

2—混合分布モデルにもとづくアダプティブな2値化法

中村 英司 塩 昭夫 金子 博

東邦大学理学部情報科学科

NTT ヒューマンインターフェース研究所

あらまし

濃淡画像の二値化処理は通常、全画面における濃度ヒストグラムが双峰性であることを前提に全領域に一律に固定して決定される。しかし、一般的の画像において濃度ヒストグラムが双峰性であることは期待しがたい。そのような場合、2値化の結果は適切とならない。これに対して本論文では全画面では多峰性の濃度分布をもつ画像も局所的にみれば二峰性の濃度分布（2—混合分布）をもつと考え、そのような領域を自動的に検出するアルゴリズムを示した。さらにそれを応用して領域に依存してダイナミックに2値化閾値を決定する方法を検討した。

キーワード：ガウス分布と2項分布、EMアルゴリズム、領域分割

An Adaptive Thresholding Technique Based on Two-Mixture Distributions

Eiji NAKAMURA Akio SHIO Hiroshi KANEKO

TOHO University, Information Science Division

NTT Human Interface Laboratories

abstract

For images with distinct objects and background, histogram of the gray levels will be bimodal. In this case, a threshold value can be chosen as the graylevel that corresponds to the valley of the histogram. But, the method are not applicable for images having non-bimodal histograms. Overcoming the drawback, in this report, whole images are modelled as a set of subimages in which the histograms are 2-mixture of unimodal distributions, so, they respectively have bimodal gray level histograms, and the above methods are effective for the purpose. The experiments for real images indicates the usefulness of the model in thresholding for images.

Key words : Gaussian and Binomial Distribution, EM Algorithm, Image Segmentation

1 まえがき

濃淡画像の二値化処理はそれに引き続く、符号化、特徴抽出、識別等の結果に重大な影響を与える前処理として画像処理研究の初期から多くの方法が検討された提案されてきた[1]。しかし最終的な解決にはいたっていない。その理由はいろいろ考えられるが、その一つとして従来の方法が画像単位にユニークに二値化レベルを決定するアプローチに偏っており、本来局所的に決定されるべき閾値を動的に決定する柔軟性に欠けている点を指摘できる。

このような現状をふまえ本報告では領域に依存してダイナミックに二値化閾値を決定していく濃淡画像二値化法を検討する。すなわち、2-混合ガウス分布モデルを画像内の各局所領域に割り当てる確率モデルを考え、その尤度が最大となるような局所領域ごとに閾値を決定する濃淡画像二値化法を提案する。また、その有効性を検証する。

2 混合分布画像モデルに基づく二値化処理の定式化

2.1 領域に依存する二値化処理

従来もっともよく利用してきた二値化法は画像濃度ヒストグラムに基づく方法である。この方法では最適な二値化法、即ち、最適な二値化レベルの決定はヒストグラム上で特定の性質を持つ濃度値の決定問題に転換される。特定の性質とは濃度ヒストグラムを双峰性と暗に仮定した場合の谷の部分に比定されることが多い。例えば、最大モード間の谷部を最適な閾値レベルとする方法[2]、閾値で分割した部分ヒストグラムの分散の和が最小となるように閾値を決定する方法[3]、閾値で分割して生成した2区間ヒストグラムのエントロピーを最大にする方法[4]などである。

これらは明らかに、濃度ヒストグラムの双峰性の仮定のもとに導出した方法である。しかし我々が通常取り扱う画像には tri-modal 以上のより多モードな画像が少なからず存在する。

多峰性(三峰以上)の濃度ヒストグラムあるいは他特徴のヒストグラムを持つ画像から適切な二値化画像を得るのはむずかしいが、人間はこれらの画像においても局所的に画像を二値化することによって全体的にめりはりのついた自然な二値化処理をおこなっているように見える。このときの局所領域はどのように決定されるかについてはさまざまなモデル化が可能であるが、本論文では最適な二値化領域はできる限り双峰性分布に近い濃度ヒストグラム(一般には濃度に限らないが)を持つ局所領域であるということにする。定性的にいえば、一般的の画像はさまざまな構成要素を含み、いかなる特徴のヒストグラムをとっても、それが二値化に適した双峰性の分布となることは期待したい。しかし、局所的に画像を捉えることにより単純な構成の部分画像を抽出し、その分布が双峰性となることは十分期待できる。実際、フラクタル画像でもない限り部分画像の構造は全体の構造よりも単純である。以下、このような立場から濃淡画像の適合的な二値化処理を定式化する。

