

# カメラ焦点距離の最適キャリブレーションシステム

丸山 保      金谷 健一

群馬大学工学部情報工学科

平面格子パターンを用いるカメラの焦点距離のキャリブレーションシステムを、計算の信頼性が最大となるように設計する。まず、格子パタンの画像上のエッジに当てはめる直線の信頼性を解析し、その結果を用いて格子線の消失点の信頼性を解析する。そしてそこから計算される焦点距離の信頼性を解析し、それが最大となるように格子パターンを最適に設計する。さらに様々な工夫を加え、実際に試作したシステムを用いた実画像による実験結果を示す。

## Optimal Camera Focal Length Calibration System

Tamotsu Maruyama and Kenichi Kanatani

Department of Computer Science  
Gunma University, Kiryu, Gunma 376, Japan

A camera focal length calibration system is optimally designed in such a way that the reliability of computation is maximized. This system uses an optimally designed planer grid pattern. The analysis is based on a statistical error model of line fitting in digital images. The reliability of the focal length is computed from of the reliability of the vanishing points, and the reliability of the vanishing points is computed from the reliability of the edges to which lines are fitted. A realistic device is designed by adding many technical improvements. A prototype model is shown, and some real image experiments are conducted.

謝辞 本キャリブレーションシステムの設計、開発に関して御協力頂いた NEC C&C 研究所パターン認識研究部の田島譲二氏および大中慎一氏に感謝します。

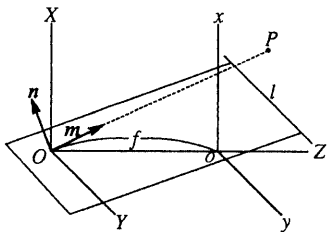


図 1: 点と直線の N ベクトル

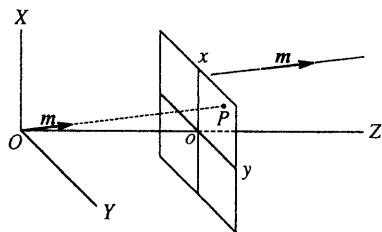


図 2: 空間中の直線の消失点

## 1. はじめに

カメラを用いて画像から 3 次元解釈を計算するには、焦点距離が正確にキャリブレーションされていないと、その精度に関しては、直交格子ボタンを用いるキャリブレーションの場合に、画像上のエッジの統計的誤差モデルに基づいて詳細に解析されている [9]。本論文では格子ボタンを最適に設計すれば、そこで示された理論的限界よりも信頼性の高いキャリブレーションが可能であることを示し、様々な工夫を加えてそのようなシステムを試作する。最後に実画像による実験例を示す。

## 2. エッジの統計的モデル

図 1 のようなカメラの撮像のモデルを考える。原点  $O$  を視点、定数  $f$  を焦点距離と呼ぶ。画像面上の点は視点  $O$  を始点とし、その点を通る視線の方向を表す単位ベクトル  $m$  で指定できる (図 1)。また画像面上の直線は、視点  $O$  を通り、画像面でその直線と交わる平面の単位法線ベクトル  $n$  で指定できる (図 1)。 $m$ 、 $n$  をそれぞれ点および直線の N ベクトルと呼ぶ [1, 2]。

よく知られているように、空間中で平行な直線は画像面上では共通の消失点で交わる。図 2 に示すように、空間中で単位方向ベクトル  $m$  をもつ直線の投影は N ベクトル  $\pm m$  の消失点をもつ [1, 2]。本論文では消失点に基づくキャリブレーションを考える [4, 5, 6, 9]。

通常の画像処理では Hough 変換やエッジ作用素によってエッジを検出し、細線化によってエッジ画素の列を求め、最小二乗法などによって直線を当てはめる。消失点はこのように当てはめた直線の交点として計算されるので、消失点の計算の信頼性を解析するためにはエッジへの直線当てはめの誤差の挙動の統計的モデルが必要となる。

