

相互反射は凹形状復元の有効な手掛かりである

楊 駿[†] 大西 昇^{†*} 杉江 昇[‡]

[†]名古屋大学工学部情報工学科

[‡]名城大学理工学部電気電子工学科

* 理化学研究所バイオミテック・コントロール研究センター

あらまし 1枚の陰影画像からの形状復元において、2つの面しか見えない場合、無限の解が存在する。しかし、対象物体が凹多面体の場合、相互反射成分を拘束条件として利用することで、解候補をしぼることができる。この考え方は、従来ノイズあるいは好ましくないものとして扱ってきた相互反射を積極的に利用する発想の転換に基づくものである。本研究では、凹をなす2つの面しか観測されない1枚の陰影画像から、凹面の形状を理論的には唯一に、計算精度を考慮した場合、最高2つの解に限定できることを示す。まず、ある点での相互反射の強度が、凹をなす2つの面の角度の単調減少関数になるための十分条件は、2つの面を重ねた時、その点が他方の面に含まれることであることを示す。これにより、エッジの中点の近傍での相互反射を用いて2つの面のなす角度が唯一に決められ、解を2つまでに限定することができる。さらに、2つの解の3次元的な形状の違いにより、相互反射成分の面内での分布の微妙な差異が存在することから、理論的に解を唯一に決めることができる。本手法の有効性は合成画像を用いた実験で確かめられた。

Interreflections Are Useful in Shape Recovery of Concave Polyhedron from a Single Image

Jun Yang[†] Noboru Ohnishi^{†*} Noboru Sugie[‡]

[†] Faculty of Engineering, Nagoya University

[‡] Faculty of Science and Technology, Meijo University

* Bio-Mimetic Control Research Center, RIKEN

Abstract There are generally an infinite number of solutions for a problem of determining shape from a single image where only two facets are visible. We propose a method to recover the shape of two facets, forming concave, from a shading image using interreflections. We discuss monotonousness of amount of interreflections with respect to the angle between two facets, and present its sufficient condition. According to this monotonousness, we can obtain an unique shape in theory and two kinds of shape in practical computation. Simulation experiments demonstrate the validity of the proposed method.

1. まえがき

工業製品の中には、多面体形状の部品が多く存在する。その中で、凹多面体の部品は数多く存在する。さらに、たくさんの部品をある角度で見れば、2つの面しか見えない、あるいは、3つ目の面の情報を利用しにくいことがしばしばある(図1)。本論文では、1枚の濃淡画像で、2つの面しか見えない凹多面体の形状復元を目的とする。

物体形状は画像理解・物体認識において重要な手がかりである。従来、陰影情報による多面体物体の形状の推定には、線画解釈や、Shape from Shading、フォトメトリック・ステレオなどの手法がある。

画像の陰影(輝度)情報を用いて物体の形状を復元する方法には、次のような方法がある。まず、フォトメトリック・ステレオ法[1]では、一般的に3枚の画像が必要で、任意の面に対して面の法線を唯一に求められる。二画像フォトメトリック・ステレオ法[2]では、面の輝度情報と直交性の拘束条件(画像中の面の交わりエッジがその面の勾配空間での連結線と直交)に基づいて面の法線を決める。この場合、2つの面が見えれば、物体表面の反射率と面の法線が唯一に決められる。また、1枚の画像による Shape from Shading [3]-[5]では、線画解釈の併用[6]-[8]により、多面体の形状を復元することができる。特に、杉原は線画の代数構造を利用し、過剰な方程式を取り除いて、誤差関数を最小化することで最適な解を求める方法[7][8]を提案した。ただし、この手法では、解を唯一に決めるために、4つ以上の面が見えなければならない。

ところで、凹多面体の場合、面と面との間に相互反射が生じるので、面の輝度は相互反射に影響され、光源のみで照明される時より面の輝度が強くなる。この問題に対して、従来の Shape from Shading と線画解釈を併用する手法では、復元された形状は相互反射成分のため、正確な形状推定ができない。従来、1枚の画像から形状を復元するほとんどの場合、相互反射は存在しないと仮定していた。最近になって、フォトメトリック・ステ

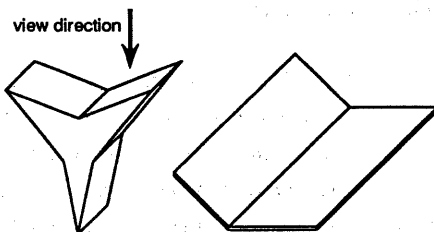


図1: 2つの面の情報しか使えない場合。

レオ[9]と二画像フォトメトリック・ステレオ[10]では、相互反射を取り除く反復計算により、多面体の真の形状にアプローチする手法がとられ、形状を正確に復元できることが示された。ただし、この2つの方法では、相互反射は害と見なされ、画像からそれを取り除くことを目的としている。一方、別な考え方をすれば、相互反射を拘束条件として、1枚の画像だけで、見える面の数の少ない場合でも解を決めることができる。このように相互反射は一枚の画像からの shape from shading の有効な手掛りである。

本研究では、1枚の陰影画像から形状を復元する問題において、従来ノイズと扱ってきた相互反射を積極的に利用し、それを解を決める拘束条件として使用する。本論文では、従来無限の解が存在する2つの面しか見えない問題に対して、相互反射を拘束条件にすることで、理論的には解を唯一に、実際の計算では、解を最高2つまでに限定できることを示す。また、合成画像を用いた実験結果により、本手法の有効性を示す。

本手法は、1枚の陰影画像から、凹面を含む一般的な多面体の形状復元問題に役に立つと考えている。

2. 問題解法の準備

本論文では、次のような仮定を設ける: 対象物体は2つの面しか見えない凹の多面体である(相互反射が存在する)。これらの面は拡散反射特性を持ち、反射率は既知である。照明は照度と方向既知の平行光線で、画像は正射影系で撮ったものである。

