

## 投影中心に点光源がある場合の Shape-from-Shading — 内視鏡画像からの3次元形状復元 —

岡谷 貴之 出口 光一郎  
東京大学工学部

投影中心に点光源がある場合に、この点光源が生成する陰影から、対象の形状を復元する手法について述べる。この条件は、内視鏡の画像から対象の形状を推定する問題と近似的に等価であることが期待される。この場合、光源と対象表面との距離が近いと、生成される陰影はこの距離に大きく依存し、問題がより困難なものになる。これを解決するため、光源からの距離が等しい表面上の曲線に注目し、この曲線の発展方程式を偏微分方程式で記述して、これを解くことで形状を復元する方法を提案する。さらに、医用内視鏡による実画像を用いて行った実験結果を示す。

## Reconstructing Shape from Shading with a Point Light Source at the Projection Center — Shape Reconstruction from an Endoscopic Image —

Takayuki Okatani and Koichiro Deguchi  
Faculty of Engineering, University of Tokyo,  
Bunkyo-ku, Tokyo, Japan

This paper describes an approach to reconstructing a shape from its shaded image in the case where a point light source is located at the projection center. This condition well approximates the imaging system of an endoscope. In this case, the image gray level depends on not only the gradient but also the distance from the light source of each point on the surface. To deal with this difficulty, we introduce the evolution equation for equal-range contours on the surface. Propagating this contour by solving the equation, we can reconstruct a shape. Experimental results for real medical images show feasibility of this method.

## 1 はじめに

画像から対象の3次元形状を復元する手法の研究は、コンピュータビジョンの中心的なテーマであり、長い間様々な角度から研究されている。この中の応用を目指した研究の一つに、内視鏡(図1)の画像から3次元形状を復元するシステムの研究がある。このシステムは、例えば人体内部の胃壁の形状を復元し、腫瘍などの形状に関する定量的な情報を得ることを可能にしてくれる。

このような内視鏡画像から3次元形状を復元する問題は、これまでいわゆる shape-from-motion の立場から、画像の系列を用いた手法の研究がなされてきた([1], [2])。すなわち、画像から特徴点を抽出し、画像系列におけるこれらの対応を求めて、その関係を利用することで、対象の形状と、内視鏡と対象物体の相対運動を得るものである。

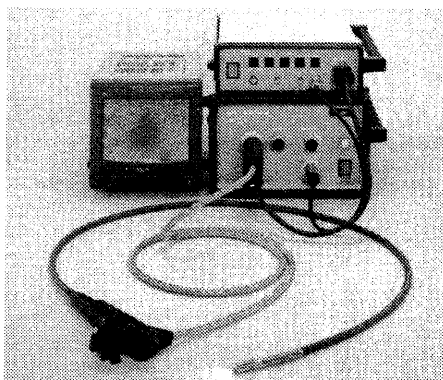


図 1: 内視鏡の外観

しかし、この方法は対象物体が完全な剛体であるという前提を必要とする。最初に述べた医用システムへの応用を考えると、例えば胃壁は一般に非剛体運動をするから、この前提は成立しないことが多いと思われる。

そこで、一枚の画像を元に、その陰影情報から対象形状を復元する、いわゆる shape-from-shading の立場からこの問題を考える。この方法は、画像を一枚だけしか必要としないので、対象が非剛体運動をしても、少なくとも画像を取り込んだその瞬間の3次元形状を知ることはできるわけである。

この shape-from-shading の研究は比較的古くからあり、形状復元のアルゴリズムも多数提案されている。しかし残念ながら、そのなかで我々の問題を解くためにそのまま利用できるものはない。なぜなら、これまでの研究では、無限遠方にある点光源により生成される陰影を対象とし、さらに簡単な正射影による投影モデルによって問題を定式化したものがほとんどだからである。

内視鏡は、図2に示すように、レンズと光源(ライトガイド)が極めて近い位置にある構造を持っている。光源が対象に近いために、これを無限遠にある点光源として近似することはできない。この場合には、生成される陰影は対象の表面と光源との距離に本質的に依存(具体的には距離の二乗に反比例)するため、これを考慮した形状復元の方法を考える必要がある。

本論文では、このような内視鏡の性質を、投影中心に理想的な点光源がある光学系で近似して考える。そして、この近似により与えられる投影変換と点光源の位置の関係をうまく利用して、形状復元を行う手法を紹介する。