2.2 2-混合分布モデルとEMアルゴリズムによる解法

本節では混合分布およびそのパラメータ推定について次節以降必要とする事項を述べる。詳細は文献[5][6]を参照されたい。確率密度関数 $f(x)$, $f_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, M$) が

$$f(x) = \sum \pi_i f_i(x) \quad (1)$$

とかけるとき、 f は f_i を構成要素とする混合分布という[5]。ここで $\pi_i \geq 0$, $\sum \pi_i = 1$ である。 π_i は f_i の選択確率である。以下、構成要素 f_i ($i = 1, 2$) を $f_i(x | \psi_i)$ とかくことにす

る。 f_i は例えば、ガウス密度関数、ポアソン密度関数などであり、 ψ_i はそのパラメータと考えればよい。混合分布モデル (1) においてサンプル x_1, x_2, \dots, x_N からもとの $\pi_i, f_i(x | \psi_i)$ を推定することを考える。最尤推定により実行する場合、 f の対数尤度 $\ln L$ は

$$\begin{aligned} -\ln L &= -\sum \ln f(x_k) \\ &= -\sum \ln \{\sum \pi_i f_i(x_k | \psi_i)\} \end{aligned} \quad (2)$$

となる。だから、 π_i, ψ_i の関数として $-\ln L$ を最小化すればその最尤推定量がもとまる。これを総当たりで求めるのは難しいが、EMアルゴリズム [6] を用いれば逐次推定できる。

EMアルゴリズムとは、パラメータを任意の初期値に設定し、EステップとMステップの2つの手続きを交互に繰り返すことによってパラメータを逐次更新していく方法である。

EMアルゴリズムにより混合分布モデルの尤度を最大化するには以下のように行う。 $\psi_i(m)$ を m 段階での ψ_i の推定値とする。EMアルゴリズムはEステップとMステップからなり、そのそれぞれは、

Eステップ： m 段階でのパラメータ $\psi_i(m)$ を与えた時 f の標本平均対数尤度を求める

$$\begin{aligned} E(\ln L) &= E(\ln f(x_k) | \psi_i(m)) \\ &= Q(\psi(m)) \end{aligned} \quad (3)$$

Mステップ： $Q(\psi(m))$ を最大化する ψ_i を

$$\psi_i(m+1) \text{ とし更新する} \quad (4)$$

Eステップ、Mステップを $Q(\psi(m))$ が収束するまで繰り返すことにより、モデル(1)の最大尤度を実現するパラメータ値が推定される。ここからは実際の計算法を述べる。

2.3 局所的 2-混合分布画像モデル

2. 1 節で述べたように部分画像の構造は全体の構造よりも単純である。いいかえれば画像

は局的にみれば対象と背景の双峰性の分布（濃度分布または他の特徴量分布）を持つと考えられる。この事実を考慮して、本論文では濃淡画像の輝度値のヒストグラムを、（単峰性分布の）2-混合分布を濃度分布にもつ局所領域の集合としてモデル化する（図1）。もとになる单峰性分布としてなにをとるかが問題となるが、ここではガウス分布、及び、2項分布をとる。

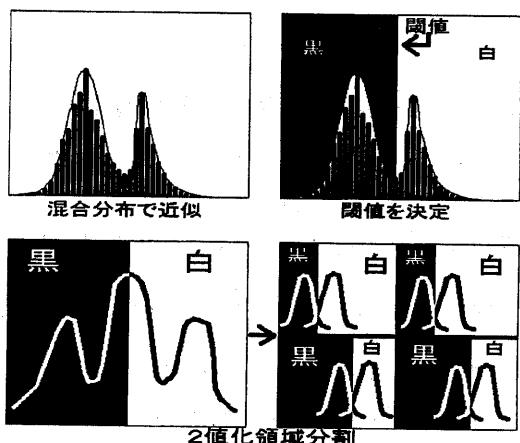


図 1 2-混合分布および画像モデル

ガウス分布を選んだのはモデルのパラメータが平均、分散と2つあり、パラメータが1つのポアソン分布や2項分布より正確なモデル化ができると考えたためである。2項分布を選んだのは、実際の濃度分布が正規分布のような左右対称と限らず左右どちらかへ偏る分布も少なくないことや、0未満や n を超える値が存在しないため現実のダイナミックレンジを正確に記述できるためである。画素値の分布は画像の局所領域への分割で決まるが、それは以下のようない分割で決まるとする。