ここでの凹面の仮定は、必ずしも必要ない。なぜなら、入力画像の各面での輝度の分布(均一かどうか)或は分散(の大小)で多面体が凸か凹かを判別できるからである。

2.1 直交性条件

3次元空間と勾配空間との間には双対性がある。3次元空間での点、線、面は、勾配空間では面、線、点で表すことができる。そして、図2で示したように、3次元空間での2つの面の交わりエッジは勾配空間での2つの面を表す点の連結線と直交な関係(直交性条件)を持つ。

$$(\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{e}_{ij}) = (\mathbf{n}_j \cdot \mathbf{e}_{ij}) = 0,$$

$$(\mathbf{n}_i - \mathbf{n}_j \cdot \mathbf{e}_{ij}) = (p_i - p_j)e_{ijx} + (q_i - q_j)e_{ijy} = 0,$$

ここで、 \mathbf{n}_i 、 \mathbf{n}_j はそれぞれ面 F_i 、 F_j の法線ベクトルで、 \mathbf{e}_{ij} はこの2つの面の交わりエッジ・ベクトルである。さらに、2つの面の凹凸により、勾配空間でこの2つの面を表す2つの点の位置関係

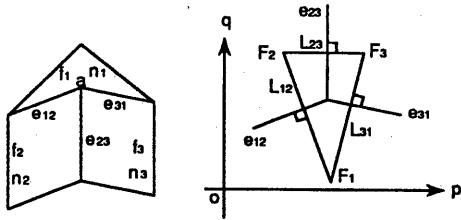


図 2: 3次元空間と勾配空間との双対性。

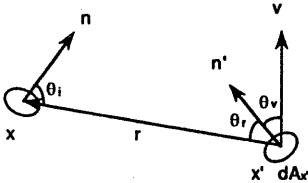


図 3: 2つの面素の間の相互反射。

(3次元空間での2つの面とエッジとの位置関係が同じか、逆か)が決まる。

2.2 相互反射

相互反射とは、物体の1つの面素が光源に照明されるだけでなく、この物体の他の面素(凹面)、或は他の物体(複数物体)の面にも照らされることである。実世界では、凹の物体、複数物体の場合が多く存在する。このような場合では、相互反射が生じる。

相互反射の影響で、物体表面の輝度は光源だけに照明される時より大きくなる。光源だけの照明モデルで計算される面の法線は真のものより光源に向き、復元した形状は真のものより平になる。一般的に、カメラから見た物体表面の輝度は次の式で表すことができる。

$$I_v = I + I_{int}, \quad (1)$$

ここで、 I_v はカメラから見た物体表面の輝度で、 I は光源の照明による輝度(1次反射)で、 I_{int} は相互反射による輝度である。

物体表面が拡散反射特性を持つことにより、画像中の2つの単位面積の画素に対して、3次元空間で見れば、図5で示したように、2つの面素 x 、 x' の間の距離 $|r|$ が面素のサイズより十分大きい時、面素 x' による面素 x での相互反射の強度は次の式で計算できる [9] [11]。

$$dI_{int}(x, x') = \frac{\rho}{\pi} \frac{1}{r^2} L(x') \cos \theta_i \text{view}(x, x') \frac{\cos \theta_r}{\cos \theta_v}. \quad (2)$$

ここで、 $L(x')$ は面素 x' の輝度である。 $\text{view}(x, x')$ は、2つの面素がお互いに見えるかを表す。その値は、見える時1、見えない時0である。

画像全体について積分すれば、面素 x での相互反射の強度が求められる。

$$I_{int}(x) = \int_{x' \in \text{image}} dI_{int}(x, x'). \quad (3)$$

この $x' \in \text{image}$ は画像に属する全ての画素を表す。

2.2.1 単調性の条件

相互反射を、解を決める拘束条件として使用するためには、相互反射の強度と面のなす角度との関係を知る必要がある。以下で、凹面をなす2つの面のなす角度が減少するにつれて、ある面素での相互反射の強度が単調に増加する十分条件を示す。

相互反射の強度を正確、かつ定量的に解析するのは非常に困難である。その理由として次の3つがあげられる。まず、相互反射の計算式は非線形関数である。そして、相互反射は画像全体の積分によるものである。さらに、相互反射には3次以上の反射が含まれる。3次以上の反射とは、1つの面に対して、他の面からの反射を受けると同時に、この面で生じた相互反射は他の面にも反射され、その輝度に影響する。

そこで、問題を単純化するため、相互反射を2次反射と高次反射に分けて議論する。高次反射は2次反射に減衰係数を乗じた級数と考えると良いので、2次反射に単調性があれば、高次反射を含めた相互反射の単調性を言える。

結論を言えば、凹面の2つの面を重ねた(2つの面のなす角度を0度にした)時、一方の面での点が高方の面に含まれれば、この点での2次反射の強度は、この2つの面のなす角度の単調減少関数である(証明は付録1参照)。

以上、2次反射のみの場合について議論したが、高次反射が2次反射に減衰係数を乗じた級数と見なせるため、上述のことは一般的な場合にも適用できる。

3. 形状復元

以上の解析により、直交性と相互反射との2つの拘束条件が得られた。次に、幾つの解が存在するか、そして、解をどう決めるかについて説明する。

3.1 解は幾つか?

