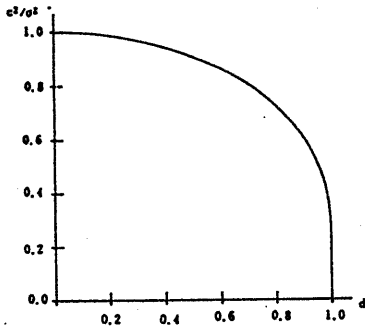


図.2. 移動距離での分散比
Fig.2. Ratio of variances(c^2 / σ^2)versus d .

上記の式(8)ですでに1次微分Gaussianフィルタ $dg(\sigma, x)$ の σ が分かっている時、 k と c_2 を得る過程を示す。まず、 d 値を任意に選定する。すると式(8)で c/σ 値が得られ。それで、 $d=(kc)/\sigma$ なので k が得られる。図3は $d=0$ (k よりアプローチするから完全微分、 $dg(\sigma, x)$ と同じ、 $S_1=\infty$)、 $d=0.9$ 、 $d=0.9995$ 時の $S_1 \cdot c_1(x)$ を示したものである縮尺 S_1 は同じステップ応答の値を持つように正規化している。この図では $d=0.9$ 以下の場合 $dg(\sigma, x)$ と非常に類似することがわかる。

一方、2値微分Gaussian関数の時前の近似方法と同じ方法でtaylor級数を使って、式(9)と式(10)のような近似式を得られる。

$$lg(\sigma, x) \approx S_2 \cdot c_2(x) \quad (9)$$

$$c_2(x) = -2g(c, x) + g(c, x+kc) + g(c, x-kc) \quad (10)$$

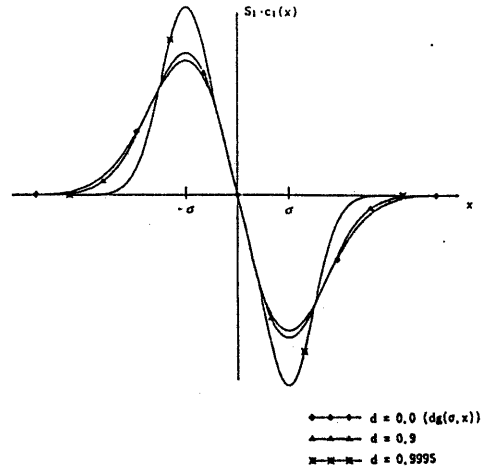


図.3. $d=0.0(dg(\sigma, x))$, $d=0.9$, $d=0.9995$ の時 $S_1 \cdot c_1(x)$ のグラフ
Fig.3. Graphes of $S_1 \cdot c_1(x)$ with $d=0.00(dg(\sigma, x))$, 0.9 , and 0.9995

ここで、式(7)の $c_1(x)$ と式(10)の $c_2(x)$ の分散は同じ c^2 値である。これは1,2次微分結果を同時に計算するためである。図4は移動距離 d を変化させた場合の $c_2(x)$ のグラフで d が小さければ $lg(\sigma, x)$ によく近似出来ることが分かる。

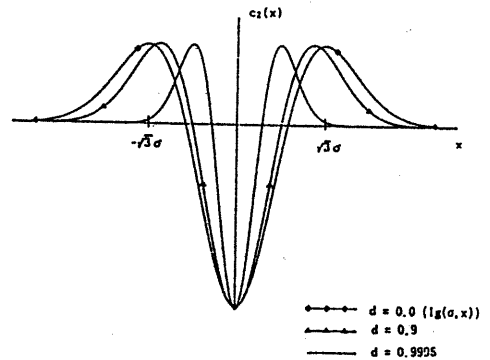


図.4. $d=0.0(lg(\sigma, x))$, $d=0.9$, $d=0.9995$ の時 $c_2(x)$ のグラフ
Fig.4. Graphes of $c_2(x)$ with $d=0.0(lg(\sigma, x))$, 0.9 and 0.9995

2-2. 近似したEdge検出システム

式(1)の1.2次微分Gaussian関数 $dg(\sigma, x)$ と $lg(\sigma, x)$ を近似した式(6)と式(9)の結果を式(2)と(3)に

