

最大最小曲率線ネットによる曲面の表現

吉見 隆 富田 文明
電子技術総合研究所

曲面を最大最小曲率線を用いて表現する方法について述べる。

最初に、曲面の最大最小曲率ベクトルを法線マップを用いて計算する新しい方法を提案する。この計算方法を用いると雑音のあるデータに対しても最大最小曲率ベクトルを安定に求めることができる。次に、得られた曲率ベクトルを使って、曲面を格子状に分割する最大最小曲率線ネットワークを得る方法について述べる。一次近似のネットワークをリラクゼーションにより大局的に整合性のあるネットワークに変形する。最後に、実際のレンジデータに対して実験を行なった結果を示す。

CURVED SURFACE REPRESENTATION USING MAX-MIN CURVATURE CONTOUR

Takashi YOSHIMI Fumiaki TOMITA
Electrotechnical Laboratory
1-1-4 Umezono, Tukuba-shi, Ibaraki 305, Japan

A representation method for describing a curved surface using max-min curvature vectors is presented.

First, we propose a new method for calculating max-min curvature vectors with normal vector map. We could calculate max-min curvature vectors steadily on noisy data by this method. Next, we obtain max-min curvature contours alongside the curvature vectors. The contours can divide the curved surface into a grid-like segments. We calculate an initial guess of a contour network, and reform it by relaxation. Finally, we show experimental results of curvature vectors and a contour network for actual range data.

1 はじめに

三次元物体の表面形状を計算機内で表現する記述方法は、物体を測定し、記録し、認識するときに必要な不可欠である。認識に用いる場合、この記述方法には少ないデータ量で表現できることと、物体の姿勢に依存しないことが要求される。

表面形状を考えると、物体は多面体と曲面を含む立体に分けることができる。後者はさらに簡単な幾何形状（二次曲面、一般化円筒など）で表される曲面で構成される物体と、自由曲面が含まれる物体に分けられる。

平面のみで構成された物体や、パラメータ化可能な曲面で構成された物体を表現する記述方法は、さまざまな研究が行なわれている^(1,2)。これらは、基本的に既知の数式のパラメータを与えられたデータを用いて求める問題である。

一方、実世界には簡単にパラメータ化できない物体も数多く存在するが、このような曲面の記述方法には有効な手段がまだ存在しない。自由曲面の表現方法として提案されている方法には、超二次関数^(3,4,5)やメタボール^(6,7)がある。両者とも物体の表面を一つのなめらかな曲面で表現する。しかしながら、これらの方法では表現できる形状が限られたり、データから記述を作成するために大変な計算が必要であったり、データ点と曲面の距離が明示的に得られないなどの点で問題を抱えている。

上のような方法によらずに自由曲面を記述するためには曲面をパッチに分解し、各パッチがなめらかな曲面となるように記述する。この曲面パッチの表現にはB-スプライン^(8,9)やブレンディング関数^(9,10)などを用いることができる。

曲面をパッチに分解する際には、表現の姿勢非依存性を得るため、表面の物理的形状、特に姿勢に依存する方法が有効である。そのような物理量として良く知られているものに曲率ベクトルがある。最大曲率と最小曲率を与える二つの接線ベクトルは互いに直交し、法線ベクトルと合わせて物体表面の各点の相対的姿勢を表現できる。

しかしながら、曲率の計算は、三次元データに二次微分を行なうため雑音に弱いことが知られている⁽¹¹⁾。そのため、文献ではスムージングを行なった三次元点に対して曲率を計算し、さらに計算した曲率は主に曲面のセグメンテーションに用いられることが多い^(9,12,13,14,15)。

本研究では、分割された滑らかで一様な曲面に対して曲率ベクトルを利用して曲面パッチを形成する方法について述べる。分割には石山らによる方法を

使用する⁽¹⁶⁾。前半では曲率ベクトルを安定に計算する新しく提案する方法について述べる（2章）。その後、この方法を採用し、曲面パッチのための物理的特性に依存した格子点を形成する方法について述べる（3章）。最後に、実際のレンジデータに対して処理を行なった実験結果を示し（4章）、考察を加える（5章）。