エッジ画素に当てはめた直線の N ベクトルが、誤差の存在しないとき  $n$  であるとする。実画像では誤

差のため、各エッジ画素は正確な位置にあるとは限らない。そのような不正確なエッジ画素に当てはめた直線の N ベクトルを  $n' = n + \Delta n$  とする (図 3)。誤差の挙動はランダムであるから、誤差  $\Delta n$  を確率変数とみなして、 $n$  の共分散行列を次のように定義する [3]。

$$V[n] = E[\Delta n \Delta n^T] \quad (1)$$

ただし  $E[\cdot]$  は期待値、 $T$  は転置を表す。この共分散行列は次の形で表せることが証明できる [3, 7, 8]。

【定理 1】 長さ  $w$ 、方向  $u$  のエッジの N ベクトル  $n$  の共分散行列は次の式で与えられる。

$$V[n] = \frac{6\kappa}{w^3} uu^T + \frac{\kappa}{2f^2 w} m_G m_G^T, \quad \kappa = \frac{\epsilon^2}{\rho} \quad (2)$$

この定理において、長さ  $w$  の単位は画素である。また  $m_G$  はエッジの midpoint の N ベクトルであり (図 3)、 $\kappa$  は解像度定数と呼ぶ定数である。ただし  $\epsilon$  は画素精度と呼ぶ定数 (単位は画素) であり、エッジ画素の誤差の標準偏差を表す。 $\rho$  はエッジ密度 (単位画素長さ当たりのエッジ画素の個数) である。

## 3. 消失点の最適推定

空間中の平行な直線群を投影して得られる画像面上の直線の N ベクトルが  $\{n_\alpha\}$ ,  $\alpha = 1, \dots, N$  であれば、それらの共通の交点の N ベクトル  $m$  は、次のモーメント行列の最小固有値に対する単位固有ベクトルで与えられる [3, 7]。

$$N = \sum_{\alpha=1}^N W_\alpha n_\alpha n_\alpha^T \quad (3)$$

重み  $W_\alpha$  は次のように選ぶのが最尤推定の意味で最適である [3, 7]。

$$W_\alpha = \frac{1}{(m, V[n_\alpha] m)} \quad (4)$$

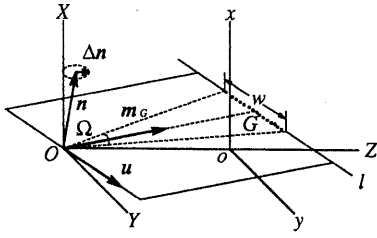


図 3: エッジへの直線当てはめ

この最適重みには求めようとする  $N$  ベクトル  $m$  が含まれており、また解には統計的偏差が存在することが知られている [3, 8]。しかし、くりこみ法 [8] という方法によって最適重みを推定しながら統計的偏差を取り除くことができる。

各直線の  $N$  ベクトル  $n_\alpha$  が誤差を含めば、得られる  $N$  ベクトル  $m$  も誤差  $\Delta m$  を含む。このとき共分散行列  $V[m] = E[\Delta m \Delta m^T]$  は次のように与えられる [3, 7]。

**【定理 2】**  $\{m, u, v\}$  を、それぞれ固有値  $0, \lambda_u, \lambda_v$  に対するモーメント行列  $N$  の固有ベクトルのつくる正規直交系とすると、共通の交点の  $N$  ベクトルの共分散行列  $V[m]$  は次のように与えられる。

$$V[m] = \frac{uu^T}{\lambda_u} + \frac{vv^T}{\lambda_v} \quad (5)$$

モーメント行列  $N$  の最大固有値に対する単位固有ベクトルを  $n_G$  とする。ベクトル  $n_G$  は  $N$  本の直線の仮想的な“中心線”  $l_G$  の  $N$  ベクトルと見なせる (図 4)。3 本の固有ベクトルは正規直交系をつくるから、中間固有値に対する単位固有ベクトル  $m_C$  は  $n_G$  と  $m$  に直交している。したがって  $m_C$  を  $N$  ベクトルとする点  $P_C$  は中心直線  $l_G$  上にあり、その  $N$  ベクトルは消失点  $P$  の  $N$  ベクトルと直交する。この点を消失点の共役点と呼ぶ。

中心線の  $N$  ベクトル  $n_G$  と各エッジの  $N$  ベクトル  $n_\alpha$  のなす角度  $\phi_\alpha$  を偏角と呼び、各エッジの midpoint の  $N$  ベクトル  $m_{G\alpha}$  と消失点の  $N$  ベクトル  $m$  のなす角度  $\theta_\alpha$  を視差と呼ぶ。偏角  $\phi_\alpha$  は  $\alpha$  番目のエッジが中心線からどれだけ離れているかを表し、視差  $\theta_\alpha$  は消失点が  $\alpha$  番目のエッジからどれだけ離れているかを表す。 $\alpha$  番目のエッジの長さを  $w_\alpha$  とすれば、式 (5) は次のように近似できる [3, 9]。

$$V[m] \approx \frac{6\kappa m_C m_C^T}{\sum_{\alpha=1}^N w_\alpha^3 \sin^2 \phi_\alpha / \sin^2 \theta_\alpha} \quad (6)$$