2つの面の法線を $n_1 = (-p_1, -q_1, 1)^T$ と $n_2 = (-p_2, -q_2, 1)^T$ とする。

3.1.1 相互反射を考えない場合

図4に示したように、2つの面に対して、1つの面の輝度は I_1 で、この面の可能な法線は輝度 I_1

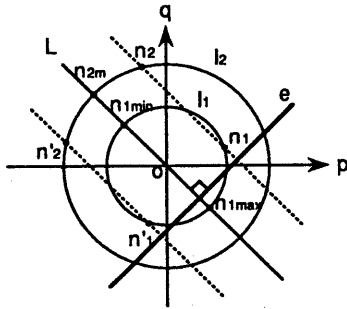


図 4: 2つの可能な解。

の楕円上の全ての点である。もう1つの面の可能な法線は輝度 I_2 の楕円上の全ての点である。直交性拘束条件を考慮すれば、図4に示したように、エッジ e に直交する直線 (図中の L や、破線) と楕円 I_1 、 I_2 との交点が解であり、無限に存在する。条件と未知数の数で言えば、条件は2つ面の輝度値と1つの直交性拘束条件で、合計3つである。一方、未知数は2つの法線ベクトルの p, q で、合計4つである。未知変数の数は条件の数より多いため、無限の解が存在する。

3.1.2 相互反射を考慮する場合

未知数は2つの面の勾配の4つである。一方、相互反射を考えると、拘束条件が1つ増え、合計4つの拘束条件となるので、この問題を解くことができ、2つの解が得られる。以下で、解を決める方法を説明する。

2.2.1 で述べたように、2つの面がなすエッジの midpoint の近くの領域での相互反射の強度は2つの面のなす角度の単調減少関数であるので、相互反射の強度で面のなす角度を決めることができる。このことを反射率マップを用いて以下で説明する。なお、説明を簡単にするため、光源とカメラはともに z 軸上にある (オーバーヘッドの光源配置) とする。そして、一般の光源配置の場合は 3.2 で述べる。

図4に示したように、反射率マップ (面の輝度は1次反射成分のみ考える) では、光源ベクトルに相当する点 O を通ってエッジに直交する直線 L は、2つの面の輝度 I_1 、 I_2 ($I_1 > I_2$) に対応する円と交わり、4つの交点が得られる。凹をなす2つの面の位置関係を考慮すれば、4つの交点から n_{1min} 、 n_{1max} 、 n_{2m} を決めることができる。ここで、点 n_{1min} (相互反射の最小点) と n_{2m} は2つの面のなす角度が最大になる場合と対応し、相互反射が最小である。一方、点 n_{1max} (相互反射の最大点) と n_{2m} は2つの面のなす角度が最小になる場合に対応し、相互反射が最大である。

これらの最小、最大点に対応する法線ベクトル

は、ガウス球で光源ベクトルを含む平面上にある。そして、面1の法線 n_1 を最小点 n_{1min} から最大点 n_{1max} まで移動させると、面の輝度 (1次反射成分) と直交性の拘束条件を満足する2つの面のなす角度は単調に減少する (証明は付録2参照)。したがって、エッジの midpoint の近傍での相互反射は単調に増加する。このことから、直線 L で分割された勾配空間 $o-pq$ の半平面それぞれで解 n_1 、 n_2 を唯一に決めることができる。

また、直線 L に対して、 n_1 、 n_2 と対称になる法線ベクトル n'_1 、 n'_2 (図4) を持つ2つの面で構成される角度も法線が n_1 、 n_2 の面のなす角度と同じであることは明らかであるため、 n'_1 、 n'_2 も別の可能な解である。

以上をまとめると、相互反射の強度と2つの面のなす角度との関係を考慮すれば、一般的に2つの解が存在する。ただし、面の法線が反射率マップの最小点 n_{1min} 、或は最大点 n_{1max} に一致する場合、2つの面の法線は唯一に求められる。

3.1.3 面の端による相互反射を考慮した場合

ここで、面の端による相互反射の分布の微妙な違いを考慮して、この2つの解についてさらに解析する。 $o-pq$ 平面での直線 L に対称な2つの可能な解の形状を3次元空間で見れば、図5になる (実線と破線はそれぞれ2つの可能な解を表している。側面図は、2つの面の交わりエッジに直交する方向から見たものである)。図5では、2つの可能な解の3次元空間でのエッジは、光源ベクトルに対して対称になっている。このような空間配置の関係を持つ2つの解に対して、もし2つの解の面の3次元的な形が完全に同じであれば、カメラからの物体の見え方 (輪郭) は違わずである (図5(a))。逆に、カメラからの物体の見え方 (正射影像) が同じとすれば、2つの解の面の3次元的な形が違う (図5(b)を参照)。したがって、画像から得た2つの解の形状 (図5(b)) の差異により相互反射の分布は違ってくる。

この相互反射の分布の違いを検証するため、実験1 (4. で後述) の形状モデルとそれに対称な別の解の形状に基づいて2枚の画像の輝度を計算した。図6は2つの形状での輝度値の差を表している。ここで、光源の照明による面の一次反射の輝度 (相互反射なし) は同じなので、図6は相互反射の分布によるものである。また、図6での濃度は、輝度差が0の時背景と同じ中間色で、輝度差の値が大きいほど白くなり (最大7)、小さいほど黒くなる (最小-5)。したがって、撮影された画像の明るさと完全に一致する解は唯一である。

しかし、実際の計算では、エッジ抽出オペレータによって抽出されたエッジは物体の真のエッジと完全に一致することが難しい。そして、画像の解

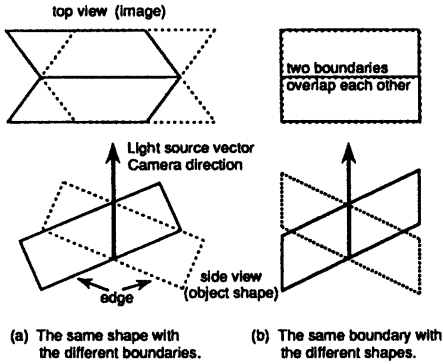


図 5: 3次元形状と画像中の境界線との関係。

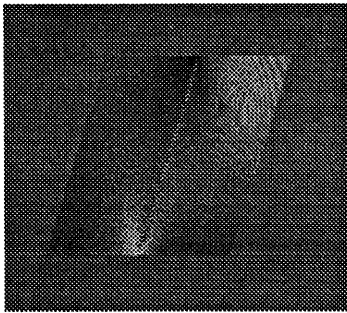


図 6: 2つの可能な解による相互反射の差の分布。

像度や、画像の輝度、及び量子化誤差などの原因により、解と相互反射の計算に誤差が残る。特に、面の法線が反射率マップの最小点、或は最大点の近くの点に対応する時、2つの可能な解による相互反射の分布の差は小さいので、2つの解のどちらが真の解であるかを定めることは難しい。したがって、実際の計算では、問題の解を2つに限定するのとどめる。