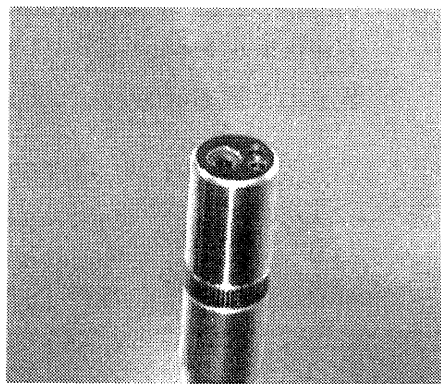


図 2: 内視鏡の先端部(左の大きい円が対物レンズ、右の二つの円は光を照射するレンズ)

## 2 定式化

最初に、画像の陰影から対象の形状を復元する問題(shape-from-shading)について簡単に触れる。次に、これまでに提案されたアルゴリズムが対象とした問題は、どのようなものだったかを見て、そ

の後に我々の問題を考えることにする。

## 2.1 陰影からの形状復元

まず、対象物体の表面形状を表す(連続な)関数  $z(x,y)$  を考える。 $z(x,y)$  は、何らかの座標系で奥行きに相当する量を表す関数であるとする。画像、すなわち明るさの空間分布  $E(x,y)$  は、対象表面の物理的な反射特性、点  $(x,y)$  での表面の向き、そして照明条件の三つによって決まる。多くの場合、表面の明るさは、図3のような三つのベクトルのなす角と、その点と光源との距離だけによって決定される。陰影からの形状復元(shape-from-shading)とは、この関係を利用して画像  $E(x,y)$  から奥行きを  $z(x,y)$  を復元することである。

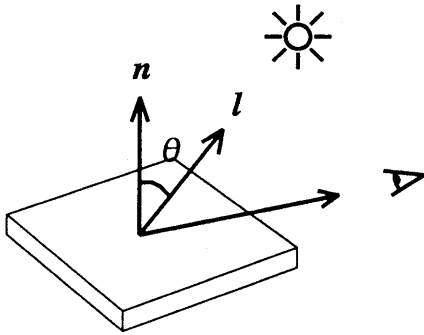


図3: 対象表面での反射則

## 2.2 これまで扱われてきた問題

これまでの陰影からの形状復元(shape-from-shading)に関する研究は、次のような仮定を導入して問題を単純化する場合がほとんどである。すなわち、

- 投影変換のモデルは正射影とする
- 照明は理想的な点光源で、無限遠方にある

という二つの仮定である。特に二つめの仮定は重要で、この仮定によって対象表面の各点から光源までの距離を考慮する必要がなくなり、問題を単純化することができる。光源が無限遠にあるから、

結果的に表面の至るところで光源までの距離が等しいと見なせるようになるわけである。

## 2.3 投影中心にある点光源

一方、我々の考える問題では、そのような単純化はできない。前述のように、光源と対象の距離が近く、表面の各点から光源までの距離が生成される陰影に影響するからである。

我々が対象とする光学系を図4に示す。まず、投影中心(原点)に理想的な点光源を考える。そして投影変換のモデルは正射影ではなく、透視投影とする。

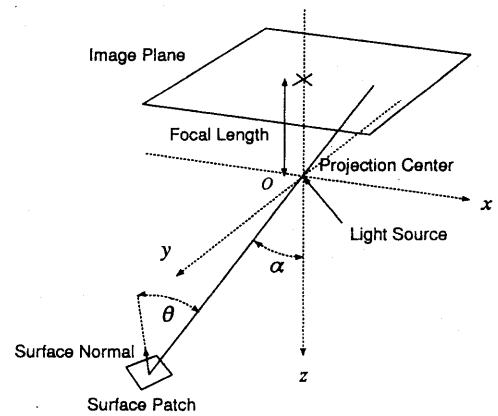


図4: 投影中心に点光源があるときの光学系

次に対象表面を  $\alpha, \beta$  の関数  $r(\alpha, \beta)$  で表し、表面上の各点を極座標表示を用いて  $(\alpha, \beta, r(\alpha, \beta))$  とする。ここで、焦点距離を  $f$ 、画像面上の座標を  $(x, y)$  とする。 $\alpha, \beta$  はそれぞれ  $[0: \pi/2), [0: 2\pi)$  の角度を表す。表面は一様に同じ反射特性を持ち、相互反射などはないものとする。