各局所領域はその濃度分布が2-混合ガウス（あるいは2項）分布にもっとも適合する（尤度が高くなる）広さに選ぶ。すなわち、画像の局所領域への分割 $\{\Omega_j\} (j = 1, 2, \dots, m)$ に関する濃度ヒストグラム $f^j(x_k) (k = 1, 2, \dots, n(j))$

に対して

$$\begin{aligned}-\ln L(\Omega j) &= -\sum_k \ln f^j(x_k | \Omega_j, \psi_i) \\ &= -\sum_k \ln \{\pi_i f_i(x_k | \Omega_j, \psi_i)\} \quad (5)\end{aligned}$$

を $\{\Omega_j\}$ ($j = 1, 2, \dots, m$) , π_i, ψ_i の関数として最小化する Ω_j を選ぶ。

3 2-混合分布画像モデルのパラメータ推定

3.1 2-混合ガウス分布の場合

(1)式において $f_i(i=1, 2)$ をガウス密度関数として $f_i(x | \mu_i, \sigma_i^2)$ と書くことにする。ここで μ_i, σ_i^2 は $f_i(x)$ の平均、および分散を表す。

$$f(x) = \pi_1 f_1(x | \mu_1, \sigma_1^2) + \pi_2 f_2(x | \mu_2, \sigma_2^2) \quad (6)$$

と書ける。このとき $f(x)$ を2-混合ガウス分布という。ただし、 $\pi_1, \pi_2 \geq 0, \pi_1 + \pi_2 = 1$,

$$f_i(x | \mu_i, \sigma_i^2) = \frac{e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \quad (i=1, 2) \quad (7)$$

である。式(6)の形から想像されるように2-混合ガウス分布は双峰性である。サンプル $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_N$ からもとの $\pi_1, \pi_2, \mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ の推定は前述のEMアルゴリズムによればよい。EステップとMステップを実行し、各モデルパラメータについてのMステップの更新式を具体的に書けば、 m 段階目のパラメータ推定値を $\hat{\pi}_1(m)$, $\hat{\pi}_2(m)$, $\hat{\mu}_1(m)$, $\hat{\mu}_2(m)$, $\hat{\sigma}_1^2(m)$, $\hat{\sigma}_2^2(m)$ として

$$\hat{\pi}_i(m+1) = \frac{\sum_k p_m(i|x_k)}{N} \quad (8)$$

$$\hat{\mu}_i(m+1) = \frac{\sum_k x_k p_m(i|x_k)}{\sum_k p_m(i|x_k)} \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}_i^2(m+1) = \frac{\sum_k p_m(i|x_k)(x_k - \hat{\mu}_i(m+1))^2}{\sum_k p_m(i|x_k)} \quad (10)$$

となる。ただし、

$$p_m(i|x_k) = \frac{p(x_k|i) \hat{\pi}_i(m)}{\sum_i^M p(x_k|i) \hat{\pi}_i(m)} \quad (11)$$

$$= \frac{f_i(x_k | \hat{\mu}_i(m), (\hat{\sigma}_i(m))^2) \hat{\pi}_i(m)}{\sum_i^M f_i(x_k | \hat{\mu}_i(m), (\hat{\sigma}_i(m))^2) \hat{\pi}_i(m)} \quad (12)$$

となる。この処理の繰り返しにより適当な初期値 $\pi_1(0), \pi_2(0), \mu_1(0), \mu_2(0), \sigma_1^2(0), \sigma_2^2(0)$ から開始して $\pi_1, \pi_2, \mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ の値が推定できる。

尤度は推定した $\pi_1, \pi_2, \mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ を(2)式に代入し全画面について総和をとればよい。