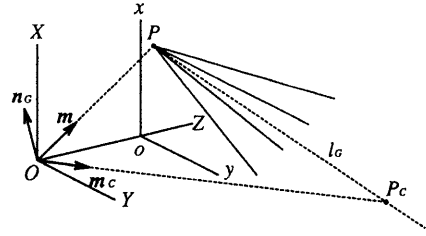


図 4: 中心線  $l_G$  と共役点  $P_C$

#### 4. 焦点距離のキャリブレーション

図 1 のカメラモデルは、3 次元解釈を伴わないなら実際のカメラと対応している必要はない。例えば単に消失点を共通の交点として計算したいなら、カメラモデルは任意でよい。しかし、直線や平面の 3 次元方向を問題にするときは、実際のカメラと一致するようにカメラキャリブレーションを行わなければならない。

ある仮の焦点距離  $f$  に関して定義した点の  $N$  ベクトルが  $m = (m_1, m_2, m_3)^T$  であるとき、真の焦点距離  $\hat{f}$  に関して定義した同じ点の  $N$  ベクトル  $\hat{m} = (\hat{m}_1, \hat{m}_2, \hat{m}_3)^T$  は次のようになる [1, 4, 5, 6, 9]。ただし  $N[\cdot]$  は単位ベクトルへの正規化を表す。

$$\hat{m} = \pm N \left[ \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ (\hat{f}/f)m_3 \end{pmatrix} \right] \quad (7)$$

空間中の直線に 2 組の平行線が存在し、それぞれの消失点の仮の焦点距離  $f$  に関して定義した  $N$  ベクトルが  $m = (m_1, m_2, m_3)^T$ ,  $m' = (m_1', m_2', m_3')^T$  であるとき、それらの 2 組の直線が空間中で角度  $\alpha$  を成しているとする、真の焦点距離  $\hat{f}$  は式 (7) より、次式を満たす。

$$\begin{aligned} & m_1 m_1' + m_2 m_2' + \left(\frac{\hat{f}}{f}\right)^2 m_3 m_3' \\ &= \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \left(\frac{\hat{f}}{f}\right)^2 m_3^2} \\ & \times \sqrt{m_1'^2 + m_2'^2 + \left(\frac{\hat{f}}{f}\right)^2 m_3'^2} \cos \alpha \quad (8) \end{aligned}$$

両辺を 2 乗して、次の  $(\hat{f}/f)^2$  の 2 次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\hat{f}}{f}\right)^4 \sin^2 \alpha + \left(\frac{\hat{f}}{f}\right)^2 \left(2 \frac{m_1 m_1' + m_2 m_2'}{m_3 m_3'}\right) \\ & - \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{m_3^2} + \frac{m_1'^2 + m_2'^2}{m_3'^2}\right) \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

$$+ \left( \frac{m_1 m_1' + m_2 m_2'}{m_3 m_3'} \right)^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_3^2} \cdot \frac{m_1'^2 + m_2'^2}{m_3'^2} \cos \alpha = 0 \quad (9)$$

これから  $(\hat{f}/f)^2$  に対する2つの解が得られるが、式(9)は式(8)を2乗して得られた式であるため、式(8)の両辺の符号が等しくなる解を選ぶ。

## 5. 焦点距離の信頼性

実画像から計算したNベクトル  $m, m'$  は誤差を含んでいるので、式(9)から計算される焦点距離も誤差を含んでいる。仮の焦点距離  $f$  が正しい値であるとして、式(8)で  $m \rightarrow m + \Delta m, m' \rightarrow m' + \Delta m', \hat{f} \rightarrow f + \Delta f$  とおくと、第1次近似において次式が成り立つ。

$$\Delta f = - \frac{f((\Delta m, m') + (m, \Delta m'))}{2m_3 m_3' - (m_3^2 + m_3'^2) \cos \alpha} \quad (10)$$

