

# 固有空間法を利用した陰影からの曲面の形状復元

岡谷 貴之 出口 光一郎

東京大学工学部

一枚の画像をもとに陰影から対象の形状を復元する手法について述べる。この問題を解くためには、対象に関する何らかの仮定が必要である。本研究では、対象の表面が局所的にあるクラスの二次曲面で近似できる、という仮定を導入する。この仮定により、局所形状の陰影だけで、凹凸の向きを除いて形状を復元できる。局所形状の復元は、二次曲面の陰影と曲面パラメータの対応をあらかじめ求めておくことで行う。この対応を表現したデータは、陰影をそのまま用いると膨大なものとなるため、陰影のKL展開に基づいた固有空間法と呼ばれる方法を用いた。

## Reconstructing Surface Shape from Shading Using Eigenspace Method

Takayuki Okatani and Koichiro Deguchi

Faculty of Engineering, University of Tokyo,  
Bunkyo-ku, Tokyo, Japan

This paper describes a new approach to reconstructing surface shape from its shading. By assuming that a given surface consists of a set of locally quadric segments which belong within a specific class, the surface shape is determined excepting its sign of convexity. The local segment is estimated by using the correspondence between quadric surface parameters and its shading. The correspondence is calculated prior to the estimation and stored. If this correspondence is prepared for every raw image shading, very large storage space is required. We use eigenspace method for the reduction of data size.

# 1 はじめに

本研究は、陰影から対象の形状を復元する問題 (shape-from-shading) を対象とし、中でも一枚の画像を元に形状を復元する問題を扱う。これは、例えば一枚の人の顔の写真から、目鼻立ちの形状を推定するような問題に相当する。これは人間にはたやすいことであるが、計算機で行うのは非常に困難である。

一枚の陰影画像から形状を復元するには、対象表面の面素の向きと明るさを関係づける反射率分布と、さらに画像以外に、対象に関するなんらかの仮定を必要とする。これは3次元空間内の面素の向きは2自由度あるため、画像から得られる情報だけでは条件が不足することによる。このため、表面がなめらかであるという仮定を立てて面素の向きに拘束を加えるということがよく行われる。

対象の表面がなめらかであるという仮定は、われわれ人間が、陰影から形状を復元する際にも、導入していることが想像される。また、必ずしもすべての表面がなめらかでなくとも、エッジ以外の部分がなめらか、つまり区分的になめらかな物体を対象とすることを考えれば、この仮定はそれほど応用の範囲を狭めるものではない。

しかし、この表面のなめらかさの仮定をどのように定式化すればよいかは難しい問題である。そこで、本研究では対象の表面を局所的に二次曲面で近似し、さらにこの二次曲面をあらかじめ範囲を定めたパラメータで記述されるものに限定することで、なめらかさの仮定を導入した。具体的には、画像を部分的な領域に分割し、各々の領域について陰影から二次曲面のパラメータを推定する形で形状を復元、さらに全領域の推定結果をまとめて対象の全体形状を復元する、という手順を踏む。

さらに部分的な陰影から二次曲面のパラメータを推定する方法として、固有空間法を用いた。基本的な考え方は、二次曲面の陰影と元の曲面パラメータの対応関係をあらかじめ求めておき、この対応関係を参照して陰影から曲面パラメータを推定する、というものである。この際、陰影と曲面パラメータとの対応を、陰影をそのまま用いて記憶しておく、データの量が膨大なものとなる。そこで、対象とする二次曲面の陰影の集合の主成分を分析 (KL 展開) して固有空間を形成し、陰影

よりはるかに低次元の固有空間の1点として陰影を表す。これにより、固有空間の1点と曲面パラメータの対応関係を求めておけば良いことになり、データの量を著しく圧縮することができる。

本論文では、2章で、陰影からの形状復元における基本的な限界と、本研究で導入した仮定について解説する。3章では、局所形状の推定から全体形状の復元に至る手順を示す。さらに、4章で、固有空間法を用いた局所形状の復元について述べたあと、5章で局所形状を元に全体形状を復元する方法について述べる。最後に6章で行った実験と結果を示す。