3.2 2-混合2項分布の場合

2項分布は单峰分布かつ密度分布が非対称な状況を許容できるので実際の画像の濃度ヒストグラムをより現実的に記述できると思われる。

(1)式において $f_i(i=1, 2)$ を2項分布密度関数として $f_i(x | \lambda_i)$ と書くことにする。ここで λ_i は $f_i(x)$ の、 $g+1$ 階調の画像について1画素をディザリング法のように g の小領域に分けて(全部黒だと輝度0、全部白だと輝度 g になるので $g+1$ 階調になる)それぞれに白で塗りつぶすかどうかの確率を λ_i ($0 \leq \lambda_i \leq 1$) とする

$$f(x) = \pi_1 f_1(x | \lambda_1) + \pi_2 f_2(x | \lambda_2) \quad (13)$$

と書ける。このとき $f(x)$ を2-混合2項分布という。ただし、 $\pi_1, \pi_2 \geq 0, \pi_1 + \pi_2 = 1$,

$$f_i(x | \lambda_i) = \frac{g!}{x!(g-x)!} \lambda_i^x (1 - \lambda_i)^{g-x} \quad (i=1, 2) \quad (14)$$

(x, g は非負整数で、 g は画像全体で均一の定数)

である。式(13)の形から想像されるように2-混合2項分布は双峰性である。サンプル $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_N$ からもとの $\pi_1, \pi_2, \lambda_1, \lambda_2$ の推定は前述のEMアルゴリズムによればよい。EステップとMステップを実行し各モデルパラメータについてのMステップの更新式

を具体的に書けば m 段階目のパラメータ推定値を $\hat{\pi}_1(m)$, $\hat{\pi}_2(m)$, $\hat{\lambda}_1(m)$, $\hat{\lambda}_2(m)$ として

$$\hat{\pi}_i(m+1) = \frac{\sum_k^x p_m(i|x_k)}{N} \quad (15)$$

$$\hat{\lambda}_i(m+1) = \frac{\sum_k^N x_k p_m(i|x_k)}{\sum_k^N g p_m(i|x_k)} \quad (16)$$

となる。ただし、

$$p_m(i|x_k) = \frac{p(x_k|i) \hat{\pi}_i(m)}{\sum_i^M p(x_k|i) \hat{\pi}_i(m)} \quad (17)$$

$$= \frac{f_i(x_k | \hat{\lambda}_i(m)) \hat{\pi}_i(m)}{\sum_i^M f_i(x_k | \hat{\lambda}_i(m)) \hat{\pi}_i(m)} \quad (18)$$

となる。この処理の繰り返しにより適當な初期値 $\pi_1(0), \pi_2(0), \lambda_1(0), \lambda_2(0)$ から開始して $\pi_1, \pi_2, \lambda_1, \lambda_2$ の値が推定できる。

尤度は推定した $\pi_1, \pi_2, \lambda_1, \lambda_2$ を (2) 式に代入し、全画面について総和をとればよい。

3.3 二値化処理の定式化

濃淡画像が局所的 2 - 混合ガウス分布画像モデルまたは 2 - 混合 2 項分布で記述されているとする。濃度分布が双峰性の部分領域があらかじめ決定されているわけであるから二値化は簡単である。たとえば局所領域単位に従来利用される判別分析法 [3] を利用することもできる。しかし我々の立場では双峰性の分布がパラメトリックに表現されている。ここでは二値化に際してのエラー評価を考慮できる Bayes の識別規則による二値化閾値を設定してみる。

すなわち、ある局所領域で画素濃度分布が式 (6) の 2 - 混合ガウス分布画像モデルで記述されているとする。容易にわかるように Bayes エラーは

$$\pi_1 f_1(x | \mu_1, \sigma_1^2) = \pi_2 f_2(x | \mu_2, \sigma_2^2) \quad (19)$$

のとき実現される。同様に局所領域が式 (13) の 2 - 2 項分布で記述される場合、

$$\pi_1 f_1(x | \lambda_1) = \pi_2 f_2(x | \lambda_2) \quad (20)$$

の時実現される。従って Bayes エラー最小となる二値化閾値は各領域について (19) (20) の方程式を解けばよい。

本章で定式化した二値化処理法は、パラメトリックな確率モデルに基づくもので

- (a) 画像データに依存してアダプティブに、動的に適用領域、適用閾値を決定する。
 - (b) 確率モデルに基づくため二値化処理のエラーについて定量的議論が可能である。
- などの特長を備えている。