代入して近似した図1のDrogまたはLogシステムのインパルス応答関数を求めたら式(11)になる。

$$\left. \begin{aligned} g'_x(\sigma, x, y) &= S_1 \cdot g(c, x, y) \cdot D(x) \cdot g(\sigma_d, y) \\ g'_y(\sigma, x, y) &= S_1 \cdot g(c, x, y) \cdot D(y) \cdot g(\sigma_d, x) \\ lg(\sigma, x, y) &= S_2 \cdot g(c, x, y) \cdot [L(x) \cdot g(\sigma_d, y) + L(y) \cdot g(\sigma_d, x)] \end{aligned} \right\} (11)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} D(x) &= \delta(x+kc) - \delta(x-kc) \\ L(x) &= -2 \cdot \delta(x) + \delta(x+kc) + \delta(x-kc) \\ \sigma_d &= \sqrt{\sigma^2 - c^2} \end{aligned} \right\} (12)$$

* 記号はコンボリューションを意味する。式(11)を誘導する時、次のようなGaussian関数の性質を使っている。

$$g(\sigma, x) = g(c, x) * g(\sigma_d, x)$$

図5は式(11)の近似数式の通り設計したEdge検出システムのブロックダイアグラムである。

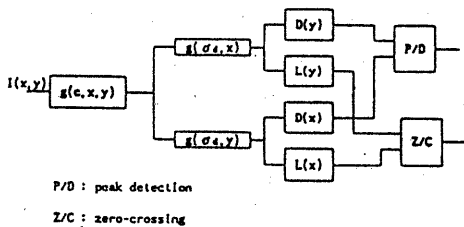


図.5. 提案する1,2次微分Gaussianフィルタを使ったEdge検出システム。

Fig.5. The proposed edge detection system for the 1st and 2nd derivatives of Gaussian.

そして、式(12)のD(x)またはL(x)の遅延値が分散システムだから自然数でなければならぬ。

3. 1の内容の近似の過程でこのkcの値が小さいほどより正確な1,2次微分Gaussianフィルタに近づく

から最小の自然数(すなわち1)とするのが最適である。

そこで $g(\sigma_d, x)$ は分散値が最小のGaussian関数なので $(\sigma_d \ll c \ll \sigma)$ 、計算範囲が相対的に小さくなるから計算量は $g(c, x)$ に対して小さくなる。または $\sigma_d \ll 1$ の時には $g(\sigma_d, x) \approx \delta(x)$ で近似化でき図5の最終段($g(\sigma_d, y)$ や $g(\sigma_d, x)$)の計算はほとんど必要ない。図5の近似システムで $(\sigma_d \ll c \ll \sigma)$ の時必要な計算量は $g(c, x, y)$ (1,2次微分Gaussianフィルタの共通要素)にあること分かり、図1の既存DrogやLogシステムに対して演算量を約半分に減少出来ると言える。

4. 性能評価

近似し1次微分Gaussianフィルタ $c_1(x)$ と既存フィルタ $dg(\sigma, x)$ の性能評価のために付録で記述した $\Sigma \cdot \Lambda$ ((尖頭信号対雑音電力比の平方根)・(edge点位置の平均誤差の逆数))と γ (多中Edge発生率)を使っている。まず、 $dg(\sigma, x)$ フィルタを見たら $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ と γ_c 値は次のようになる。^[2]

$$\Sigma_c \cdot \Lambda_c = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi}} = 0.9213$$

$$\gamma_c = \frac{2}{\sqrt{15}} = 0.5164$$

本論文で提案したフィルタ $C_1(x)$ の $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ と γ_c の計算結果は式(13)である。

$$\Sigma_c \cdot \Lambda_c = \frac{2 \cdot k \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \cdot \exp\left(-\frac{k^2}{2}\right)}{\sqrt{1 - \exp(-k^2)} \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \exp(-k^2) \left(\frac{3}{4} - k^2\right)}} \quad (13)$$

$$\gamma_c = \frac{2 \cdot k \cdot \exp\left(-\frac{k^2}{2}\right) \cdot \sqrt{1 - \exp(-k^2)}}{\sqrt{\pi} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{1.5 - 2 \cdot \exp(-k^2) \left(\frac{3}{4} - 3k^2 + k^4\right)}}$$