ある点での曲面の法線( $n$ とする)と視線( $v$ とする)とのなす角を  $\theta$  とする(図4参照)。この点と原点、すなわち光源との距離は  $r$  であるから、画像  $E(x,y)$  とこれらの量との関係は、適当な正規化を行うと次のように表せる。

$$\begin{aligned} E(x,y) &= \frac{F(\cos \theta)}{r^2} \\ &= \frac{F(n \cdot v)}{r^2} \end{aligned} \quad (1)$$

$F(\cos \theta)$  は対象表面の反射特性を表す関数であるが、これが既知であり、さらに単調関数であるとする、逆関数  $F^{-1}$  を求めることで、 $r$  と  $E(x, y)$  とから、面の(視線方向との)傾き  $\theta$  を得ることができる。

### 3 等距離曲線の発展方程式に基づく解法

2.3 節に示したように、図 4 の光学系では、原点から対象表面のある点までの距離が分かっているならば、画像からその点での面の傾きを知ることができる。この関係を利用して、(1) 式から、曲線の発展方程式(偏微分方程式の初期値問題)を導出し、ある与えられた初期条件を元にこれを解いて形状を復元するのが、提案する方法である([3], [4], [5], [6])。

#### 3.1 等距離曲線

まず、対象表面の形状を表す関数  $r(\alpha, \beta)$  は、なめらかな一価の関数とする。そして  $r = \text{const.}$  となる対象表面上の点を連ねてできる曲線(等距離曲線と呼ぶことにする)を考える。この定数を  $t$  と書けば、この三次元空間の曲線は次のように表される。

$$C(t) = \{(\alpha, \beta, r(\alpha, \beta)) \text{ s.t. } r(\alpha, \beta) = t\} \quad (2)$$

曲線  $C(t)$  は原点を中心とする半径  $t$  の球と対象表面の交線であると言い換えることもできる(図 5)。図は、球の半径  $t$  を  $t_1, t_2, \dots, t_n$  と変化させたときの等距離曲線  $C(t_1), C(t_2), \dots, C(t_n)$  を模式的に表したものである。

#### 3.2 発展方程式の導出

ある  $t$  における等距離曲線  $C(t)$  が分かっているとしたり、画像  $E(x, y)$  を用いて  $t + \Delta t$  における曲線  $C(t + \Delta t)$  を求めることを考える。まず、等距離曲線  $C(t)$  を媒介変数  $s$  を用いて次のように表現し直す。

$$C(s, t) = \{(\alpha(s, t), \beta(s, t), t)\} \quad (3)$$

$s$  は曲線上のある点からはかった長さ(あるいはその単調関数)で、 $s \in [0, S)$  とする。

求めるものは、 $t + \Delta t$  における  $\alpha(s, t + \Delta t), \beta(s, t + \Delta t)$  である。ここで媒介変数  $s$  は、曲線上の各点での法線方向に一定値をとるようにする(関心があるのは曲線の形そのものなので、媒介変数  $s$  については適当にとってよい)。

さて、 $t$  における等距離曲線  $C(s, t)$  上のある点  $(\alpha(s, t), \beta(s, t))$  に注目し、この点での曲面の法線ベクトルを  $n$  とし、曲線の接線ベクトルを  $t$  とする。視線方向と法線ベクトル  $n$  とのなす角を  $\theta$  とすると、以上の関係は図 6 のようになる。

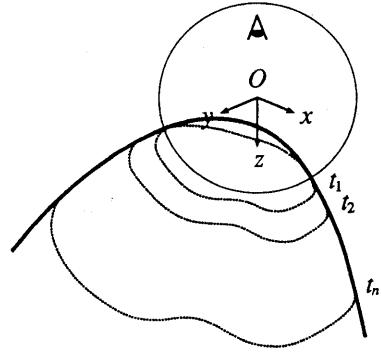


図 5: 等距離曲線

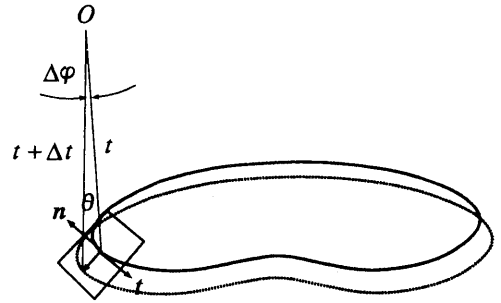


図 6: 等距離曲線の発展

点  $(\alpha(s, t), \beta(s, t))$  をベクトル  $n, t$  とともに垂直な向きに発展させると、この移動量を原点から見込む角度  $\Delta \varphi$  は