Nベクトル  $m, m'$  に含まれる誤差が独立であれば、分散  $V[f] = E[(\Delta f)^2]$  が次の式で与えられることがわかる(導出省略)。

$$V[f] = \frac{f^2((m, V[m]m) + (m', V[m']m'))}{(2m_3 m_3' - (m_3^2 + m_3'^2) \cos \alpha)^2} \quad (11)$$

ただし  $V[m], V[m']$  はそれぞれNベクトル  $m, m'$  の共分散行列である。

2つの消失点がそれぞれN, N'本のエッジに当てはめた平行線の交点として計算したものであれば、式(6)を式(11)に代入して、次の近似式が得られる(導出省略)。

$$V[f] \approx \frac{6\kappa f^2}{(2m_3 m_3' - (m_3^2 + m_3'^2) \cos \alpha)^2} \times \left( \frac{(m_C, m')^2}{\sum_{\alpha=1}^N w_\alpha^3 \sin^2 \phi_\alpha / \sin^2 \theta_\alpha} + \frac{(m_C', m)^2}{\sum_{\alpha=1}^{N'} w_\alpha'^3 \sin^2 \phi_\alpha' / \sin^2 \theta_\alpha'} \right) \quad (12)$$

ただし  $m_C, m_C'$  は共役点のNベクトル、 $w_\alpha, w_\alpha'$  は各エッジの長さ、 $\phi_\alpha, \phi_\alpha'$  は各エッジの偏角、 $\theta_\alpha, \theta_\alpha'$  は消失点の各エッジの中点からの視差である。

各エッジの中点が画像原点の近傍にあれば、 $\theta_\alpha \approx \theta, \theta_\alpha' \approx \theta'$  とおくことができるので、式(12)がさらに次のように近似できる(導出省略)。

$$V[f] \approx \frac{6\kappa f^2}{(2m_3 m_3' - (m_3^2 + m_3'^2) \cos \alpha)^2}$$

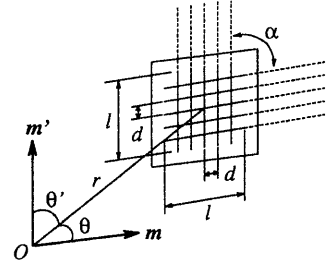


図5: 格子パタンの3次元配置

$$\times \left( \frac{\cos \theta' - \cos \theta \cos \alpha}{\sum_{\alpha=1}^N w_\alpha^3 \sin^2 \phi_\alpha} + \frac{\cos \theta - \cos \theta' \cos \alpha}{\sum_{\alpha=1}^{N'} w_\alpha'^3 \sin^2 \phi_\alpha'} \right) \quad (13)$$

## 6. 格子パタンの最適配置

N(=奇数)本の平行線2組からなる格子パターンを考える(図5)。視点Oから格子パタンの中心までの距離をrとする。パタンの大きさをl、格子の間隔をdとする。l/rが小さければ次の近似が成り立つ。

$$w_\alpha \approx f \frac{l}{r} \sin \theta, \quad w_\alpha' \approx f \frac{l}{r} \sin \theta' \quad (14)$$

隣りあう2直線の偏角をそれぞれ  $\phi_0, \phi_0'$  とする。Nd/rが小さければ次の近似が成り立つ。

$$\sum_{\alpha=1}^N \sin^2 \phi_\alpha \approx 2 \sum_{k=1}^{(N-1)/2} k^2 \sin^2 \phi_0 = \frac{N(N^2-1)}{12} \sin^2 \phi_0 \quad (15)$$

$\sum_{\alpha=1}^N \sin^2 \phi_\alpha'$  についても同様である。  $k = (0, 0, 1)^T$  とおき、 $m, m'$  の符号を  $|m, m', k| > 0$  となるように選ぶと、次の命題が成り立つ(証明省略)。ただし  $|m, m', k|$  は、ベクトル  $m, m', k$  のスカラー三重積である。

【命題1】

$$\sin \phi_0 = \frac{d}{r} \frac{|m, m', k|}{\sin^2 \theta} + O\left(\left(\frac{d}{r}\right)^2\right),$$

$$\sin \phi_0' = \frac{d}{r} \frac{|m, m', k|}{\sin^2 \theta'} + O\left(\left(\frac{d}{r}\right)^2\right) \quad (16)$$