2 最大最小曲率ベクトル

2.1 等傾斜ループ

ここでは、等傾斜ループを用いて最大最小曲率ベクトルを求める手法について述べる。

まず、等傾斜ループについて定義する。なめらかな曲面の三次元点データが二次元(U,V)上にマッピングされており、各点における法線があらかじめ計算されているとする。このとき、任意の点Pに対し

$$\langle n_p, n_q \rangle > c \quad (0 < c < 1) \quad (1)$$

となる点Qの集合が定義できる（図1）。ただし、 n_p 、 n_q は点PおよびQにおける単位法線ベクトルを表す。この集合の境界線を等傾斜ループとよぶことにする。

等傾斜ループを求めるためには、Pから一方向を探索してループの開始点 Q_a を求め、(1)式を境界条件としてトラッキングを行なう。データに欠落や無視できないノイズがある場合、点Pを含まないループも見つかるが、これは無視して、点Pを含むループとなるような開始点が見つかるまで探す。

このようにして、点Pに対してその点を含む等傾斜ループが必ず一つ求まる。

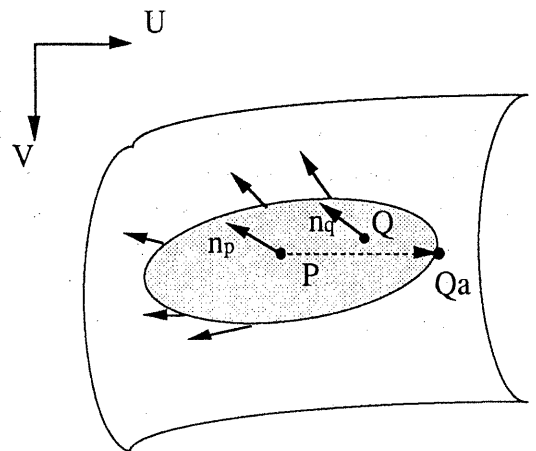


図1：等傾斜ループ

2.2 等傾斜ループによる最大最小曲率ベクトルの計算

等傾斜ループは、 c の値によってその大きさは変化するが、一般に最大曲率方向に短く最小曲率方向に長い閉曲線となる。ただし、曲面であっても最大最小曲率ベクトルが存在しない場合（球面、鞍部の得意点）には円となる。従って、この曲線の長軸方向を求めて最小曲率ベクトルとすることができる。

等傾斜ループからその長軸方向を求めるためには、ループ上の点の共分散行列の固有ベクトルを求める方法があるが、特殊なケースでは正しく求まらない。例えば、一般化円筒の側面においては等傾斜ループが円筒の中心軸に沿って曲がることがある。また、等傾斜ループが曲面の境界に達するとループの一部が境界点となる。境界点であるループの構成点は判別が可能であるが、長軸方向でこのような欠落が生じると曲率ベクトルの計算に支障が生じる。

そこで、より一般的に曲率ベクトルを求める手段として、ここでは、短軸方向を等傾斜ループの局所的なデータを用いた。図2にこの方法を示す。等傾斜ループ上の点のうち点Pの最近点をA、点AとPについて対称なA'とする。A'を中心とし、Pを通る円内でループ点を探し、そのうちでPに最短な点をBとする。A、Bから一定距離内のループ点を使って接線ベクトルを求め、そのベクトルの平均を最小曲率ベクトルとする。

上のようにループを局所化することで点Pから離れたループ点の不具合による誤差が避けられる。

3 曲率線ネットの形成

3.1 曲率線ネットのデータ構造

曲率ベクトルは対象点近傍の幾何学的な特性しか表していない。そこで、曲面の大局的な構造を表すために、接線が常に曲率ベクトルと一致するような曲線（曲率線）を導入する。最大最小曲率ベクトルは直交するので、ある点を通る曲率線はその点において直交する二本の曲線となる。最初にひいた曲率線を適度な間隔で分割し、さらに格子状のネットワークを曲面上に生成する。格子の経線方向と緯線方向はそれぞれ最大曲率ベクトルと最小曲率ベクトルの方向と一致する。

このような格子状のネットを物体表面の3次元データにフィットさせることにより、3次元データの方向依存性のない四辺形パッチが得られる。

このネットは、ノードを表す構造体により構成される（図3）。構造体のメンバのうち、主なものを下に示す。

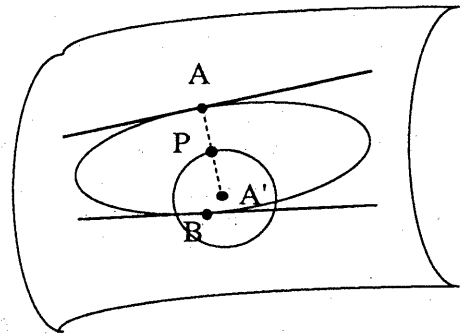


図2：局所的等傾斜ループによる最小曲率ベクトルの計算

u, v 二次元マップ上のアドレス
 m, n 格子番号
 dot 三次元データへのポイント
 norm 法線データへのポイント
 curv 最大曲率ベクトルデータへのポイント
 cmax, cmin 方向を揃えた最大最小曲率ベクトル
 next[4] 隣のノードへのポイントおよび属性