以上をまとめると、凹をなす2つの面の問題に対して、相互反射の拘束条件を利用すれば、理論的には解を唯一に決めることができる。しかし、実際の計算になると、種々の誤差により、解を2つまでに限定できる。

3.2 一般の光源配置

一般の光源配置の場合、反射率マップは同心円の集合ではなく、2次曲線の集合となる。したがって、反射率マップでは、2つの解が直線 L について対称な関係 (図4参照) ではなくなる。ただし、反射率マップはガウス球を勾配空間へ中心射影させたものであるので、ガウス球での解の関係を議論して、反射率マップに投影すれば良い。

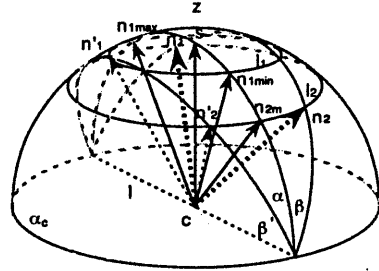


図 7: ガウス球での各ベクトルの関係。

3.1.2 節で議論した特別な (オーバーヘッド) 光源配置の場合、反射率マップでの各ベクトルの関係をガウス球で見れば、図7に示したように、最小点、最大点に対応するベクトル n_{1min} 、 n_{1max} 、 n_{2m} は光源ベクトル s を含む平面 α 上にある。この平面と光源ベクトルに直交するガウス球の大円平面 α_c との交線は l である。そして、1つの解の2つの法線ベクトル n_1 と n_2 で1つの平面 β が構成される。平面 β と平面 α_c との交線も l である。同様に、別の解の法線ベクトル n_1' と n_2' で平面 β' が構成され、平面 β' と平面 α_c との交線も l である。さらに、平面 β と平面 α とのなす角度は平面 β' と平面 α とのなす角度と同じである。

一般の光源配置は、オーバーヘッドの配置での光源と物体を一緒にある角度回転させたものと同じである。この回転は、まず、オーバーヘッドの配置のガウス球を z 軸 (カメラの光軸) に回し、一般の配置の光源ベクトルと z 軸で構成された平面が直線 l と直交するようにする。そして、直線 l を軸としてオーバーヘッドの光源ベクトル (まだ z 軸にある) を一般の光源配置の光源ベクトルと一致するように回転する。この回転によっても、直線 l は依然勾配空間の $o-pq$ 平面と平行である。また、光源と物体の相対的な位置関係は不変である。したがって、2つの面の輝度 I_1 、 I_2 は、一般の光源配置の場合もオーバーヘッドの光源配置の場合も同じである。そして、ガウス球においては、軸の回転でも、各ベクトル及び各平面の間の位置 (角度) 関係は変わらないので、一般の光源配置の場合でも、平面 α と平面 β とのなす角度は、平面 α と平面 β' とのなす角度と同じである。

一般の光源配置の場合の反射率マップは、この回転されたガウス球上のベクトルを勾配空間へ投影させたものである。したがって、一般の光源配置の反射率マップでも、最小点、最大点および光源ベクトルの点は同一直線上にあり、解である2つの法線の勾配空間での連結線は直線 L に平行である。ただし、2つの解は直線 L に関して対称で

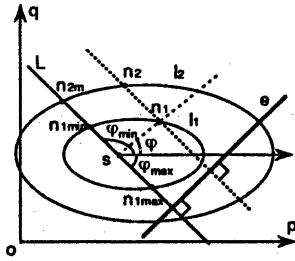


図 8: φ を用いた解の導出。

はなくなる(投影角度が違うため、直線 L までの距離が違う)。また、反射率マップの連続性は変わらないので、一般の光源配置の場合でも、面の法線ベクトルを最小点から最大点まで移動させると、面の輝度(一次反射)と直交性の拘束条件を満足する2つの面のなす角度は単調に減少する。

さらに、面の端による相互反射の分布の微妙な違いを考えると、一般の光源配置の場合でも、図5と似たような3次元的な形状と画像中の境界線との関係(ただし、光源ベクトルが斜めになって、2つの形状も光源ベクトルと同時に回転する)があるので、2つの解のカメラからの見え方が同じため、3次元空間での2つの解の形状は違う。したがって、2つの解の3次元的な形状による相互反射の分布は違ってくる。故に、画像の輝度分布と完全に一致する解は1つしかない。