## 2 曲面形状に対する仮定

### 2.1 対象の表面に関する仮定

本研究では、対象がなめらかな表面をもつ、つまり奥行きに不連続な部分がない、という仮定のもとで形状復元を試みた。具体的には、

- 表面が局所的に二次曲面で近似でき、
- さらにこの二次曲面が、あるクラスの二次曲面に限られる

とした。

近似に用いる二次曲面のクラスとは、基本系

$$z = -\frac{1}{2}(ax^2 + by^2) \quad (1)$$

を原点のまわりに (ある範囲内で) 任意に回転して得られる曲面群である。回転角は図1のように与え、曲率とあわせて5つのパラメータ  $a, b, \alpha, \theta, \phi$  で曲面を記述する。

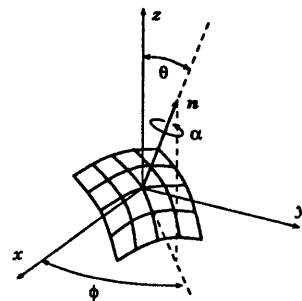


図1: 二次曲面のパラメータ

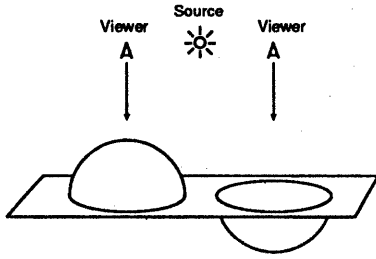


図 2: 凹凸の向きの判断

## 2.2 陰影からの形状復元における基本的限界

一枚の画像から形状を復元しようとする場合、表面のなめらかさなどの仮定により拘束条件を追加して面素の向きを復元することができたとしても、まだ一意に形状を復元できない場合がある。それは図 2 に示すような、2 つの曲面が凹凸を除いてまったく同じ形状をもつ場合である。いずれの場合も同じ陰影を与え、画像だけからでは対象の凹凸を決定することはできない。

本研究では、曲面の凹凸の向きの空間的分布について、すでに知識があるものとした。つまり、表面の局所的形状の凹凸の向きはわかっているという立場をとる。

## 2.3 照明と視点に関する仮定

本研究では、投影変換として正射影を仮定し、照明は視線方向に平行な平行光を想定した(図 3)。

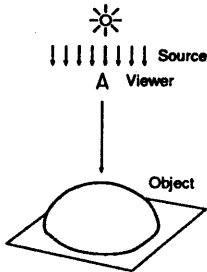


図 3: 視点と照明の仮定

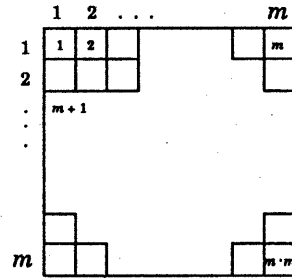


図 4: 画像の部分領域

さらに表面の面素の向きと明るさの関係、つまり反射率分布の知識も得られているものとする。

## 3 復元の手順

形状復元の手順を示すと、

- 一枚の画像 ( $mn \times mn$  ピクセルとする) を  $m \cdot m$  個の正方領域 ( $n \times n$  ピクセル) に分割する(図 4)。
- 分割された領域の陰影それぞれに対し、上記の二次曲面パラメータの推定を行う。
- 部分領域の推定結果を統合して、全体形状を復元する。

となる。ここで、画像を分割した部分領域の陰影が局所形状に対応する。

## 4 局所形状の推定

局所的な形状は、与えられた画像の部分領域の陰影に注目して、その対応する形状を二次曲面で近似して復元する。この際、固有空間法という方法を用いる。以下、固有空間法と局所形状の推定の方法について説明する。

### 4.1 固有空間法

ここでの陰影からの形状復元の基本となる考え方は、あらかじめ求めておいた、陰影と曲面パラメータの対応関係を利用して、これを参照するこ

とで元の形状を復元するというものである。陰影と曲面パラメータの対応を表現したデータは、陰影をそのままキーとしたのでは膨大なものになってしまうため、対象とする陰影の集合に対し、K-L展開を用いて情報の圧縮を行う。

以下、二次曲面のパラメータを  $P$ 次元ベクトル  $p$ 、陰影を  $M$ 次元ベクトル  $x$  で表す。  $p$  と  $x$  は、視点と照明、さらに反射率分布によって関係づけられる。これらの関係は分かっているものとしてあるので、  $p$  から  $x$  を求めることができる。