このうち、dot、norm、curvはあらかじめ各画素に対して計算してあるものとする。

曲率ベクトルの極性は物理的には意味がないが、ネットワークを構成する便宜上、同じ曲率線上に存在するノードの曲率ベクトルの向きはそろっていることにする。また、最大曲率ベクトル C_{max} 、最小曲率ベクトル C_{min} 、法線ベクトルの間に常に

$$C_{max} \times C_{min} = n \quad (2)$$

の関係が成り立つように極性を与える。ただし、法線は全て物体の外方向を向いている。

m, nは格子番号であり、m は最大曲率ベクトル

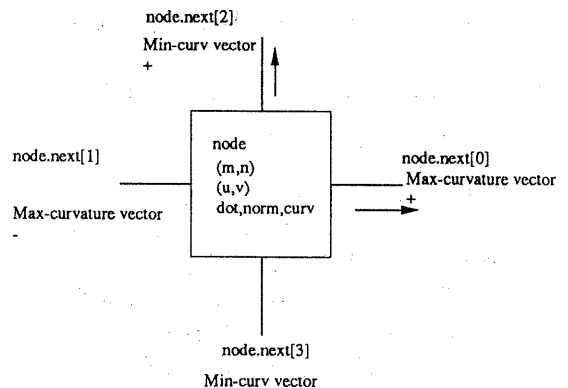


図3：ノード構造体

の正方向、 n は最小曲率ベクトルの正方向を向いている。一次近似のネットを形成する時の開始ノードを $m=n=0$ とする。

$next$ は隣のノードへの接続関係と、もし接続している時にはそのノードへのポイントを持つ。各要素はそれぞれ決った方向の接続関係を表す。4つの方向には図3のように0-3の番号が与えられている。

3.2 ネットの一次近似

上で述べたノードが格子状に並ぶように位置を決定する。そのために、一次近似としてラフな格子点の座標を以下のようなアルゴリズムによって求める。

0 開始点 ($m=n=0$) を定める。

1 全てのノードを調べ、未探索のリンクを探す。このとき、最小番号のノード($i0$)における最小番号の方向($j0$)を返す。

2 ノード $i0$ における($m0, n0$)座標から方向 $j0$ に隣接する被探索ノードの座標($m1, n1$)を求める。このノードは未探索であるのでノードリストにはまだ存在しない。

3 全てのノードから、2で求められたノードに隣接するノードを探す。このようなノードは最多で4個存在する。

4 3で得られるノードの接続形態によって以下のように新しいノードの候補を求める。以下の処理は(U,V)の二次元空間で行なう。

4-0 ノード数4の場合：図4-aのように向い合うノードを結ぶ線分の交点をノード候補とする。

4-1 ノード数3の場合：図4-bのように対向するノードの中点をノード候補とする。

4-2 ノード数2で対向する場合：図4-cのように対向するノードの中点をノード候補とする。

4-3 ノード数2で直交する場合：図4-dのように3で得られた隣接ノードをA,Bとする。Aにおける曲率ベクトルと法線ベクトルが成す平面に沿うようにトラッキングして、Bにおける同様な平面を横切る点をノード候補とする。

4-4 ノード数1の場合：図4-eのように隣接ノードをAとすると、Aにおける曲率ベクトルと法線ベクトルが成す平面に沿ってトラッキングし、一定の3次元距離だけ離れた点をノード候補とする。