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta t}{t \tan \theta} \quad (4)$$

となる。 $n_p \equiv t \times n$  とすると、極座標の直交曲線座標の基底  $e_\alpha, e_\beta, e_r$  を用いて、 $\alpha, \beta$  の増分

$\Delta\alpha, \Delta\beta$  は,

$$(\Delta\alpha, \Delta\beta) = \Delta\varphi \left( \mathbf{n}_p \cdot \mathbf{e}_\alpha, \frac{\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{e}_\beta}{\sin \alpha} \right) \quad (5)$$

と表すことができる。これを微分で書くと,

$$\begin{bmatrix} \alpha_t(s, t) \\ \beta_t(s, t) \end{bmatrix} = \frac{1}{t \tan \theta} \begin{bmatrix} \mathbf{n}_p \cdot \mathbf{e}_\alpha \\ \mathbf{n}_p \cdot \mathbf{e}_\beta / \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

となる。これが求める発展方程式である。ただし  $\tan \theta$  は画像  $E(x, y)$  から

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{1}{(F^{-1}(t^2 E(x, y)))^2} - 1} \quad (7)$$

として得られる (1) 式参照)。

### 3.3 等高面の方法

与えられた初期曲線から始め、(6) 式にしたがってこの曲線を発展させてゆくと、各  $t$  での等距離曲線が得られる。つまり、形状を復元することができる。しかし、この方法にはいくつかの問題点がある。

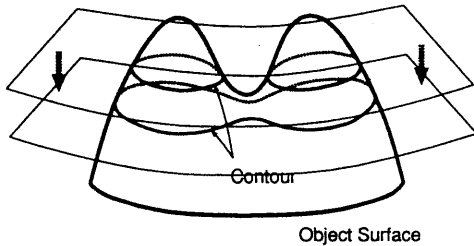


図 7: 二つの等高線が一つになる場合

一つめの問題点は、図 7 のように、二つ以上の閉じた曲線が一つになる場合や、あるいは逆に一つの閉じた曲線が二つ以上にわかれる場合など、等距離曲線が滑らかでなくなる瞬間 (特異点の発生) が存在することによる。等距離曲線の発展は、(6) 式の微分方程式によって記述されるが、右辺は曲線の各点での法線方向の発展速度を表したものであり、法線が定義できない場合にはこれは意味をなさない。この方法では一般に、なめらかな大域解を求めることは難しい ([7])。

そもそも画像を一枚しか用いない shape-from-shading では、幾何学的に区別できない異なる形

状が存在する (図 8)。簡単な形状ならそれほど問題にはならないが、幾何学的に凹凸の複雑な形状の場合には、(6) 式を解いて一つの解を求めるのは難しくなってくる。

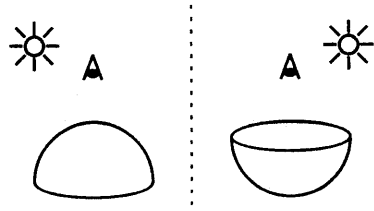


図 8: 区別できない二つの場合

二つめの問題点は、等距離曲線は自由な曲線であるため、(6) 式を数値計算によって解く際に、空間内の (一様な格子ではなく) 任意の座標を考えなければならないことである。具体的には、(7) 式で  $\tan \theta$ 、すなわち面の向きと視線方向とのなす角を求める際に画像  $E(x, y)$  を用いるが、この  $x$  と  $y$  は曲線の形状に依存して決まる値であるので、画像の標本値を与える格子とは無関係である。したがって、(7) 式を計算する際には、画像の格子間での値を補間するなどして求め、対応しなければならない。