さて、局所形状を近似する二次曲面の集合から、  $N$ 個の標本を適当に選びだし、その陰影の集合  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  を作る。そして、この陰影の集合を K-L 展開する。最初に、平均  $m$ 、分散  $V$

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - m)(x_i - m)^T \quad (3)$$

を求め、さらに固有値問題:

$$V e_i = \lambda_i e_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

を解いて固有値  $\lambda_i$ 、固有ベクトル  $e_i$  を得る。添字  $i$  は  $\lambda_i$  の降順にとる ( $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$ )。  $x$  の K-L 展開は

$$x = \sum_{i=1}^M (x^T e_i) e_i + m \quad (5)$$

と表され、展開の項数を  $K$  で打ち切った  $x'$

$$x' \simeq \sum_{i=1}^K (x^T e_i) e_i + m \quad (6)$$

は、二乗平均最小の意味で  $x$  を最も良く近似することが知られている。

(6) 式の展開の係数からなるベクトル  $c$

$$c = [x^T e_1, x^T e_2, \dots, x^T e_K]^T \quad (7)$$

は (4) 式の固有ベクトル  $e_i, (i = 1, \dots, K)$  の張る空間上の位置ベクトルである。陰影  $x$  を  $c$  に変換、すなわち陰影を固有空間に射影する変換は、行列  $B$  を

$$B = [e_1, e_2, \dots, e_K]^T \quad (8)$$

として、

$$c = B(x - m) \quad (9)$$

と書ける。陰影  $x$  を固有空間の 1 点  $c$  で表現し、この  $c$  と曲面パラメータ  $p$  を対応づけることにすれば、陰影  $x$  をそのまま用いる場合に比べて大幅にデータを圧縮することができる。先に述べた K-L 展開の最良近似の性質は、この意味で望ましいものと言える。

## 4.2 曲面パラメータと固有空間の対応

陰影と曲面パラメータの対応を次のようにして求める。まず、局所形状を近似する二次曲面の集合から、  $N$ 個の標本を適当に選び出し、対応するパラメータの集合  $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  と、陰影の集合  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  を求める。選んだ標本は固有空間を計算する際に用いたものと同じでなくてもよい。

次に陰影  $x_i$  を固有空間に射影する ( $i = 1, 2, \dots, N$ )。

$$c_i = B(x_i - m) \quad (10)$$

これより、二次曲面 (パラメータ) の集合  $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  に対応する固有空間上の位置ベクトルの集合  $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$  が計算できる。曲面を記述するパラメータ  $p_i$  と、固有空間上の位置ベクトル  $c_i$  との対応が得られたことになる (図 5)。

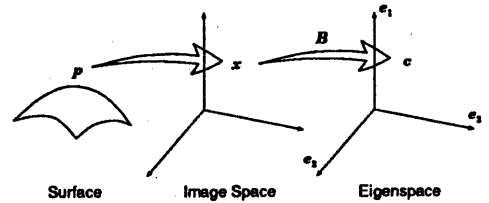


図 5: 曲面、曲面パラメータ、陰影、固有空間

## 4.3 陰影からの曲面パラメータの推定

陰影  $x$  が与えられたとき、対象の形状を記述する曲面パラメータを推定する手順は以下のようものである。まず、上ですでに求めてある  $m$  と  $B$  から、  $x$  を固有空間に射影する。

$$c = B(x - m) \quad (11)$$

あらかじめ求めてある固有空間上の位置ベクトルの集合  $\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$  の中でこの  $c$  と、ユークリッド距離

$$d(c, c_i) = \|c - c_i\| \quad (12)$$

で最も近いものを探す。これを  $c_i$  とすると、添字  $i$  を持つ曲面パラメータ  $p_i$  が対象の形状を近似的に記述していると考えられる。このパラメータ  $p_i$  を対象の曲面形状の推定値としてもよいが、さらに、 $c_i$  の近傍の点  $c'_1, c'_2, \dots, c'_P$  を求め、連立方程式