5 3で得られた隣接ノードと新ノード候補の間で接続条件を調べる。接続するための条件は、

A 最小曲率ベクトル同士の角度差が一定以内

B ノードを結ぶ線分上に不良点がない

の2つである。接続条件を満たした隣接ノードがひとつ以上あれば新ノードを候補点に作り、隣接ノ

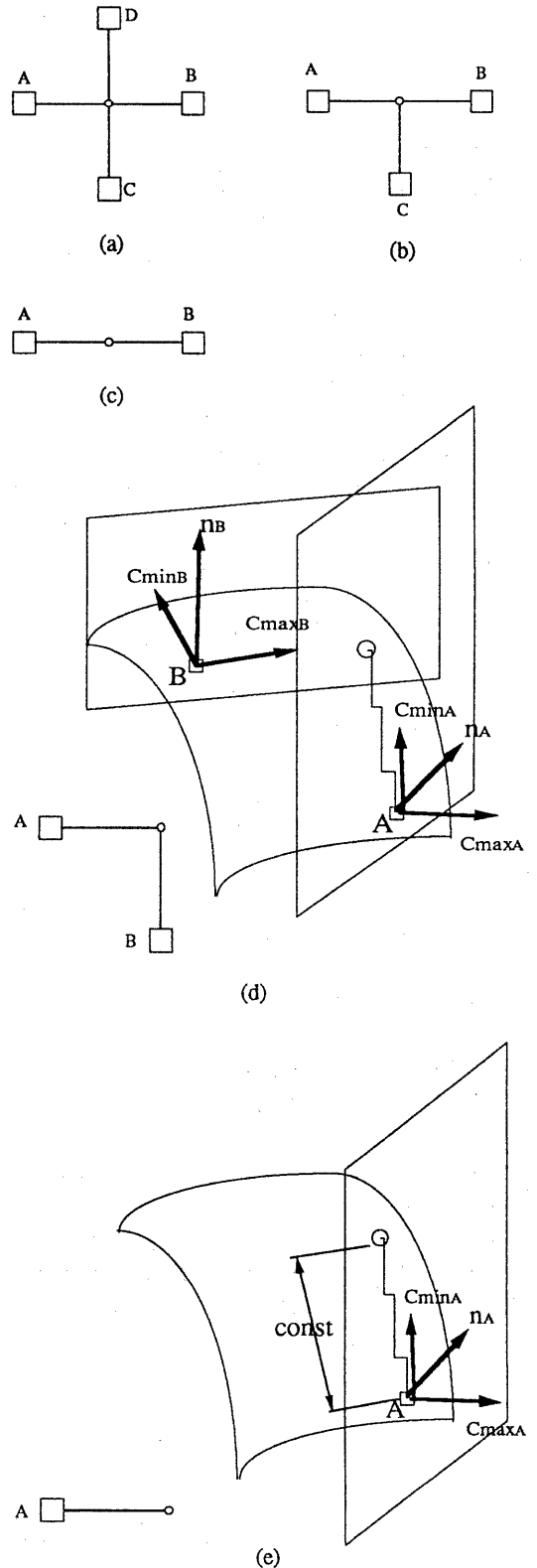


図4：ノード候補の追加

ドに接続情報を記録する。

6 1~5を未探索リンクがなくなるまで繰り返す。

3.3 リラクゼーション

3.2で生成したネットはラフな近似であるので、各ノードの(u,v)座標を移動してより正確なネットにする。

このリラクゼーションにおいては、次の3種類の力を各ノードに加え、変位を計算する。

- (1) 隣接ノード間のリンクベクトルと曲率ベクトルの角度差による力
- (2) リンクの平均長さを適当に安定させる力
- (3) ネットの曲面に対するオフセットを安定させる力

このうち、(2)および(3)はネットの一段がつぶれたりネット全体が曲面に対して平行移動するのを防ぐための力で、曲率ベクトルによる拘束だけでは不足な部分を補うためのものである。以下では本質的な(1)のみについて述べる。

隣接ノードを結ぶリンクは2つのノードの3次元位置のみによって定まる。この2ノードは同じ曲率線上にあることが期待されるが、一般にリンクの方向は曲率ベクトルと一致しない。図5にその例を示す。(a),(c)の状態ではそれぞれ片方のノードにおいて曲率ベクトルとリンクが一致しているが、2つのノードは同一曲率線上になく、(b)よりも望ましい状態ではない。そこで、全てのノードにおいて(b)の状態に安定に収束する条件を考える。単純に曲率ベクトルとリンクの方向を小さくするように変位を与える方法(単純変位法)だと、(a)(b)(c)の間で不安定