この二つの問題を一気に解決する方法として有力なのが、等高面の方法と、弱形式解の一つである粘性解の概念を組み合わせる方法である ([8],[9],[7])。この方法は、材料科学の分野で、曲面 (線) の発展方程式を数値計算によって解くために考案されたものである。等高面の方法では、等距離曲線に対して、次のような Hamilton-Jacobi 方程式 (等高面方程式と呼ばれる) を考える。

$$\phi_t + H(x, y, t, \phi_x, \phi_y) = 0 \quad (8)$$

等高面方程式 (8) 式の解  $\phi(x, y, t)$  の各等高面 (の輪郭) は、発展方程式 (6) 式の解となる。具体的には、 $t$  における解曲線は次のような  $\phi$  のゼロ等高面と与えられる。

$$\phi(x, y, t) = 0 \quad (9)$$

この方法によれば、特異点をもった曲線もなめらかな関数 ( $\phi$ ) を用いて表現できるため、大変都

合がよい。また、後述のように、数値計算も画像の座標  $(x, y)$  で行えるため、上で述べたような問題は無い。さらに、次の節で述べる粘性解の概念を導入すると、一意な解を得ることができるようになる。

### 3.4 粘性解

粘性解とは、(広義の) 最大値原理に基づいて定義された偏微分方程式に対する弱解の概念であり(この問題の場合、その名称にある「粘性」とは無縁である)、次のように定義される ([7], [10])。

連続関数  $v(x, y, t)$  が粘性劣解 (viscosity subsolution) であるとは、任意の関数  $\psi$  に対し、 $v - \psi$  が  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})$  で極大値をとれば、必ずこの点で

$$\psi_t + H(x, y, v, \psi_x, \psi_y) \geq 0 \quad (10)$$

となるときをいう。「極大」を「極小」に、「 $\geq$ 」を「 $\leq$ 」に置き換えたものを粘性優解 (viscosity supersolution) という。粘性劣解であり粘性優解であるものを粘性解という。

(8) 式の粘性解は適当な数値計算によって求めることができ ([11], [8]), また、その存在定理 ([12], [7], [10]) によって大域的な一意存在が保証されている。このため、(6) 式に対応する場合の等高面方程式を求めて、これの粘性解を数値計算によって求めればよい。

### 3.5 等高面方程式の導出

Osher の方法 ([9]) にしたがえば、(6) 式に対応する等高面方程式を次のようにして導くことができる。出発点となる (1) 式を正規化のための係数  $\sigma$  を含めてあらためて書くと、

$$\begin{aligned} E(x, y) &= \sigma \frac{F(\cos \theta)}{r^2} \\ &= \sigma \frac{F(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v})}{r^2} \end{aligned} \quad (11)$$

である。ここでは簡単のために対象表面がランバート面であるとし、関数  $F$  を単位関数とする。曲面形状は 3.1 節で導いたように、原点からの距離  $r$  の関数として表すが、ここでは  $x, y$  の関数  $r(x, y)$  とする。

曲面上の点の位置ベクトルを  $\mathbf{r}(x, y)$  とすると、

$$\mathbf{r}(x, y) = \frac{r(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2 + f^2}} (-x, -y, f) \quad (12)$$

と表される。さらに、曲面の法線ベクトル  $\mathbf{n}$  は

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}_x \times \mathbf{r}_y}{\|\mathbf{r}_x \times \mathbf{r}_y\|} \quad (13)$$

であり、視線方向ベクトル  $\mathbf{v}$  は

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{r}}{r} \quad (14)$$

である。これを (11) 式に代入すると、

$$G(x, y, r, r_x, r_y) = 0 \quad (15)$$

なる形式の偏微分方程式が得られる。等高面関数  $\phi(x, y, t)$  が満たすべき方程式は、 $\phi = 0$  上で、

$$G(x, y, t, \frac{-\phi_x}{\phi_t}, \frac{-\phi_y}{\phi_t}) = 0 \quad (16)$$

となる ([9])。これを書き下すと、(17) 式になる (ただし、 $A \equiv f^2 + x^2 + y^2$ ,  $B \equiv f^2 + x^2$ ,  $C \equiv f^2 + y^2$  とした)。

$$\phi_t = -\frac{tE(x, y)\sqrt{A(B\phi_x^2 + C\phi_y^2 + 2xy\phi_x\phi_y)}}{f\sqrt{\sigma^2 - t^4(E(x, y))^2}} \quad (17)$$

### 3.6 数値計算の方法

初期条件として、ある等距離曲線 (原点からの距離  $t_0$ ) が与えられたとすると、等距離曲線を求めるためのアルゴリズムは、次のようになる。

1. 最初に次のような関数  $\phi(x, y, t_0)$  を選ぶ

- (a)  $\phi(x, y, t_0) = 0$  が初期曲線を与える
- (b) 初期曲線内部で  $\phi(x, y, t_0) < 0$
- (c) 初期曲線外部で  $\phi(x, y, t_0) > 0$
- (d)  $\phi(x, y, t_0)$  はリプシッツ連続