以上をまとめると、一般の光源配置の場合でも、理論上では解が唯一であるが、実際の計算では、解を2つまでに限定できる。

3.3 解の決め方

上述の相互反射の性質により、直線 L で反射率マップを2つに分けて(図8)、この2つの部分に対して2分法でそれぞれ解を求めることができる。次に、我々のアルゴリズムを述べる。

step1 入力画像からエッジを抽出する(DOGアルゴリズム)。

step2 各面の頂点を抽出し、エッジをセグメントする。そして、面のラベル付けをする。

step3 反射率マップで、光源ベクトルの点を通してエッジに直交する直線 L を引く。直線 L と面の輝度 T_1, T_2 (それぞれ相互反射の取り除かれた面の中心での輝度の平均を表す)に対応する2次曲線との交点である最小点 n_{1min} と最大点 n_{1max} を求める。最小点と最大点の光源ベクトルの点を通り p 軸に平行な方向に対する方位角 φ_{min} と φ_{max} を計算する。直線 L で反射率マップを $[\varphi_{max}, \varphi_{min}]$ と $[\varphi_{min}, \varphi_{max} + 2\pi]$ の2つの部分に分ける。

step4 繰り返し回数を $n = 1$ 、初期方位角を $\varphi = (\varphi_{min} + \varphi_{max})/2$ とする。

step5 光源ベクトル、面1の輝度 T_1 ($T_1 > T_2$) と方位角 φ を用いて、面1の範囲 $[\varphi_{max}, \varphi_{min}]$ での法線 n_1 を求める。そして、直交性拘束条件で面2の法線 n_2 を求める。

step6 2つの面の形状を復元し、入力画像から相互反射を取り除き、 $T_i (i = 1, 2)$ を計算する。

step7 相互反射の取り除かれた画像の各面での輝度の分散が閾値より小さければ、処理を終了させる。そうでなければ、次のステップへ行く。

step8 もし、 $T_{ci} > T_i (i = 1, 2)$ (T_{ci} は相互反射の取り除かれた画像のエッジの中心の近傍での平均輝度を表す) なら、(計算された相互反射は真の値より弱いことを意味するので、相互反射が増えるように) $\varphi = \varphi + \Delta\varphi$ (修正角度 $\Delta\varphi = (\varphi_{max} - \varphi_{min})/2^{n+1}$) で方位角を修正する。逆に、 $T_{ci} \leq T_i$ なら、(計算された相互反射は真の値より強いことを意味するので、) $\varphi = \varphi - \Delta\varphi$ で方位角を修正する。そして、繰り返し回数 n を1増やして、step5へ行く。

上のアルゴリズムでは、 $[\varphi_{min}, \varphi_{max}]$ の範囲での解の導出を説明している。 $[\varphi_{min}, \varphi_{max} + 2\pi]$ の部分に対しては、step4,5及び8の φ_{max} を $\varphi_{max} + 2\pi$ に置き換えれば、同様な処理ができる。

実際の計算では、相互反射を含まない面の輝度が得られない。特に初期の計算で求めた面の法線は相互反射の影響で余計に光源に向いている。これにより、復元された形状は平になり、計算された相互反射は弱くなり、方位角の修正を正しく行なうことが困難になる。この問題を防ぐため、最初の計算では、step5とstep6だけを2回実行してから、上に示したアルゴリズム通りに計算する。このようにして、相互反射が形状に及ぼす影響を押えることができ、形状復元精度をあげることができる。

4. 実験

前述のアルゴリズムを使って、合成画像を用いて実験を行なった。実験では、光源とカメラを z 軸に固定し、多面体の反射率を0.75にし、2つの面の各頂点の座標を与えて画像を作成した。画像は256階調で、そのサイズは256×240であった。

実験1 図9(a)は相互反射を含む合成画像である。その物体の形状の原型は図9(b)で示したもので、2つの面のなす角度は約95度である。図9(c)は、2つの面のなす角が同じで、カメラからの見え方も同じもう1つの形状である。図9(d)、(e)はこの合成画像から求められた2つの可能な解である。推定された2つの面の法線の誤差は、1つの

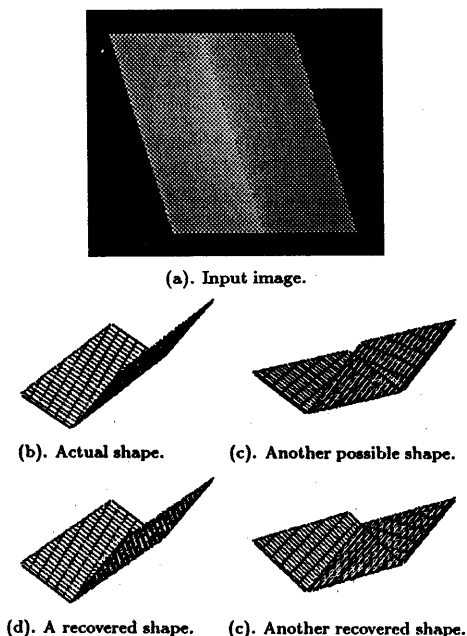


図 9: 2つの解が存在する場合の実験結果。

解では 2.8 と 3.9 度、別の解では 2.9 と 3.9 度であった。この実験では、面の輝度の分散の閾値を 4.0 とした。それぞれの解を得るための繰り返し回数はともに 5 回であった。

実験 2 図 10(a) は図 10(b) で示した形状における合成画像で、2つの面のなす角度は約 132 度である。この実験では、3次元空間での2つの面の交わりエッジは光源ベクトルに直交するため、面の法線は反射率マップでの最小点に対応する。したがって、もう1つの対称な形状はそれ自身で、解は唯一である。図 10(c)、(d) は合成画像から推定された2つの解である。2つの面の真の法線は $(-1.50, 0.462, 1.00)^T$ と $(-0.167, 0.0513, 1.00)^T$ で、1つの解の2つの面の法線は $(-1.52, 0.345, 1.00)^T$ と $(-0.145, -0.0766, 1.00)^T$ で、その法線の誤差は 3.6 と 7.4 度であった。別の解の2つの面の法線は $(-1.45, 0.570, 1.00)^T$ と $(-0.0783, 0.148, 1.00)^T$ で、その法線の誤差は 3.7 と 7.4 度であった。この実験では、面の輝度の分散の閾値を 1.0 とした。繰り返し回数はともに 4 回だった。