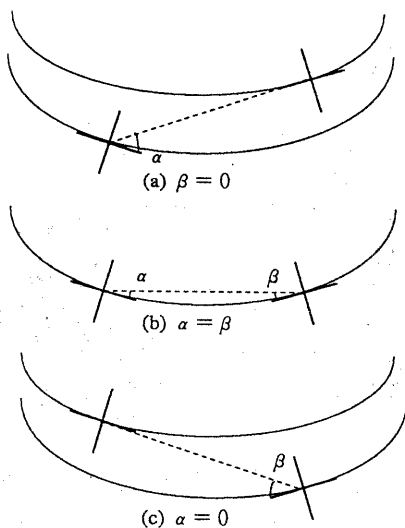


図5：曲率線とリンクの関係

になる。リンク両端のノードにおいて曲率ベクトルとリンクのなす角 α 、 β が対称になるように変位を与える計算方法(対称変位法)は安定性の点でより優れている。したがって、ここでは後者の方法を採用している。具体的には、 α と β の差を求め、それが小さくなるようにリンクABと垂直方向の変位をA及びBに与える。

このようにして計算される変位を全てのノードに対して与える。さらに、この操作を変位の総和が十分に小さくなるまで繰り返す。また、変位を与えた結果、隣接ノード間の状態が3.2で述べた接続条件を満たさなくなれば、接続情報を書き換えながら処理を続行する。

4 実験結果

実際のレンジデータ(図6)に対して実験を行った。これは、円錐を円柱が貫通した立体の3次元点である。画素数は512x480で、1画素の間隔は約1ミリである。このデータに対してスムージングを行なってすき間をなくし、次に各画素に対して法線を求めた。

図7は2章に述べた方法で計算された最大曲率ベクトルである。円錐、円柱の母線と垂直な方向が得られている。

図8-aは円錐部のデータに対してネットの一次近似を求めたもの、図8-bはこのネットにリラクゼーションを行なって収束した結果である。図でXの印のあるノードが開始ノードを表す。この例では、リラクゼーションの結果、縦方向の段が一段減っている。これは、リンクの平均長さの拘束力により最下段のノードが曲面の外に掃き出された結果である。

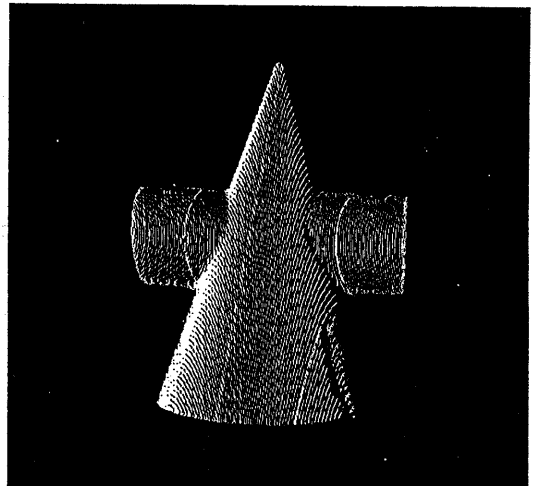


図6：3次元測定点

図9、図10は同様に両側の円筒部分に対して曲率線ネットを張った結果である。

5 考察

図7の実験結果を見ると、2章で示した曲率ベクトルを求める方法は、かなり良い結果を出しているといえる。

この方式が従来の方式と比べて特に異なっている点は、曲率を計算するための点の選び方である。従来発表されていた方法では、注目点のまわりにウィンドウを設けて、その中の点を使用している。これに対して、われわれの方法では、等傾斜ループを抽

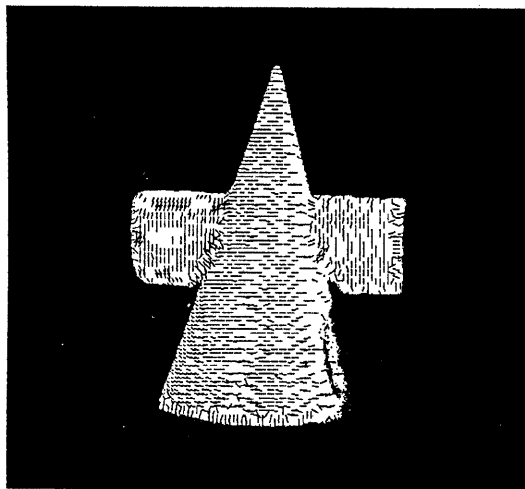


図7：最大曲率ベクトル

出し、その方向を主軸を求めて最大曲率ベクトルとしている。

従来の方法では、基本的に法線を微分するが、これは雑音に弱いことが知られている。これは、注目点の近傍の点のみを使用するため、微小値を微小値で割る計算を余儀なくされるからである。本方法では、注目点からの法線の角度が一定の点列の分布を利用するため、前者のような微小値同士の割算はその過程で必要としない。このことが本方法の安定性を最もよく説明すると考える。