2. 画像の格子上で、 $\phi$  を (17) 式にしたがい、粘性解を求める方法で繰り返し発展させる

3. 繰り返し ( $n$ ) の毎回、 $\phi(x, y, t_0 + n\Delta t) = 0$  なる等高線を求める

粘性解を求めるための数値計算の方法は、文献 [11], [8] に詳しい。(17) 式で、 $t$  に関する偏微分は単純な一階の差分とし、空間  $(x, y)$  に関する偏微分を、たとえば

$$\phi_x^2 = (\min(D_x^-, 0))^2 + (\max(D_x^+, 0))^2 \quad (18)$$

で近似する。ただし、 $D_x^-$  は  $\phi$  の  $x$  に関する後退差分を、 $D_x^+$  は前進差分を表す。

### 3.7 初期曲線の決め方

この方法では、最初に一本の等距離曲線が分かっているしなければならない。画像の中に明るさが空間的に極値をとるような一点があつて、しかもその点の奥行きが分かっているならば、この点の近傍に適当な初期曲線を構成することが可能である ([3])。明るさが極値をとる点では、表面の向きは視線方向と一致していることが期待できる。この関係を利用すると、この点のごく近傍に環状の等距離曲線を近似的に構成することができる。

以下の実験でも、対象表面上で、明るさが極値をとる一点を選び、この点までの距離を何らかの方法で得た後、この点のごく近傍に適当な閉曲線を構成してこれを初期曲線としている。

## 4 実験結果

まず、計算機で合成した  $64 \times 64$  ピクセルの画像を用いて、計算機シミュレーションを行った。結果を図 9 に示す。図の (a) は元となる画像であり、(b) は各ステップでの等距離曲線を、画像の座標  $(x, y)$  上でプロットしたものである。(c) は形状復元の結果であり、(d) はその誤差を表す。

さらに、実際の医用内視鏡の画像についても同様に実験を行った。この結果が図 10 である。(a) は元の画像で、合成画像と同様  $64 \times 64$  ピクセルである。(b) は等距離曲線、(c) は復元結果であり、(d) は (c) の表面に (a) をマッピングしたものである。

## 5 まとめ

内視鏡画像から 3 次元形状を復元するシステムを構築するために必要となる、投影中心に点光源がある光学系での陰影を利用した形状復元の方法を示した。この光学系では、一般的な shape-from-shading の研究が対象としてきたような、無限遠方に点光源があるとする近似は適用できない。ここでは光源と対象との距離が重要な要素となってくるが、光源からの距離を一定とする対象表面上の曲線(等距離曲線)を考え、この曲線の発展を考えることで、この問題を解決した。ただし、微分方程式の初期条件である曲線を最初に与える必要

がある。

今後は、この初期曲線を正しく求める方法として、特徴点を時間を追って追跡することで 3 次元形状を求める、shape-from-motion のアルゴリズムを導入し、今回考案したアルゴリズムと協調させることによって、一層現実的な手法へと発展させ、応用の可能性を探りたい。

## 参考文献

- [1] N. Oda, J. Hasegawa, T. Nonami, M. Yamaguchi and N. Ohyama. Shape measurement from endoscopic images: determination of dimensional scale factor by a photometric method. *Optical Review*, Vol. 2, No. 3, pp. 194-198, 1995.
- [2] N. Oda, J. Hasegawa, T. Nonami, M. Yamaguchi and N. Ohyama. Estimation of the surface topography from monocular endoscopic images. *Optics Communications*, Vol. 109, pp. 215-221, 1994.
- [3] R. Kimmel and A. M. Bruckstein. Tracking level sets by level sets: A method for solving the shape from shading problem. *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 62, No. 2, pp. 47-58, 1995.
- [4] A. M. Bruckstein. On shape from shading. *Comput. Vision, Graphics, Image Process.*, Vol. 44, pp. 139-154, 1988.
- [5] E. Rouy and A. Tourin. A viscosity solutions approach to shape-from-shading. *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 29, No. 3, pp. 867-884, 1992.
- [6] R. Kimmel, et al. Shape from shading: Level set propagation and viscosity solutions. *Int. J. of Comput. Vision*, Vol. 16, pp. 107-133, 1995.
- [7] 儀我美一. 曲面の発展方程式における等高面の方法. *数学*, Vol. 47, pp. 321-340, 1995.
- [8] S. Osher and C. W. Shu. High-order essentially nonoscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equations. *SIAM J. Numer. Anal.*, Vol. 28, No. 4, pp. 907-922, 1991.
- [9] S. Osher. A level set formulation for the solution of the Dirichlet problem for Hamilton-Jacobi equations. *SIAM J. Math. Anal.*, Vol. 24, No. 5, pp. 1145-1152, 1993.
- [10] 石井仁司. 非線形偏微分方程式の粘性解について. *数学*, Vol. 46, pp. 144-157, 1994.
- [11] S. Osher and J. A. Sethian. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *J. Comput. Phys.*, Vol. 79, pp. 12-49, 1988.
- [12] M. G. Crandall, H. Ishii and P. -L. Lions. User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. *Bull. Amer. Math. Soc.*, Vol. 27, pp. 1-67, 1992.