$$c = c_i + \sum_{i=1}^P a_i(c'_i - c_i) \quad (13)$$

を係数  $a_i (i = 1, \dots, P)$  に関して最小二乗の意味で解き、曲面パラメータの推定値  $\hat{p}$  を

$$\hat{p} = p_i + \sum_{i=1}^P a_i(p'_i - p_i) \quad (14)$$

と内挿する。ここで、パラメータ  $p$  と固有空間上の位置ベクトル  $c$  を結ぶ変換  $p \mapsto c$  に対して、 $c_i$  のまわりでの局所的な線形性を仮定している。このとき、(13) 式に (最小二乗の意味で) 解が存在するために、固有空間の次元  $K$  はパラメータの数  $P$  以上にしておく必要がある。また、 $c_i$  の近傍の点  $c'_i (i = 1, \dots, P)$  を選ぶときに、対応する曲面パラメータ  $p'_i (i = 1, \dots, P)$  が互いに独立になるように選ばなければならない。これは標本として選ぶ曲面  $p_i$  の添字  $i$  のとり方を決めておけば実現できる。

## 5 全体形状の復元

さらに各領域がなめらかにつながるように画像の奥行き方向に領域を並行移動して全体の形状を復元する (図6)。ここで求めるのは各領域の奥行き方向の座標 (オフセット)  $h_1, h_2, \dots, h_{m \cdot m}$  である。これをベクトル  $h$  と書く。

$$h = [h_1, h_2, \dots, h_{m \cdot m}]^T \quad (15)$$

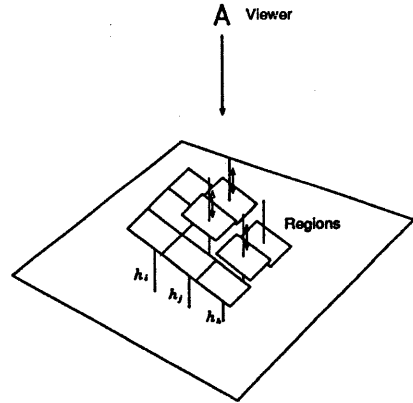


図6: オフセットの調整

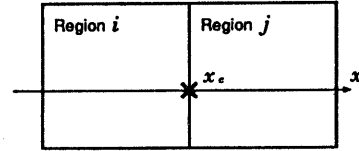


図7: 隣接領域の境界

図7のように、ある2つの隣接領域  $i$  と  $j$  の境界上のある点での領域間の高さ (奥行き方向) の差を考える。これを  $x$  軸方向のみ一次的に表したものが図8である。領域  $i$  と  $j$  の曲面を表す関数を  $f_i, f_j$  とし、画像の中心における  $x$  座標を  $x_i, x_j$  とすると、境界での領域間の高さの差は

$$h_i - h_j - f_i(x_c - x_i) + f_j(x_c - x_j) \quad (16)$$

となる。(16) 式において、座標  $x_c, x_i, x_j$  と関数  $f_i, f_j$  は既知であり、 $h_i$  と  $h_j$  が未知数である。この高さの差をなるべく小さくするようなオフセット  $h_i, h_j$  を求めたい。

領域  $1, 2, \dots, m \cdot m$  で隣接するものの組の集合を  $I$  とする。すべての領域の境界での高さの差の二乗和は

$$\sum_{(i,j) \in I} (h_i - h_j - f_i(x_c - x_i) + f_j(x_c - x_j))^2 \quad (17)$$

となる。ここでは、これを最小にするオフセット  $h$  を求めることにした。領域  $i, j$  の境界を  $k (=$

1, 2, ..., 2m(m-1) とすると、

$$(A)_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{if } l = i \\ -1, & \text{if } l = j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

$$(b)_k = f_i(x_c - x_i) - f_j(x_c - x_j) \quad (19)$$

として、この問題は

$$\|Ah - b\|^2 \rightarrow \min \quad (20)$$

と書き直せる。

領域の隣接関係を表す行列Aはランクが $m \cdot m - 1$  になるので、行列Aの一般逆行列 $A^\dagger$ を用いて、(20)式の解を

$$h = A^\dagger b \quad (21)$$

と求めることができる。Aのランク1つ分だけ、 $h$ には自由度があり、 $h + [k, k, \dots, k]^T$  ( $k$ は定数)も(20)式の解となる。ここでは便宜上 $h_1 = 0$ となるように $k$ を選んで一意に解を決定した。