明示的に微分値が使われない理由は、目的が曲率ベクトルの方向を求めることであり、最大および最小曲率の値そのものに着目していないからだと思われる。本方式で採用した等傾斜ループを用いてその長軸と短軸の長さから曲率値を求めることも可能であるが、ベクトルの向きほど安定しないと考えられる。

ここでは実験を行なわなかったが、等傾斜ループで最小曲率値を求めれば、従来の方式による曲率値の計算よりは安定であると考えられる。その理由は、等傾斜ループの構成点、特に最小曲率方向の点列が十分に離れた点であり、しかも法線の角度変化は一定が保証されているので、曲率を求めるための計算が微小値同士の割算にならないためである。これはちょうど従来方式でウィンドウの形状を曲率値に合わせて動的に変形させることに相当する。本方式ではその変形が表面の物理的形状に依存しており簡便に行なわれている。

式(1)には係数 c があるが、この値を変えることに

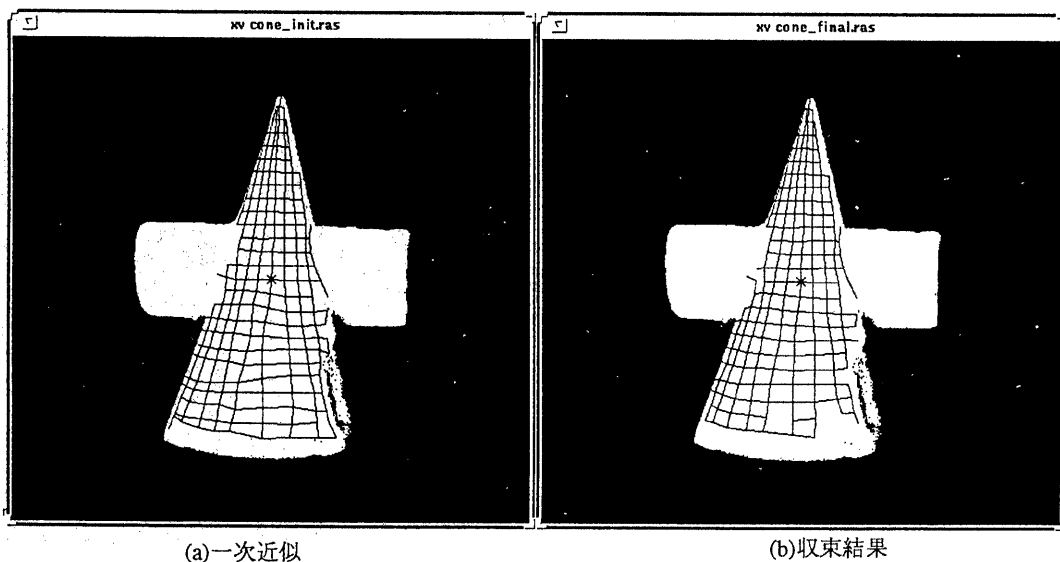


図8：円錐部曲率線ネット

より雑音の多いデータや平面に近い曲面においても計算が可能である。曲率ベクトルの連続性が保証されていれば c の値をある程度小さくして大きいループが形成されるようにすることにより雑音による誤差はより小さくできる。しかし、 c の値を小さくし過ぎると曲率ベクトルの方向を決めるために必要なループの部分が曲面の外に出てしまい、計算不能となりやすい。また、曲率の上限（雑音）と下限（平面）をどのように設定するかは原データの性質や曲率の利用方法に依存する。われわれの実験では、対象点の近傍において最も大きい法線の変位を利用して c の値を変化させている。

3章では、一次近似ネットを形成する際に曲率ベクトルを利用している。ここで実験に使用した円錐や円柱ではこのような手間をかけずにたとえば正方形の格子を使用しても同様の結果が得られると考えられる。しかし、一般に曲率線ネットはトポロジカルに同一にはならないのでそのような格子は限られた曲面にしか使用できない。例えば、楕円体の先端部分が見える場合やトーラスの場合はそうした例外である。前者では最大曲率線が特異点の周囲のループとなり、また後者では最小曲率線がループとなる。これらの対象に対しては、一次近似ネットを形成する際に同じ曲率線上のノードがループ状に