【命題2】

$$|m, m', k| = \frac{(\sin^4 \alpha - A^2 - B^2 - 2AB \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha},$$

$$A = \cos \theta - \cos \theta' \cos \alpha,$$

$$B = \cos \theta' - \cos \theta \cos \alpha \quad (17)$$

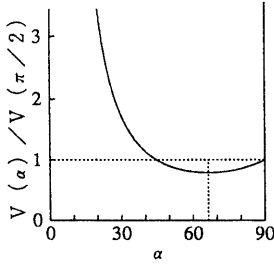


図 6: 格子の交差角  $\alpha$  と分散  $V[f]$

これらを用いると、式 (13) の分散  $V[f]$  は次式のように近似できる (導出省略)。

$$V[f] \approx \frac{72\kappa r^3(P+Q)}{N(N^2-1)fd^2l^3R^2|m, m', k|^2},$$

$$P = \sin\theta(\cos\theta' - \cos\theta\cos\alpha)^2,$$

$$Q = \sin\theta'(\cos\theta - \cos\theta'\cos\alpha)^2,$$

$$R = 2\cos\theta\cos\theta' - (\cos^2\theta + \cos^2\theta')\cos\alpha$$

(18)

この分散  $V[f]$  を最小にする  $\theta, \theta'$  は、次のように与えられることが証明できる (証明省略)。

**【定理 3】** 格子バタンを  $\theta, \theta'$  が次の角度になるように配置するとき、分散  $V[f]$  が最小になる。

$$\theta = \theta' = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1 + \sin^2(\alpha/2) + \sqrt{\sin^4(\alpha/2) + 14\sin^2(\alpha/2) + 1}}{6}}$$

(19)

このとき 2 組の直線の中心線は画像上で次の角度で交わる

$$\gamma = \pi - \cos^{-1} \frac{2\sin^2(\alpha/2) - \sin^2\theta}{\sin^2\theta}$$

(20)

**【系 1】** 格子バタンを最適に配置したとき、バタンは画像面と次式の角度  $\beta$  をなす。

$$\beta = \cos^{-1} \sqrt{\frac{1 - 5\sin^2(\alpha/2) + \sqrt{\sin^4(\alpha/2) + 14\sin^2(\alpha/2) + 1}}{6\cos^2(\alpha/2)}}$$

(21)

直観的には次のように解釈できる。焦点距離を正確に定めるには奥行きが必要であり、画像面に対し

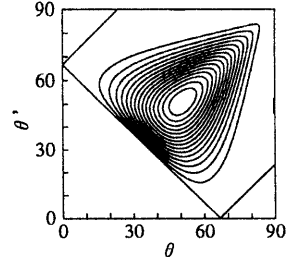


図 7: 最良格子バタンの配置  $\theta, \theta'$  に対する信頼性の等高線

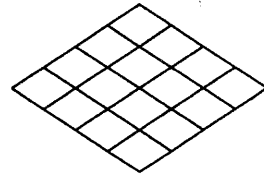


図 8: 最良格子バタン

てバタンを大きく傾けなければならない。しかし傾け過ぎると、エッジの長さが短くなって直線当てはめの精度が低下したり、エッジ間の間隔が小さくなって消失点推定の精度が悪くなる。これらの競合する要因がバランスするのが式 (19)~(21) の値である。

## 7. 最良格子バタン

角度  $\alpha$  をなす格子バタンを角度  $\theta, \theta'$  で指定される向きに配置するときの分散  $V[f]$  を  $V(\theta, \theta', \alpha)$  とし、 $V(\alpha) = \min_{\theta, \theta'} V(\theta, \theta', \alpha)$  とおく。図 6 に  $V(\alpha)$  のグラフを  $V(\pi/2) = 1$  の尺度で示す ( $0 < \alpha \leq \pi$ )。  $V(\alpha)$  が最小値をとる角度  $\alpha$  は次のように求まる (証明省略)。

**【定理 4】** 格子バタンを最適に配置したとき、分散  $V[f]$  を最小にする角  $\alpha$  は次のように与えられる。

$$\alpha = 2\sin^{-1} \sqrt{\frac{3}{10}} = 66.42182152 \dots^\circ$$

(22)

このときの格子バタンの最適な配置の角度は、

$$\theta = \theta' = \sin^{-1} \sqrt{\frac{3}{5}} = 50.76847951 \dots^\circ$$

(23)