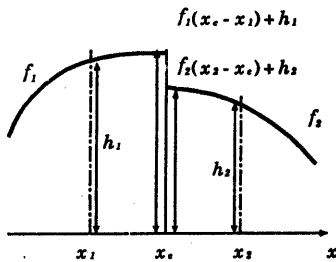


図 8: 境界での高さの差

## 6 実験

以上に述べた手法により、実験を行った。

表 1: 二次曲面パラメータの範囲

$a$	$0.1 \leq  a  \leq 3.0$
$b$	$0.1 \leq  b  \leq 3.0$
$\alpha$	$0 \leq \alpha \leq \pi$
$\theta$	$0 \leq \theta \leq \pi/4$
$\phi$	$0 \leq \phi \leq 2\pi$

局所形状の陰影として $n = 16$ とし、 $16 \times 16$ ピクセルの画像を用いた。表1に示したパラメータの範囲で、約3,000の標本を選び、対応する曲面をもとに合成される陰影集合に対して、固有ベクトルを求めた。固有ベクトルを図9に示す。

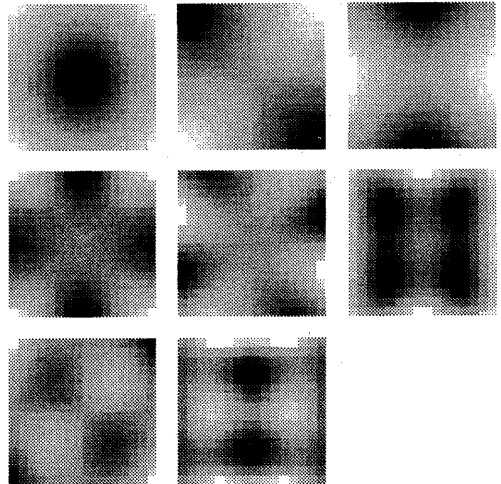


図 9: 固有ベクトル

次に、表1の範囲で約10,000のパラメータを選んで陰影を合成し、これを固有空間上に射影して、曲面パラメータと固有空間の対応を求めた。



図 10: 実験に使用した陰影

図10に示す画像( $128 \times 128$ ピクセル、 $m = 8$ )に対して、形状の復元を試みた。実験に使用した画像は計算機で合成したもので、適当な反射率分布を用いて作成したものである。 $m \times m = 64$ の領域それぞれに対して凹凸の向きを与えて、全体形状を復元した結果が、図11である。

してより一般的な形状を対象にできる。このことが今後の課題である。

## 参考文献

- [1] 村瀬洋, S. K. Nayar, パラメトリック固有空間法による3次元物体の認識とスポッティング, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU'94) 講演論文集 II, pp.49-56, 1994.
- [2] A. P. Pentland, Local Shading Analysis. In "Shape from Shading," (B. K. P. Horn and M. J. Brooks, eds.) MIT Press, pp.443-487, 1989.
- [3] A. P. Pentland, "Local analysis of the image," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Recognition*, PAMR-6, 2, pp.170-187, 1984.

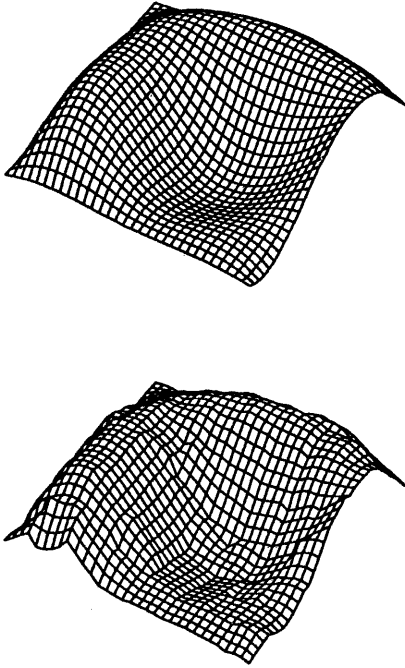


図 11: 元の形状(上)と復元された形状(下)

## 7 まとめ

本論文では、一枚の画像をもとに陰影から曲面形状を復元する手法について述べた。対象の局所的な形状が、あるクラスの二次曲面で近似できるという仮定を導入し、さらに局所形状の陰影から固有空間法によって曲面形状を復元する手法を提案した。また、これらの有効性を計算機実験によって確かめた。

本研究では、局所形状の陰影だけをもとに推定を行ったが、これには限界がある。局所的な陰影に加え、全体形状の情報を局所形状の推定に生かすことができれば、より広いクラスの二次曲面を局所形状の近似に用いることが期待でき、結果と