本手法の有効性はこれらの実験結果により示された。

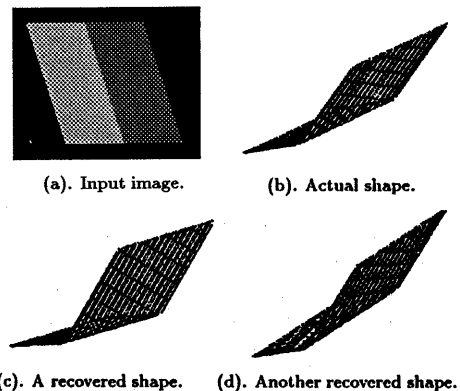


図 10: 解が唯一の場合の実験結果。

5. 考察

実験結果により、相互反射が弱くなるにつれて、復元された形状の誤差が大きくなることがわかった。これは面の法線を求めるときに相互反射の拘束条件を使用したためである。すなわち、相互反射が強いほど、相互反射の拘束条件がきつくなるので、求められた解の精度は高くなる。逆に、相互反射が弱いほど、相互反射の拘束条件がゆるくなるので、求められた解の誤差は大きくなる。

次に、相互反射の強度により、相互反射が取り除かれた面の輝度の分散が異なることがわかった（そのため、実験では、輝度の分散の閾値は異なる値を使用した）。このことから、入力画像の各面の輝度の分散（初期輝度の分散）に一定の係数を乗じて、その値を分散の閾値とするような閾値の設定の自動化は可能と考えられる。

一方、本手法では、直交性拘束条件は絶対条件として使われた。しかし、実際の計算の場合、エッジ検出オペレータで抽出したエッジが真のエッジと一致しないのは極普通のことである。そして、求められた形状や、相互反射などの精度はエッジの誤差にも影響される。したがって、画像の輝度や、直交性、相互反射などの拘束条件を項として含む誤差関数を設け、それを最小化する最適解を求めれば、形状復元の精度を向上させることができると考える。

また、本論文では、物体の凹をなす2つの面しか見えないと仮定し、理論上での解の唯一性を示し、実際の計算で解を2つまでに限定できた。凹面をなす3つ以上の面が見える場合、各面で適当な画素を選んで（画素と1つの面との距離を近くして、他の面との距離を遠くするように、本来は3つの面での相互反射だが、2つの面間での相互

反射で近似できるような画素を選ぶ)、相互反射の性質と拘束条件を使えば、本論文で示した方法で解を唯一に求められる。

6. まとめ

1枚の画像から形状を復元する問題に対する従来の研究は、対象物体を単一の凸物体と限定し、相互反射が存在しないと仮定するのがほとんどであった。そして、1枚の画像から多面体の形状を復元する場合、一般的に、4つ以上の面が見えなければ解を唯一に決められない。また、画像の陰影情報に基づく形状復元の他の手法でも、相互反射は邪魔ものとして扱われてきた。

本論文では、視点を変えて、従来害と見られてきた相互反射を積極的に利用し、それを解を決める拘束条件として使用した。これにより、無限の解が存在する2つの面しか見えない問題に対して、理論的には解が唯一であることを示し、実際の計算では、解を2つまでに限定することができた。今後の課題としては、誤差関数の最小化による最適解の導出、任意の多面体に適応できるようなアルゴリズムの拡張を考えている。

謝辞

著者の一人楊は、国際コミュニケーション基金(ICF)より助成を受けている。また、本研究は文部省科学研究費補助金重点領域研究(1)「脳の高次情報処理」(#05267105)の助成による。ここに、謝意を表する。

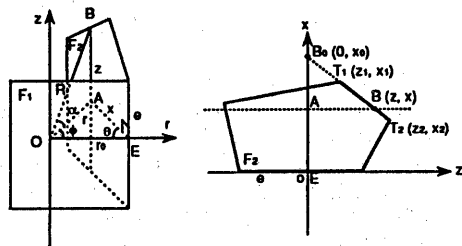
参考文献

- [1] Woodham, R.J.: "Reflectance Map Techniques for Analyzing Surface Defects in Metal Casting.", M.I.T. AI-TR 457 (1978-6)
- [2] J.Yang, N.Ohnishi and N.Sugie: "Recovery of Shape and Reflectance of a Convex Polyhedron by Two Image Photometric Stereo", Asian Conference on Computer Vision, (Osaka, Japan), pp. 604-607 (1993-11).
- [3] B.K.P. Horn: "Image Intensity Understanding", Artificial Intelligence, Vol. 8, No. 2, pp. 201-231 (1977-4).
- [4] B.K.P. Horn: "Robot Vision", MIT Press, Cambridge, MA (1986).
- [5] B.K.P. Horn and M.J. Brooks: "Shape from Shading", MIT Press, Cambridge, Massachusetts (1989).
- [6] S.A. Shafer and T. Kanade: "Using Shadows in Finding Surface Orientations", Computer Vision, Graphics and Image Processing, Vol.22, No.1, pp. 145-176 (1983-4).
- [7] K. Sugihara: "An Algebraic Approach to Shape-from-Image Problems", Artificial Intelligence, Vol.23, No.1, pp. 59-95 (1984-5).
- [8] K. Sugihara: "A Necessary and Sufficient Condition for a Picture to Represent a Polyhedral Scene", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.6, No.5, pp. 578-586 (1984-9).
- [9] S. K. Nayar, K. Ikeuchi, and T. Kanade: "Shape from Interreflections", Proc. IEEE Computer Society, Third International Conference on Computer Vision(Osaka) pp. 1-11, (1990-12).
- [10] J. Yang, N. Ohnishi and N. Sugie: "Shape and Reflectance of a Polyhedron from Interreflections by Two-Image Photometric Stereo", IEICE Transactions on Information and Systems, Vol.E77-D, No.8, pp. 1017-1021 (1994-9).
- [11] J.J. Koenderink and A.J. van Doorn: "Geometrical Modes as a General Method to Treat Diffuse Interreflections in Radiometry", Journal of Optical Society of America, Vol.73, No.6, pp. 843-850 (1983-6).