となり、2 組の直線の中心線は画像上で直交する。

式 (22) の角度  $\alpha$  に対する  $1/V(\theta, \theta', \alpha)$  の等高線を図 7 に示す。定義域は  $|\theta + \theta'| < \alpha$ ,  $|\theta - \theta'| < \alpha$  で

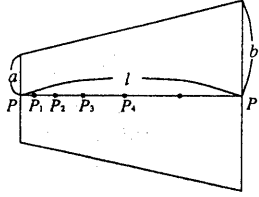


図 9: 最適な台形領域

ある。この角度  $\alpha$  をもつ格子ボタンを **最良格子ボタン** と呼ぶ。図 8 に  $N = 5$  の最良格子ボタンを示す。 $V(\alpha)$  の最小値は  $0.78196029\dots$  であるから、最良格子ボタンは直交格子ボタンに比べて誤差が約 88% に減少する。系 1 から次の結果が成り立つ。

【系 2】 最良格子ボタンを最適に配置するとき、ボタンと画像面は次の角度  $\beta$  をなす。

$$\beta = \cos^{-1} \sqrt{\frac{3}{7}} = 49.1066053\dots^\circ \quad (24)$$

## 8. 最適システムの構成

### 8.1 バタンの傾斜方向

理論的にはボタンは、画像面と最適な角度  $\beta$  を成していればどの方向に傾いていてもよい。しかし実際の環境では光源は天井に固定されていることが多いので、カメラの光軸を水平にし、ボタンを上方に向ければ陰ができない。またボタンを半透明板に描けば、下方に置いた光源から照明することもできる。

### 8.2 バタンの形状

長方形領域に格子ボタンを描くと、正方形のディスプレイ上に上下が縮んだ台形に写る。これを避けるには画像面上で正方形になるように台形領域に格子ボタンを描いておけばよい。

画像面が  $M \times M$  画素であり、焦点距離を  $f$  (画素) とすると、カメラの画角の半分は  $\Omega = \tan^{-1}(M/2f)$  となる。図 9 に示す台形の領域を考える。図 10 のように台形を配置したとき次の関係が成り立つ。

$$a = \frac{\sin \Omega \cos \beta}{\cos(\Omega - \beta)}, \quad b = \frac{\sin \Omega \cos \beta}{\cos(\Omega + \beta)} \quad (25)$$

また、 $\triangle OPQ$  に対する正弦定理から次式を得る。

$$\frac{QP}{\sin \Omega} = \frac{OP}{\sin(\pi/2 - \beta)} = \frac{OQ}{\sin(\pi/2 - \Omega + \beta)} \quad (26)$$

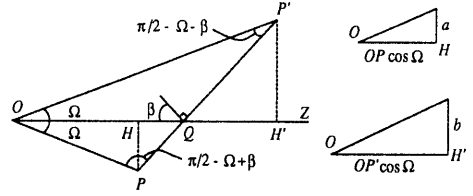


図 10: バタンの配置

したがって

$$PQ = \frac{\sin \Omega}{\cos(\Omega - \beta)} \quad (27)$$

となり、 $\triangle OP'Q$  についても同様の式が得られる。台形の高さは  $l = PQ + P'Q$  であるから、台形の形状は次のように求められる。

$$\begin{aligned} a : b : l &= \cos \beta \cos(\Omega + \beta) \\ &: \cos \beta \cos(\Omega - \beta) \\ &: \cos(\Omega + \beta) + \cos(\Omega - \beta) \end{aligned} \quad (28)$$

この台形の形状は画角に依存し、画角は焦点距離  $f$  に依存する。実際の装置では焦点距離の近似値を用いるか、広角、標準、望遠など数種類のボタンを用意しておく。

### 8.3 格子線の幅

格子線の幅が小さいと、カメラから遠い部分では線が細くなって直線検出の処理が難しくなる。一方、格子線を太くすると、カメラに近い部分では線は必要以上に太くなり、直線当てはめの精度が悪くなる。

これを解決するには、投影した直線が一定の線幅になるように、格子線の幅をカメラからの距離に比例して変化させればよい。図 9 の  $PP'$  の奥行きのみを考えると、カメラに最も近い部分の線幅とカメラから最も遠い部分の線幅との比率は  $OP : OP' = \cos(\Omega + \beta) : \cos(\Omega - \beta)$  とすればよい。