ここで、

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-y^2} dy \quad \text{である。}$$

$$= 1 - \operatorname{erfc}(x)$$

上の式(13)をkについて図示したのが図6である。ここでkが1より小さい時には $C1(x)$ が $dg(\sigma, x)$ と類似性能を持っていることがわかっている、 $k > 0$ とすると $\Sigma_c \cdot \Lambda_c = \Sigma_g \cdot \Lambda_g$ 、 $\gamma_c = \gamma_g$ となることから式(13)と図6よりわかる。

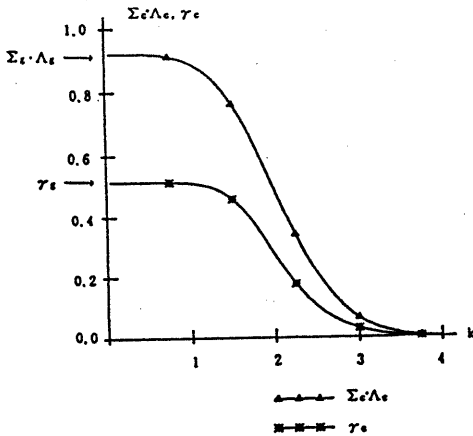


図.6. $ci(x)$ の k $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ に関する性能評価
Fig.6. Performance of $ci(x)$ versus
 k : $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ and γ_c .

5. 実験と 結果考察

既存のDroGシステム(図1)と本論文で提案した等価システム(図5)を構成した。提案したシステムの性能を評価するために、次のような手順で実験を行った。

5-1. 縮尺(S_1)の算出

$dg(\sigma, x)$ (式(1-C))と $S_1 \cdot c_1(x)$ (式(6))のステップ応答の尖頭値が同じになるように S_1 を求めたら、次のような式になる。

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right)} \quad (14)$$

5-2. 実験画像

実験では大きさ256*256画素、256階調の家屋の画像を用いた。(図7)

5-3. $dg(\sigma, x)$ と $S_1 \cdot c_1(x)$ のパラメタを算出

ステップ関数のような理想的な場合(階調差が大きい)、分散(σ^2)が大きければ雑音の影響が少ないが、実際の画像ではステップの差が部分的に狭いところがあり、 σ^2 の値を大きくしたらこのedgeの検出が不可能である。

そこで、本実験には、 σ^2 を表1と共に小さい値を選別して、式(8)と(11)を使い、その他のパラメタを求めてあるこの時の性能評価 $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ 、 γ_c の値を算出して表2に表示す。

ここで、 σ の値に3.001のように小数点以下の値を付ける理由は $S_1 \cdot c_1(x)$ の移動距離 kc が自然数(1,2や3)となるように、かつこの時の k 値が大きくなるように決定した。

5-4. edge判断

各方向微分結果のrms値がthreshold レベルの以上の時には、基準画素のとなりの横または縦画素より大きい時にEdgeと判断する。

以上の過程を実験画像に対して、8種類のEdge検出器で実験を行った。図7の右上が原画像であり、左の((a),(c),(f))の σ 値が、各々1.5,2.1,3.001の時にDroG法を使った場合の実験結果である。

この結果は、前に予測した通り σ の値が大きいくほど映像の精密なEdge成分(高周波成分)が除去されていき。逆に σ 値が小さければ、この反対の効果があることが分かる。

図7の中央((b),(d),(g))は前の((a),(c),(f))と同じ σ を用いた、今回提案したEdge検出器($S_1 \cdot c_1(x)$)の実験結果である。ただし、この時の kc 値は全部1である(式(6)で移動距離が1の時)。この結果は前の((a),(c),(f))とほとんど区別がつかない。これは表1の結果の通り k 値が全部1より小さい場合、 $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ と γ_c (式(13))は $\Sigma_g \cdot \Lambda_g$ と γ_g に類似するとの性能評価と一致する。