付録1 相互反射の単調性

ここで、2次反射のみの場合について、ある点での相互反射が2つの面のなす角度の単調減少関数になる十分条件を示す。

まず、図11(a)のように円柱座標系を設ける。ここで、面 F_1 のある点を座標の原点 O とし、この点からエッジまでの距離は r_0 である。面 F_1 を r, z 軸で構成された平面におき、エッジ e が z 軸に平行なるように座標系を設定する。2つの面のなす角度を θ とし、エッジ e と r 軸の交点を E 、面 F_2 と $z=0$ の平面との交線上の任意の点 A の座



(a) Two facets in cylindrical coordinates. (b) Coordinates on F_2 .

図 11: 設定した円柱座標系。

標を $(r, \phi, 0)$ とする。そして、点 A を通り、エッジ e と平行な直線上の任意の点 B と極平面との角度 $\angle AOB$ は α で、点 B から点 O までの距離は R とする。また、面 F_2 に対して、図 11(b) のように、エッジ e を z 軸にし、 E 点を通し、かつ e に直交するように x 軸を設ける。このようにして、式 (3) による O 点での相互反射は面 F_2 で dx, dz の二重積分になる。

式 (2) の各パラメータの定義により、 $\cos \theta_i = \cos \alpha \sin \phi$, $\cos \theta_r = \cos \alpha \sin(\theta + \phi)$ 。また、 $\text{view}(x, x') = 1$, $\cos \theta_v = 1$, ρ と $L(x')$ は定数であるため、式 (3) を次式に書き換えることができる。

$$I_{\text{int}} = \frac{\rho}{\pi} L \int_{F_2} \frac{1}{R^2} \cos^2 \alpha \sin \phi \sin(\theta + \phi) dx dz. \quad (4)$$

そして、 $\triangle OAE$ に対して、

$$\frac{r}{\sin \theta} = \frac{r_0}{\sin(\theta + \phi)} = \frac{x}{\sin \phi}. \quad (5)$$

したがって、

$$r = r_0 \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \phi)}. \quad (6)$$

$$\frac{dr}{d\phi} = -r \frac{\cos(\theta + \phi)}{\sin(\theta + \phi)}. \quad (7)$$

$$x = r \frac{\sin \phi}{\sin \theta}. \quad (8)$$

$$dx = \left[-\frac{\sin \phi \cos(\theta + \phi)}{\sin \theta \sin(\theta + \phi)} r + \frac{\cos \phi}{\sin \theta} r \right] d\phi \\ = \frac{r}{\sin(\theta + \phi)} d\phi. \quad (9)$$

また、 $\triangle OAB$ に対して、

$$R = r / \cos \alpha.$$

$$z = r \tan \alpha.$$

したがって、

$$dz = \frac{r}{\cos^2 \alpha} d\alpha. \quad (10)$$

以上の dx, dz, R など を式 (4) に代入すると、

$$I_{\text{int}} = \frac{\rho}{\pi} L \int_{F_2} \cos^2 \alpha \sin \phi d\alpha d\phi \\ = \frac{\rho}{\pi} L \int_0^{\phi_{\text{max}}} \int_{l_\alpha(\phi)} \cos^2 \alpha d\alpha \sin \phi d\phi. \quad (11)$$

ここで、式 (11) の被積分項は 0 より大きいので、 α の積分領域 $l_\alpha(\phi)$ と ϕ_{max} は θ の増加につれて単調に減少する条件を求める。

まず、 ϕ についての十分条件を示す。

$\triangle OAE$ において、

$$\tan \phi = x \sin \theta / (r_0 - x \cos \theta). \quad (12)$$

ここで、点 A を面 F_2 でのエッジ e の最遠点とすれば、対応する角度 ϕ は ϕ_{max} となる。すなわち、

$$\tan \phi_{\text{max}} = x_{\text{max}} \sin \theta / (r_0 - x_{\text{max}} \cos \theta). \quad (13)$$

式 (13) を θ に微分すると、

$$\frac{1}{\cos^2 \phi_{\text{max}}} \frac{d\phi_{\text{max}}}{d\theta} = \frac{d \tan \phi_{\text{max}}}{d\theta} \\ = \frac{x_{\text{max}} (r_0 \cos \theta - x_{\text{max}})}{(r_0 - x_{\text{max}} \cos \theta)^2}. \quad (14)$$

ここで、 $x_{\text{max}} > 0$, $(r_0 - x_{\text{max}} \cos \theta)^2 > 0$, $1/\cos^2 \phi > 0$ ので、 $\frac{d \tan \phi}{d\theta} < 0$ なら、 $r_0 \cos \theta - x_{\text{max}} < 0$ が必要となる。したがって、 $r_0 < x_{\text{max}}$ ($\theta = 0$ の時と見ればよい) であれば、 ϕ_{max} は θ の単調減少関数となる。

次に、 $\alpha(\phi)$ についての十分条件を議論する。

図 11(b) で示したように、点 $B(z, x)$ は面 F_2 の境界線上にあるとする。この境界線の線分の両端点はそれぞれ $T_1(z_1, x_1)$ と $T_2(z_2, x_2)$ とする。従って、この線分の方程式は次式になる。

$$\frac{z - z_1}{z_2 - z_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}. \quad (15)$$

線分上の点の z 座標は次式で表せる。

$$z = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} x + \frac{x_2 z_1 - x_1 z_2}{x_2 - x_1}. \quad (16)$$

式 (5) により、

$$x = r_0 \frac{\sin \phi}{\sin(\theta + \phi)}. \quad (17)$$

角度 ϕ に対応する α の最大値 $\alpha_{\text{max}}(\phi)$ を α_{max} に省略する。 $x - z$ 座標の右半分 ($z \geq 0$) での B 点に対して、

$$\tan \alpha_{\text{max}} = z/r. \quad (18)$$

式 (16) の z と式 (6) の r を上の式に代入すると、次式が得られる。

$$\tan \alpha_{\text{max}} = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} \frac{\sin \phi}{\sin \theta} + \frac{x_2 z_1 - x_1 z_2}{r_0 (x_2 - x_1)} \frac{\sin(\theta + \phi)}{\sin \theta}. \quad (19)$$