4 実験

画像データベース S I D B A 及びスキャナーから取り込んだサイズ 256×256 、白黒 256 階調の画像を取り実験を行う。従来手法の代表として判別分析法による 2 値化処理 [3] を取り上げ比較をしながら、提案手法の有効性を検証していく。以下、様々な形状の濃度ヒストグラムを持つ画像に対して 2 値化処理実験を行う。なお、EM アルゴリズムには収束が遅いアルゴリズムで、まれに極端に収束が遅くなる組み合わせがあるため、実験では 500 回で計算打ち切りとした。また最小局所領域は $16 \times 16, 4 \times 4$ の 2 種類を用いた。

図 2 (a) は実験画像 I であり、多峰 (≥ 3) 性濃度ヒストグラム (図 2 (b)) を持つ。判別法による 2 値化結果を図 2 (c) (いき値 145) に示す。貨車に書かれた文字の読み取りが目的の 2 値化なら失敗と言わざるを得ない。このような多峰性のヒストグラムは複雑背景画像、陰部分を持つ画像に多いが、特に戸外の風景画像等は太陽の位置によりこれらの性質を持つ。今、画像 I を最小局所領域を $16 \times 16, 4 \times 4$ として本手法を適用した 2 値化結果を図 2 (d),(e),(f) に示す。判別分析法で検出できない文字情報が抽出されていることがわかる。これは 2 値化閾値が文字周辺部で局所的に決定されるためであ

る。ただし、2項分布で最小局所領域を 4×4 にしたときは小さな文字は抽出しきれていない。いずれにせよこれらの結果より本手法は背景中の看板に書かれた文字（それらはしばしば多峰性濃度ヒストグラムを構成する）の解析あるいは認識にきわめて有効であると判断できる。

図3(a)は実験画像IIであり、多峰性濃度ヒストグラム(図3(b))を持つ。判別法による2値化結果を図3(c)(いき値125)に示す。図2と同様、交通標識の自動認識のための2値化ならば目的を達していない。画像IIを最小局所領域を 16×16 、 4×4 として本手法を適用した2値化結果を図3(d),(e),(f)に示す。図2と同様、判別分析法で検出できない文字情報が抽出されていることがわかる。2-混合2項分布モデルと2-混合ガウス分布の能力比較は今後の課題とするが、ガウス分布の場合、小さな濃度変化に敏感で微細部の2値化に成功している反面雑音を拾いがちである。一方、2項分布は量子化レベルの粗さのせいか雑音は少ないが小さな文字は抽出しきれていない。

同様の例は図4(実験画像III)、図5(実験画像IV)においてもみられる。いずれの場合も多峰性であり、判別法による文字の切り出しでは不十分な結果しか得られない。図4の場合、影の影響を適切に把握できないし、図5では間接光の効果が検出できない。しかし、このような状況は太陽の位置の変化により毎日おこる現象である。この問題にたいし単一閾値では対応できないが、本手法は自動的に局所領域分割をおこなうことにより複数の閾値を決定、所望の対象の2値化をおこなっている。

以上に対して図6(a)は実験画像Vであり、図(b)はその濃度ヒストグラムである。これは細かい点を除けば单峰性または双峰性のヒストグラムとみてよい。実験画像Iに最小局所領域として 16×16 を採用したときの本手法(2-混合ガウス分布モデル、及び、2-混合2項分布

モデル)の2値化結果を図(d)(e)に示す。また、最小局所領域に 4×4 を採用したときの2-混合2項分布モデルの2値化結果を図(f)に示す。最小局所領域の形状が矩形であるという制約もあって(特にガウス分布の場合局所性がつよく)不自然な境界(隣接領域間の連続性の不整合)がみられるが局所的には適切な2値化結果を与えていると思われる。これに対して判別法による結果は図(c)である。カーテンの襞が十分抽出されていない恨みはあるが大局的によい2値化結果であり、本手法よりも穩当な結果といえる。これは画像Vが全体として双峰性で判別法による方法が適用可能であること。本手法は局所的には双峰性で局所領域単位では自然な2値化結果を与えており、反面、隣接領域間の不整合を与えるマイナス面も存在するなどを考慮すれば納得できる。まとめると、