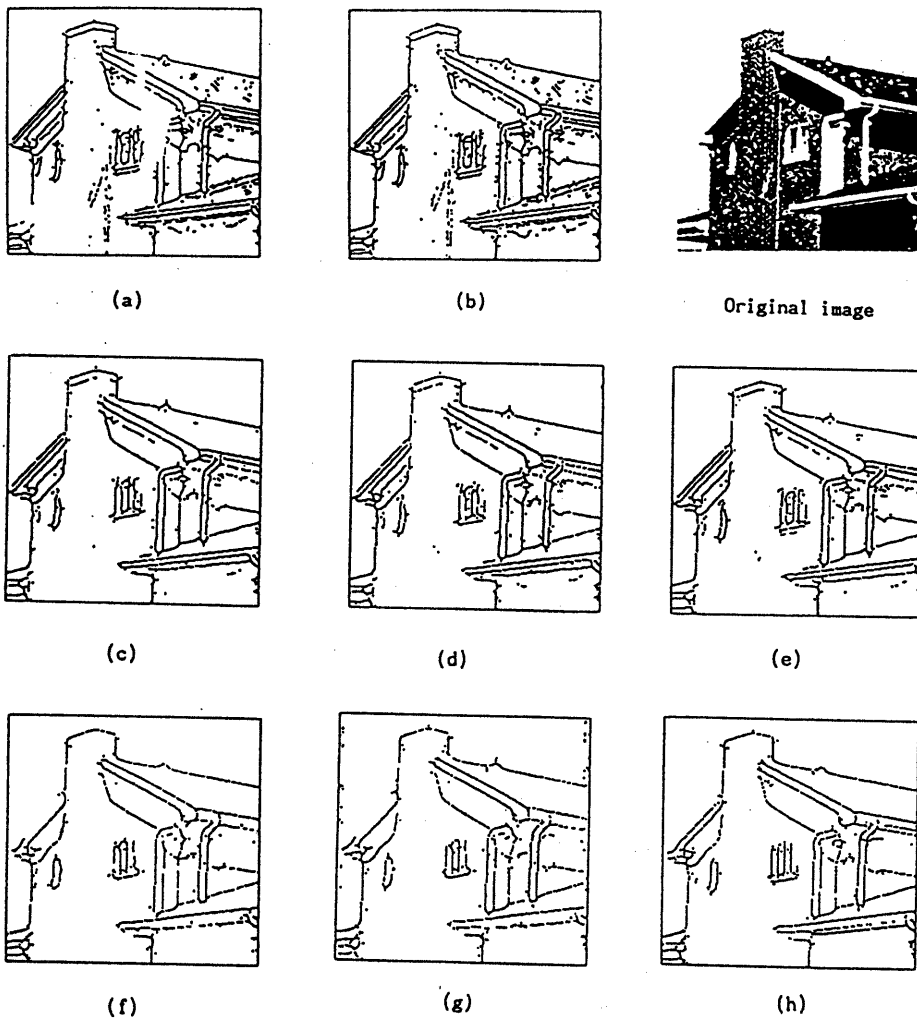


図.7. DroG((a),(c),(f))と提案したEdge現出器((b),(d),(e),(g),(h))
 のEdge検出結果、(a) $\sigma=1.5$, (b) $\sigma=1.5$ kc=1, (c) $\sigma=2.1$,
 (d) $\sigma=2.1$ kc=1, (e) $\sigma=2.1$, kc=2, (f) $\sigma=3.001$, (g) $\sigma=3.001$
 kc=1, (h) $\sigma=3.001$ kc=3

Fig.7. Edge detection results with the DroG ((a),(c),(f)) and
 the proposed detector ((b), (d), (e), (g), (h)), (a) $\sigma=1.5$,
 (b) $\sigma=1.5$ kc=1, (c) $\sigma=2.1$, (d) $\sigma=2.1$ kc=1, (e) $\sigma=2.1$, kc=2,
 (f) $\sigma=3.001$, (g) $\sigma=3.001$ kc=1, (h) $\sigma=3.001$ kc=3

表.1 性能評価 ($\Sigma_c \cdot \Lambda_c \gamma_c$).
Table.1 Performance evaluation with the criteria $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ and γ_c .

σ	kc	k	c	σ_d	S1	$\Sigma_c \cdot \Lambda_c$	γ_c
1.5	1	0.732	1.365	0.621	0.496	0.9127	0.5158
2.1	1	0.497	2.013	0.597	0.499	0.9195	0.5163
	2	1.330	1.330	1.504	1.465	0.8227	0.4904
3.001	1	0.339	2.943	0.586	0.499	0.9209	0.5164
	3	2.085	1.439	2.63	0.138	0.4383	0.2394

表.2 既存DroGシステムと近似システムの一画素当りの演算数.
Table.2 The number of operations per pixel of two systems.