### 8.4 格子線の間隔

キャリブレーションの精度は格子線の本数が多いほどよい。しかし格子線の本数が増えると、遠方部分では間隔が密に写り、エッジ検出や直線当てはめが困難となる。これを解決するには、格子線の間隔を画像面に射影した間隔が一定となるように決めればよい。

ボタン中心線  $PP'$  上の格子線の交点を  $P_0 (= P)$ ,  $P_1, \dots, P_N (= P')$  とする (図 9)。  $PP_k$  を次式によ

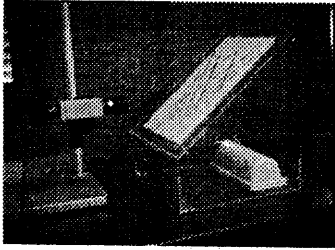


図 11: 最適キャリブレーションシステム

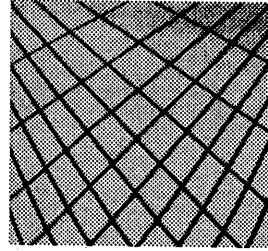


図 13: 原画像

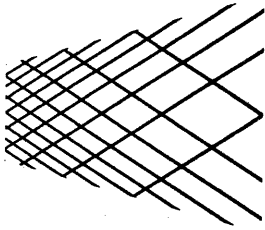


図 12: 最良格子パターン

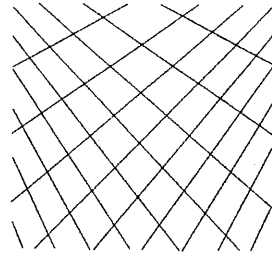


図 14: 当てはめられた直線

て定めれば、交点  $P_k$  は画像面上に等間隔に投影される。

$$PP_k = \frac{l \cos(\Omega - \beta)}{\cos(\Omega + \beta) + \cos(\Omega - \beta)} \times \left( 1 - \frac{\sin(\Omega - 2\Omega k/N) \cos(\Omega - \beta)}{\sin \Omega \cos(\Omega - \beta - 2\Omega k/N)} \right) \quad (29)$$

### 8.5 画素精度の推定

焦点距離  $f$  の信頼区間を求めるためには分散  $V[f]$  が必要である。 $V[f]$  は式 (5) によって求まる共分散行列  $V[m], V[m']$  を用いて式 (11) によって計算する。そのためにはモーメント行列  $N$  (式 (3)) と最適重み  $W$ 。 (式 (4)) を計算する必要があるが、それには解像度定数  $\kappa = \epsilon^2/\rho$  が必要となる (式 (2))。

本システムでは、パタンの画像を二値化した画像の直線の領域の全画素数から、それを細線化した画像の直線の全画素数で割ることによって格子線の「平均幅」を計算する。そして、画素精度  $\epsilon$  をその半分で近似する。一方、エッジ密度  $\rho$  は、細線化した画像の格子線の全画素数を、当てはめられた直線の全長で割ることによって推定する。

### 8.6 実験例

透明な箱の上面を最適に傾斜させて最良格子パターンをおき、光源を箱の内側におく (図 11)。箱の前面

が画像面とおおよそ平行になるようににおいて、カメラをその光軸がほぼ水平になるように設置する。

作成した最良格子パターンを図 12 に示す。図 13 はカメラで撮影した実画像であり、図 14 に当てはめられた直線を示す。比較のため、格子線の幅と間隔を考慮していないパタンの実画像 (図 15) および線幅のみを考慮したパタンの実画像 (図 16) を示す。図 14 でキャリブレーションを行った結果、焦点距離は 694.38 (画素) と推定された。格子線の平均幅は 7.22 画素であり、画素精度は  $\epsilon = 3.62$  (画素) である。エッジ密度は  $\rho = 0.81$  (1/画素) であり、解像度定数は  $\kappa = 16.21$  と推定される。したがって焦点距離  $f$  の標準偏差は  $\sqrt{V[f]} = 0.91$  (画素) であり、95% の信頼区間は  $[693.47, 695.27]$  となる。また、カメラに対するパタンの位置が多少動いても、計算される  $f$  の値はおおよそ求められた信頼区間内に入ることが確認された。

## 9. まとめ

格子パターンを用いたカメラ焦点距離キャリブレーションシステムにおいて、その信頼性が最大となるような最良格子パターンを設計し、最適システムを構成した。さらに様々な工夫を加えて実際のシステムを試作し、実験例を示した。処理の流れを付録に示す。