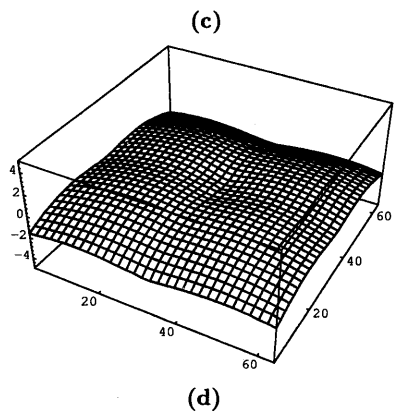
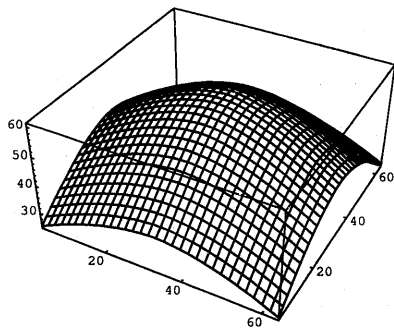
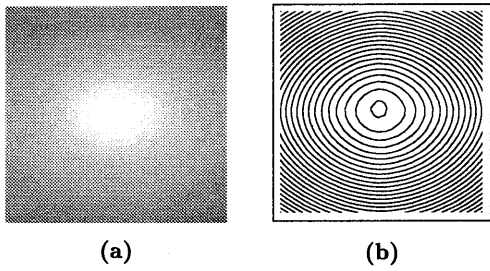


図 9: 合成画像を元にした形状復元例 ( (a) 原画像, (b) 再現された等距離曲線, (c) 復元された3次元形状, (d) 形状復元の誤差)

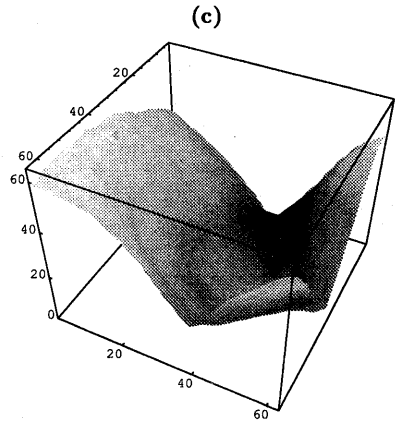
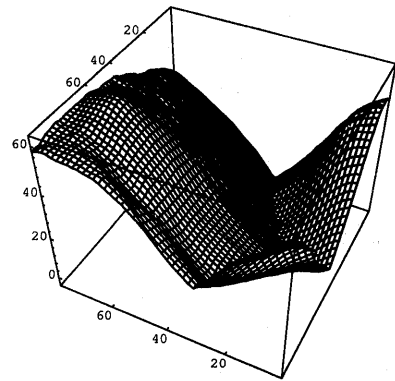
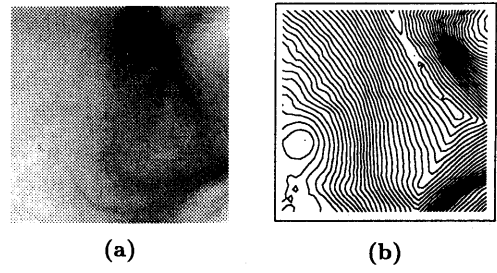


図 10: 医用内視鏡の画像からの復元例 ( (a) 胃壁の内視鏡画像, (b) 再現された等距離曲線, (c) 復元された3次元形状, (d) (c) に (a) をマッピングしたもの)