この式の α_{max} を θ に対して微分すると、次式が得られる。

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha_{\text{max}}} \frac{d\alpha_{\text{max}}}{d\theta} = \frac{d \tan \alpha_{\text{max}}}{d\theta} \\ = -r_0 \frac{\sin \phi (z_2 - z_1)}{\sin^2 \theta (x_2 - x_1)} (r_0 \cos \theta - \frac{x_1 z_2 - x_2 z_1}{z_2 - z_1}). \quad (20)$$

ここで、 $r_0 > 0$, $\sin \phi > 0$ ($0 < \phi < \pi$), $\sin^2 \theta > 0$, $\cos^2 \alpha > 0$ があるため、 α_{max} が θ の単調減少関数になる必要条件是、

$$d\alpha_{max}/d\theta < 0$$

である。すなわち、

$$\frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} (r_0 \cos \theta - \frac{x_1 z_2 - x_2 z_1}{z_2 - z_1}) > 0. \quad (21)$$

上の式の中で、

$$\frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} = 1/k,$$

$$\frac{x_1 z_2 - x_2 z_1}{z_2 - z_1} = x_0.$$

ここで、 k は線分 $T_1 T_2$ の傾き、 x_0 は、線分 $T_1 T_2$ の延長線と x 軸との交点の x 座標である (図 11 参照)。従って、式 (21) の必要条件是次式で表せる。

$$\frac{1}{k} (r_0 \cos \theta - x_0) > 0. \quad (22)$$

式 (22) により、 $k < 0$ の場合、 $r_0 \cos \theta - x_0 < 0$ は必要条件である。すなわち、 $r_0 < x_0$ は十分条件である。

$k > 0$ の場合、 $r_0 \cos \theta - x_0 > 0$ は必要条件である。すなわち、 $x_0 < 0$ は十分条件である。

$x - z$ 座標の左半分 ($z < 0$) の点に対して、同様な方法で次の結論が得られる。

$k < 0$ の場合、 $r_0 \cos \theta - x_0 > 0$ は必要条件である。すなわち、 $x_0 < 0$ は十分条件である。

$k > 0$ の場合、 $r_0 \cos \theta - x_0 < 0$ は必要条件である。すなわち、 $r_0 < x_0$ は十分条件である。

以上をまとめると、面上のある点での 2 次反射の強度が 2 つの面のなす角度の単調減少関数であるための十分条件は、2 つの面を重ね合わせる (2 つの面のなす角度を 0 にする) 時、この点がお互いの面の境界線に囲まれることである。

付録 2 面のなす角度の単調性

面の法線を反射率マップでの最小点から最大点まで移動させる時に、2 つの面のなす角度が単調に変化することを証明する。

2 つの面のなす角度は座標の変換に不変性を持つため、図 4 の直線 L が p 軸に平行となるように回転する (図 12)。反射率マップの p 軸の上半部は下半部と対称であるので、上半部だけを証明すれば良い。2 つの円の方程式を

$$p^2 + q^2 = r_1^2,$$

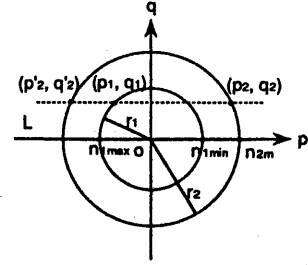


図 12: 座標回転した後の反射率マップ。

$$p^2 + q^2 = r_2^2,$$

と仮定する。ここで、 $r_2 > r_1$ 。

図 12 に示したように、円 r_1 の上の任意の 1 つの点 (p_1, q_1) に対して、直交性により、円 r_2 で点 (p_2, q_2) を得ることができる。(注意、面とエッジとの位置関係により、点 (p_2, q_2) は適切でない。) したがって、

$$p_1^2 + q_1^2 = r_1^2,$$

$$p_2^2 + q_2^2 = r_2^2,$$

$$q_2 = q_1.$$

2 つの面のなす角度を θ とすれば、2 つの面の法線のなす角度は $\pi - \theta$ となるので、

$$\begin{aligned} \cos(\pi - \theta) &= -\cos \theta \\ &= \frac{(p_1 p_2 + q_1 q_2 + 1)}{(\sqrt{p_1^2 + q_1^2 + 1} \sqrt{p_2^2 + q_2^2 + 1})} \\ &= \frac{p_1 \sqrt{r_2^2 - r_1^2 + p_1^2 + r_1^2 - p_1^2 + 1}}{\sqrt{r_1^2 + 1} \sqrt{r_2^2 + 1}}. \end{aligned} \quad (23)$$

上の式を p_1 で微分すると、

$$\begin{aligned} \sin \theta \frac{d\theta}{dp_1} &= \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + 1} \sqrt{r_2^2 + 1}} \left(\frac{r_2^2 - r_1^2 + 2p_1^2}{\sqrt{r_2^2 - r_1^2 + p_1^2}} - 2p_1 \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + 1} \sqrt{r_2^2 + 1}} \left(\frac{p_2^2 + p_1^2}{p_2} - 2p_1 \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + 1} \sqrt{r_2^2 + 1}} \frac{(p_1 - p_2)^2}{p_2} \\ &> 0. \end{aligned} \quad (24)$$

θ の領域 $(0, \pi)$ で、 $\sin \theta > 0$ であるので、 $\frac{d\theta}{dp_1} > 0$ 。したがって、面の法線が最小点から最大点まで移動する時、2 つの面のなす角度 θ は単調に減少する。