図6のような双峰性の濃度ヒストグラムをもつ画像の2値化に対しては、際立った優位性はないが、図2～図5のような多峰性の濃度ヒストグラムをもつ画像の2値化には有効であり、詳しくは以下のような特徴をもつ。

2-混合正規分布の場合…画像の特徴を強調して2値化するが、雑音も多い。特に、今回は紙面の都合で画像例は出さなかったが、最小サイズが 4×4 など小さいときは輝度値に敏感で雑音が多い傾向がみられる。

2-混合2項分布の場合…雑音はほとんどないが、輝度値の変化の少ないところで画像の特徴を見逃すことがある。結果的には2-混合正規分布の場合と大津法の中間に当たり、最小サイズが 4×4 など小さいときは大津法に近い画像を示す。

また原画像の種類別では、道路標識のような細かい文字を含む画像ではサイズ 16×16 の2-混合ガウス分布、文字を含まない画像ではサイズ 16×16 の2-混合2項分布の方が適していることがわかった。

5 むすび

濃淡画像の2値化法では従来画素濃度のヒストグラムが暗に画面全体で双峰性であることを仮定し、2つのモードのなす谷部分をなんらかの方法でもとめ2値化閾値とする方法が基本的である。しかしこの方法では現実に存在する多峰性の濃度ヒストグラムを持つ画像の2値化に際して問題がある。これに対して本報告では画面全体では多峰性ヒストグラムを持つ画像であっても適当に局所的にみれば双峰性の濃度ヒストグラムを持つというモデルを考え、モデルの可能性がもっともたかい局所領域、及び、それに付随した(可変な)閾値を自動的に決定する方法を提案した。そして様々な濃度ヒストグラムを持つ画像に対してその有効性を確認した。本手法は必ずしも双峰性でない濃度ヒストグラムを持つ画像の2値化についてもきわめて有効である。たとえば照明条件が制御できず照明むらが存在する一般背景下の文字切り出しに対して適用可能であり、環境条件が変化する画像対象の2値化処理に対して新しい方法論を提示すると考えられる。

参考文献

- [1]P.K.Sahoo et al.: "A Survey of Thresholding Techniques", CVGIP41, pp.233-260(1988).
- [2]J.M.S.Prewitt et al.: "The analysis of cell images", Ann. New York Acad. Sci., Vol 128, pp.1035-1053(1966).
- [3]N.Otsu: "A threshold selection method from gray level histogram", IEEE Trans. SMC-8, pp.62-66(1978).
- [4]T.Pun: "Entropic thresholding: A new approach", CVGIP-16, pp.210-239(1981).
- [5]D.M.Titterington, A.F.M.Smith and U.E.Makov: "Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions", John Wiley and Sons(1985).
- [6]A.P.Dempster, N.M.Laird and D.B.Rubin: "Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm", J.R.Statist.Soc.B, 39, pp.1-38(1977).