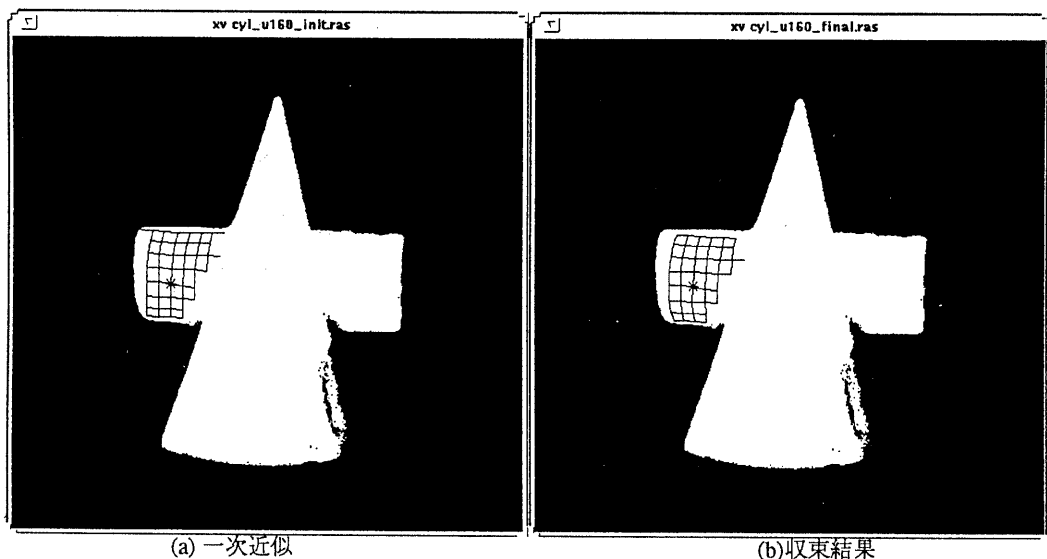


図9：円柱部その1 ($u = 160$)

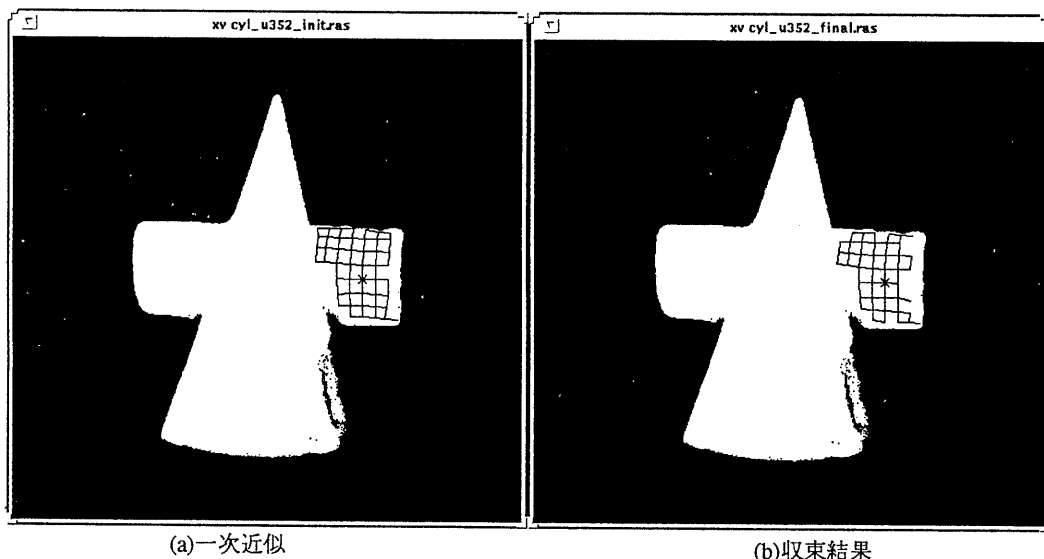


図10：円柱部その2 ($u = 352$)

なっているかどうかのチェックを行なわなければならない。ループになっていると判定されればその曲率線は両端がつながるような隣接情報を持つ必要がある。

図8-10ではリラクゼーションの結果、いくつかのリンクが切断されている。現在はいったん切断されたリンクを回復する処理を行っていないが、そのような機能を加えることで改善されると思われる。また、同様に変形の結果新しいノードを追加する必要が出てくる場合も考えられる。