σ	kc	既存DroGシステム			近似DroGシステム		
		*	+	演算数Op/p	*	+	演算数(Op/p)
1.5	1	44	40	84	28	26	54
2.1	1	52	48	100	36	34	70
	2				40	38	78
3.001	1	76	72	148	48	46	94
	3				60	58	118

図7の右の図(e), (h)は各々(c), (f)と σ が同一な場合Edge検出器の実験結果である(e)は $kc=2$, (h)は $kc=3$ の時である。(e)は $k=1.330$ である性能評価値がDroGの場合と似ていて(d)と類似した結果を示している。反面、(h)は $k=2.085$ で $\Sigma_c \cdot \Lambda_c$ と γ_c とDroGを比較し評価値が低くなり(g)と異なり高周波成分の検出能力が低くなる結果となった。

以上の実験で使った既存DroGシステム(図1)と近似DroGシステム(図5)の計算量を比較すると表2のようになる。使ったGaussian関数の有効窓の幅は ± 3 倍のGaussian関数標準偏差であり一画素当に必要な積和と、これを合わせた演算数を比較している。ここで、既存DroGシステムと近似DroGシステムの計算量の比率はおよそ $2\sigma : (c + \sigma_d)$ になることを示しており、 σ_d が1より大変小さい時はこの率が約2:1になる。

6. おわりに

Edge検出オペレータの中、準最適edge検出フィルタで知られる1次微分Gaussianフィルタとほぼ同じ性能を維持し効率的で計算量を減少することができるフィルタを提案した。

このフィルタは同一な標準偏差を持った2個のGaussian関数を微分する方向に移動して、この差関数を利用している、移動した距離が小さければ1次微分Gaussianフィルタによく近似できることを証明した。

提案したフィルタは微分次数と微分方向には関係がなく共通にSmoothing演算を一回した後に演算と分散が大変少ないGaussianフィルタを通した1・2次微分結果を求めることができる。

全体的な計算過程を既存1・2次微分Gaussianフィルタを使うよりも単純化することができた。

参 考 文 献

1. W.K.Pratt, Digital Image Processing, New York, John Wiley and Sons, 1978.
2. R.Deriche, "Fast Algorithms for Low-Level Vision," IEEE Trans. PAMI., vol. 12, no. 1, pp.78-87, January 1990.
3. H.Y.Jung et al., "A Study on the IIR Filter for Edge Detection," Pro. JTC-CSCC'90, pp.398-401, December 1990.
4. M.Unser et al., "Recursive Regularization Filters : Design, Properties, and Applications," IEEE Trans.PAMI., vol.13, No.3, pp.272-277, March 1991.
5. T.Manickam and P.Misra,"Application of Recursive Filters in Edge Detection of Images," ICASSP., vol.3, pp.2561-2564, 1991.
6. S.Sarkar, and K.L.Boyer, "On Optimal Infinite Impulse Response Edge Detection Filters," IEEE Trans. PAMI., vol.13, No.11, pp.1154-1171, November 1991.
7. E.de Micheli et al., "Localization and Noise in Edge detection ," IEEE Trans. PAMI., vol.11, No.10, pp.1106-1117, October 1989.
8. H.D.Tagare and R.J.P.de Figueiredo, "On the Localization Performance Measure and Optimal Edge Detection," IEEE Trans. PAMI., vol.12, No.12, pp.1186-1190, December 1990.
9. J.Canny, "A Computational Approach to Edge Detection," IEEE Trans. PAMI., vol.8, No.6, pp.679-698, November 1986

付 録

<edge検出器の性能評価基準>

図AなどのEdge検出システムの性能評価基準はCanny[9]が提案した定義式とその意味を合わせて記述する。図AのEdge検出システムのインパルス応答は $f(x)$ になる、入力信号でEdge信号に当たる理相的ステップ関数 $u(x)$ に平均0で分散 σn^2 の白色Gauss雑音 $n(x)$ を追加した $I(x)$ が入力されたら出力 $Q(x)$ は次のようになる。

$$Q(x) = \int_{-\infty}^x f(y)dy + w(x)$$

ここで、 $w(x)$ は平均0で分散 σq^2 の有色Gauss雑音である。 σq^2 は次の式通り σn^2 より $f(x)$ のエネルギーの整数倍で大きくなる。

$$\sigma q^2 = \sigma n^2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$$

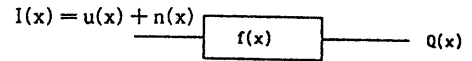


図.A Edge検出システム

Fig.A. Edge detection system.