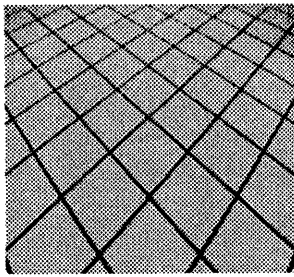


図 15: 線幅も間隔も考慮していないパターン

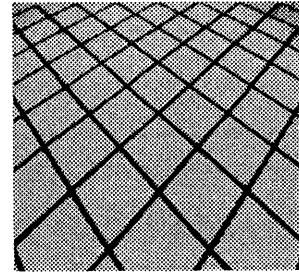


図 16: 線幅のみ考慮したパターン

本論文で導いたシステムは数理的なモデルに基づいて理論的な最適性を達成したという点で、数学理論が実用化に結びついたよい例である。計算の処理も直交格子の場合とほとんど同一であるから、最良格子パターンが発見された以上、直交格子を用いる必要がない。本システムがロボット研究開発の現場で必需品として普及することが期待される。

### 参考文献

- [1] 金谷健一, 「画像理解 /3 次元認識の数理」, 森北出版, 1990.
- [2] K. Kanatani, Computational projective geometry, *CVGIP: Image Understanding*, 54 (1991), 333-348.
- [3] K. Kanatani, *Geometric Computation for Machine Vision*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1993.
- [4] K. Kanatani, Statistical analysis of focal length calibration using vanishing points, *IEEE Trans. Robotics Automation*, 8-6 (1992), 767-775
- [5] K. Kanatani and Y. Onodera, Anatomy of camera calibration using vanishing points, *IEICE Trans. Infor. Sys.*, 74-10 (1991), 3369-3378.
- [6] 金谷健一・浦沢康二, 消失点の推定とカメラキャリブレーションの統計的信頼性, 日本ロボット学会誌, 9-7 (1991), 813-820.
- [7] 浦沢康二・金谷健一, 幾何学的計算の統計解析: I. 基礎理論, 情報処理学会研究報告, 92-CV-77, 1992-03.
- [8] 浦沢康二・金谷健一, 幾何学的計算の統計解析: II. エッジ, 消失点, 出現点, 情報処理学会研究報告, 92-CV-78, 1992-05.
- [9] 浦沢康二・金谷健一, 焦点距離キャリブレーションの統計的信頼性, 情報処理学会研究報告, 92-CV-79, 1992-09.

### < 付録 > キャリブレーションの手順

1. 最良格子パターンを最適に撮影し、二値化、細線化処理によって格子線を検出する。平均幅  $d$  とエッジ密度  $\rho$  を計算し、解像度定数  $\kappa = d^2/4\rho$  を求め、それぞれのエッジごとに最小二乗法によって直線を当てはめる。当てはめた直線を方向に関して  $l_\alpha (\alpha = 1, \dots, N)$  と  $l_{\alpha'} (\alpha = 1, \dots, N')$  の 2 組に分ける。  $N, N'$  はそれぞれの直線の本数である。
2. 仮の焦点距離を用いてそれぞれの直線  $l_\alpha, l_{\alpha'}$  の  $N$  ベクトル  $\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_{\alpha'}$  を計算する。
3. 式 (2) より、  $N$  ベクトル  $\mathbf{n}_\alpha, \mathbf{n}_{\alpha'}$  の共分散行列  $V[\mathbf{n}_\alpha], V[\mathbf{n}_{\alpha'}]$  を計算する。
4. 直線  $l_\alpha, l_{\alpha'}$  の消失点の  $N$  ベクトル  $\mathbf{m}, \mathbf{m}'$  とその共分散行列  $V[\mathbf{m}], V[\mathbf{m}']$  をくりこみ法 [8] を用いて計算する。
5. 式 (9) と式 (11) より、真の焦点距離  $\hat{f}$  とその分散  $V[\hat{f}]$  を求める。
6. 真の焦点距離  $\hat{f}$  の標準偏差は  $\sqrt{V[\hat{f}]}$  であり、水準  $(100 - \alpha)\%$  の信頼区間は次のように与えられる。

$$[\hat{f} - \lambda_\alpha \sqrt{V[\hat{f}]}, \hat{f} + \lambda_\alpha \sqrt{V[\hat{f}]}], \quad (30)$$

ただし  $\lambda_\alpha$  は標準正規分布の  $\alpha\%$  点である。