3章で述べたように、現在のプログラムはノード間距離が一定になるような拘束条件をネットに与えている。しかし、もう一つの考え方として、ノード間の法線変位が一定になるような拘束も考えられる。そのような拘束によってリラクゼーションを行なうと、実験で使用したような円錐や円柱では最小曲率線の母線のみが残る。また、通常の曲面においても最大曲率線の数減り、それぞれのパッチは最小曲率方向に伸びた形になる。どちらの方法が適しているかは今後の研究課題である。

6 おわりに

本研究では、最大最小曲率線を用いて滑らかな均一の曲面の形状を表現する手法について述べた。まず曲率ベクトルを精度良く求めるために等傾斜ループを用いる方法について述べた。この方法は、実験によりその有効性が確かめられた。次に、得られた曲率ベクトルから格子状のパッチを形成するためにノード構造体を定義し、一次近似ネットを形成する方法について述べた。さらに、一次近似ネットをリラクゼーションにより滑らかに整合性が保たれるように変形する方法について述べた。最後にこれらの方法を実際の3次元データに対して実験した。その結果、曲面の形状を反映したネットが形成されることが示された。

本研究におけるアルゴリズムはまだ開発途上にあり、(1)リラクゼーションの際にネットを構成するノードやリンクを増加するアルゴリズム、(2)曲率線がループを形成するときの処理、(3)曲率線距離拘束の検証、が課題として残されている。また、その後は、(4)パッチを滑らかに接続する内挿表現の検討、(5)曲面同士の照合における曲率線ネットワークの参照アルゴリズム、(6)複数の曲面や平面で構成される物体の照合、などの研究を進めていく予定である。

参考文献

- (1)Oshima,M.,Shirai,Y., "A Model Based Vision for Scenes with Stacked Polyhedra Using 3D Data", Proc. '85 ICAR, pp.191-198(1985)
- (2)Parvin,B.,Medioni,G., "Segmentation of Range Images into Planar

Surfaces by Split and Merge", CVPR 1986, pp.415-417(1986)

- (3)Solina,F.,Bajcsy,R., "Recovery of Parametric Models from Range Images: The Case for Superquadrics with Global Deformation", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.12, No.2, pp.131-147(1990)
- (4)Boult,T.E.,Gross,A.D., "Recovery of superquadrics from depth information", Proc. 1987 Workshop Spatial Reasoning and Multi-Sensor Fusion, pp.128-137(1987)
- (5)堀越力,笠原久嗣, 「超2次関数による3次元形状インデクシング」, 信学論, Vol.J73-D-II, No.10, pp.1716-1724(1990)
- (6)Blinn,J.F., "A Generalization of Algebraic Surface Drawing", ACM Trans. Graphics, Vol.1, No.3, pp.235-256(1982)
- (7)町田聡, 「メタボールを囲む背景と最新のスーパーメタボール」, PIXEL, No.114, pp.49-55(1992)
- (8)阿部亨,木村正行, 「B-スプライン法による滑らかな物体のモデル化」, 信学報, PRU87-16, pp.81-86(1987)
- (9)Besl,P.J.,Jain,R.C., "Three-Dimensional Object Recognition", Computing Surveys, Vol.17, No.1, pp.75-145(1985)
- (10)大竹竜人,牧野光則,大石進一,堀内和夫, 「2変数ブレンディング関数を用いた自由形状曲面の生成」, 信学報, PRU 87-98, pp.39-45(1987)
- (11)Kasvand,T., "Surface Curvature in 3D Range Images", Proc.ICPR 1986, Vol.2, pp.842-845(1986)
- (12)Besl,P.J.,Jain,R.C., "Invariant Surface Characteristics for 3D Object Recognition in Range Images", CVGIP, Vol.33, pp.33-80(1986)
- (13)Abdelmalek,N.N., "ALGEBRAIC ANALYSIS FOR SURFACE CURVATURES AND SEGMENTATION OF 3-D RANGE IMAGES", Pattern Recognition, Vol.23, No.8, pp.807-817(1990)
- (14)Besl,P.J.,Jain,R.C., "Segmentation Through Variable-Order Surface Fitting", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.10, No.2, pp.167-192(1988)
- (15)Fan,T.-J.,Medioni,G.,Nevatia,R., "Segment Descriptions of 3-D Surfaces", IEEE J. of Robotics and Automation, Vol.RA-3, No.6, pp.527-538(1987)
- (16)石山豊,富田文明, 「仮想光源による距離画像分割」, 信学報, PRU92-69, pp.87-94(1992)