(基準 - A.) 尖頭信号対 雑音電力比の平方根 ステップ関数応答の尖頭値電力 ($\int_{-\infty}^0 f(x)dx$)² が出力雑音電力 (σn^2) より大きければ正確にEdgeを検出出来ると予想される。そこで入力雑音電力 (σn^2) で出力雑音電力を正規化した信号対雑音電力比の平方根 (Σ) をEdge検出器の性能評価尺度と決める。

$$\Sigma = \sqrt{\frac{[\int_{-\infty}^0 f(x) dx]^2}{\frac{\sigma_q^2}{\sigma_n^2}}} = \frac{|\int_{-\infty}^0 f(x) dx|^2}{\sqrt{\int_{-\infty}^0 f(x)^2 dx}}$$

〈基準 - B.〉 Edge点 位置の 平均誤差の
逆数

図AにQ(x)の尖頭値をEdgeと判定するのであれば、 $Q'(x) |_{x=p=0}$ のp値がEdgeの位置となり、Edge点の位置誤差はpになる。(正確なEdge位置はx=0)この誤差量pの分散 σ_p^2 を σ_n^2 で正規化した値の平方根の逆数を求めて別の性能評価尺度(Λ)と決める。

$$\Lambda = \sqrt{\frac{\sigma_n^2}{\sigma_p^2}} = \frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-\infty}^0 f'^2(x) dx}}$$

上記の基準-Aと基準-Bの Σ と Λ の値が各各大きければEdge検出器の性能が良いといえる。この二つ基準を合成して、すなわち Σ と Λ の積 $\Sigma \cdot \Lambda$ を評価尺度と決めることが出来る。

〈基準 - C.〉 多重Edge発生率。

図Aに雑音がまったくない時にはQ(0)が正の尖頭値を持っていると仮定する。一般的には連続関数の場合2次微分値が正であれば正のピークが存在しない、だから、 $Q''(0)$ が0より大きければ、x=0以外の点に一つ以上のピーク値が存在することを意味する。そこで図.Aに多重Edgeの発生確率(p_m)を次のように定義する。

$$p_m = P(Q''(0) > 0) \\ = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left[\frac{|f'(0)|}{\sqrt{2} \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{\int_{-\infty}^0 f'^2(x) dx}} \right]$$

一方、雑音の影響が大きくてEdgeがあるべきところの出力Q(0)が負になったら、Edgeがないと判断される。このあやまりを判断出来る確率pfは次のように定義される。

$$p_f = P(Q(0) < 0) \\ = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left[\frac{|\int_{-\infty}^0 f(x) dx|}{\sqrt{2} \cdot \sigma_n \cdot \sqrt{\int_{-\infty}^0 f^2(x) dx}} \right]$$

erfc(z)のzの値が大きければerfc(z)は小さくなる。よって上記の式の p_m と p_f はerfc()関数の()の逆数によって比較出来る。この率(γ)を次のように定義する。

$$\gamma = \frac{\frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-\infty}^0 f'^2(x) dx}}}{\frac{|\int_{-\infty}^0 f(x) dx|}{\sqrt{\int_{-\infty}^0 f^2(x) dx}}} \approx \frac{p_f}{p_m}$$

実際に、 $P(Q(0) < 0)$ は雑音のため多重尖頭値が出る確率 $P(Q''(0) > 0)$ より常に小さい、だから、 γ は1より小さくなる。与えられたpfの値は $\gamma > 1$ で p_m が小さくなりpfに近くなることを意味する。 γ の値が大きくなると性能が良いEdge検出器であるといえる。この γ は p_m と p_f の σ_n^2 が相殺されるので、入力雑音には無関係の性能評価関数になる。