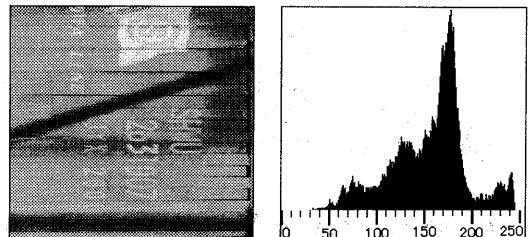


図2(a)原画像 (b)ヒストグラム

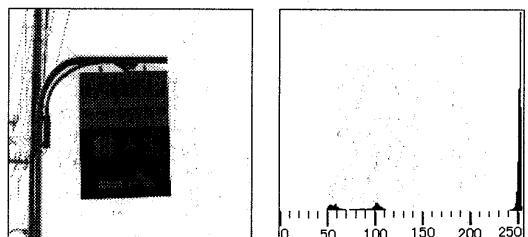


図3(a)原画像 (b)ヒストグラム

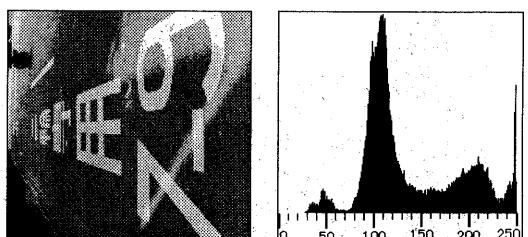


図4(a)原画像 (b)ヒストグラム

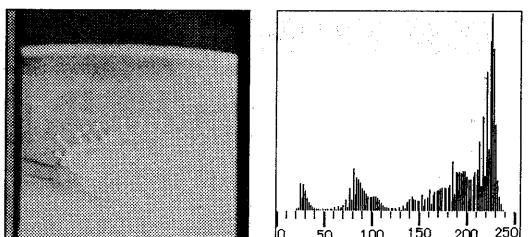


図5(a)原画像 (b)ヒストグラム

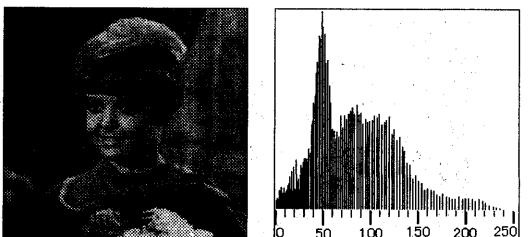
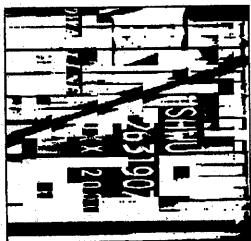


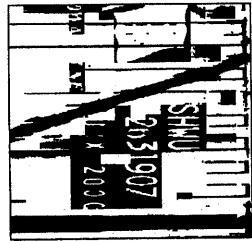
図6(a)原画像 (b)ヒストグラム



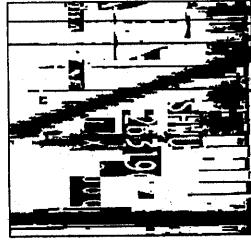
図2(c) 大津法



(d) ガウス 16x16



(e) 2項分布 16x16



(f) 2項分布 4x4

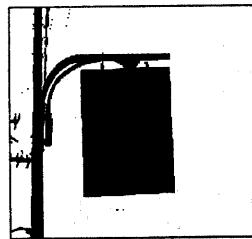
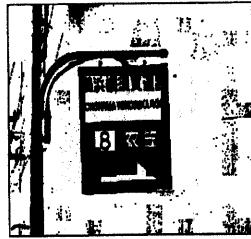
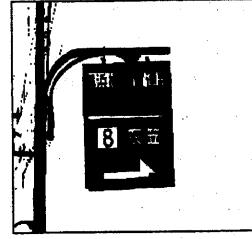


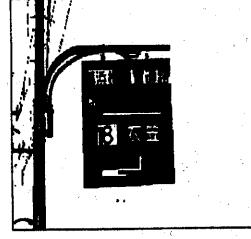
図3(c) 大津法



(d) ガウス 16x16



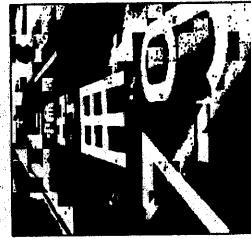
(e) 2項分布 16x16



(f) 2項分布 4x4



図4(c) 大津法



(d) ガウス 16x16



(e) 2項分布 16x16



(f) 2項分布 4x4

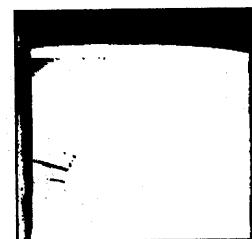
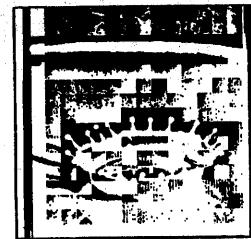
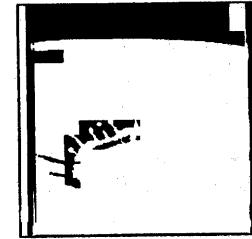


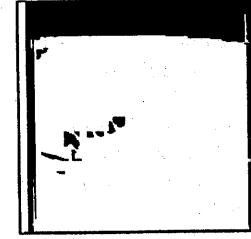
図5(c) 大津法



(d) ガウス 16x16



(e) 2項分布 16x16



(f) 2項分布 4x4



図6(c) 大津法



(d) ガウス 16x16



(e) 2項分布 16x16



(f) 2項分布 4x4