

弱中心射影画像からオイラー角を利用したモーション復元の 線形アルゴリズム

杉本 典子 徐 剛

立命館大学工学部情報学科コンピュータビジョン研究室, 草津市

Email: xu@cs.ritsumeai.ac.jp

http://www.cv.cs.ritsumeai.ac.jp

本論文では、オイラー角を利用して3枚の弱中心射影からモーションと形状を求める新たな線形アルゴリズムを示す。まず、それぞれの画像間でエピポーラ方程式を復元する。エピポーラ方程式を復元することで、オイラー角の第1要素と第3要素が求められる。次に3枚の画像間の回転関係により、残りのオイラー角の第2要素が求められる。また第2要素は非常に簡単な線形アルゴリズムで計算される。実験はシミュレーションと実画像を使用した。

A Simple Linear Algorithm for Motion from Three Weak Perspective Images Using Euler Angles

Noriko SUGIMOTO Gang Xu

Computer Vision Laboratory, Department of Computer Science,
Ritsumeikan University, Kusatsu-shi, 525, Japan

In this paper we describe a new simple linear algorithm for structure and motion from three weak perspective projection using Euler angles. We first determine the epipolar equation between each pair of images, which determines the first and the third Euler angles for the rotation between that pair of images, leaving only the second Euler angle undetermined. In the next step, combining the three rotation results in a very simple linear algorithm to determine the second Euler angles, up to a reflection. Experimental results on synthetic and real images are presented.

1 まえがき

2次元画像からの3次元運動と形状の復元はコンピュータビジョンの重要な課題の1つである。3次元情報の復元は、入力画像という1つ低い次元の情報から構築するため、失われた1次元分の情報を補うために処理や精度のうえで非常に難しい問題である。

正射影の場合、四点以上の対応のとれた特徴点をもつ3枚の異なる画像があれば、その画像間のモーションが復元できることはUllmanによって示され、またその非線形アルゴリズムも考えられた[1]。またHuangらによってその線形アルゴリズムも考えられている[2]。Otsuniらはロール・ピッチ・ヨーを利用した3枚の弱中心射影の画像から、モーションを求める線形アルゴリズムを示した[3]。また、特異値分解を利用した方法は

Tomasiらによって示されている[4]。本論文は、この問題をオイラー角を使って、もっと簡単な線形アルゴリズムを提案する。さらに運動復元のあと対象物体の形状も求める。本論文では3枚の弱中心射影画像を使用する。画像は、それぞれ特徴点が四点以上あり、その対応がとれているとする[5]。まずエピポーラ方程式を復元することで、オイラー角の第1要素と第3要素が求められる[6]。そこから線形アルゴリズムを使用し、オイラー角の残りの第2要素を求めることにより、画像間のモーションが定まる。求められた回転行列を利用し、3次元物体形状を復元する。

2 オイラー角による回転行列

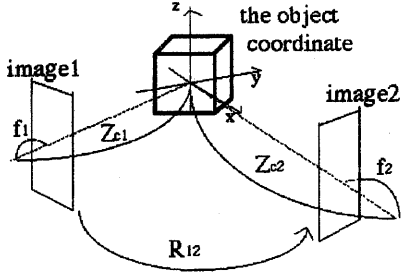


図 1: 物体座標と画像

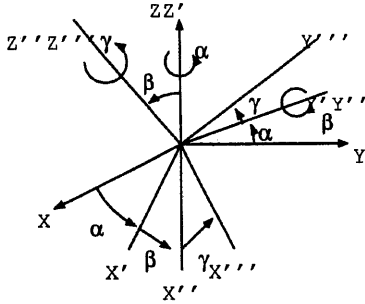


図 2: オイラー角

図 1は物体座標と画像を表している。ここで f_1, f_2 は焦点距離を示している。画像の j 枚目のカメラ座標における物体の中心の座標 X_{c_j} は以下のように示される。

$$X_{c_j} = [X_{c_j} \ Y_{c_j} \ Z_{c_j}]^T \quad (1)$$

3枚の画像のカメラ座標系での物体の特徴点をそれぞれ $X_i = [X_i \ Y_i \ Z_i]^T$, $X'_i = [X'_i \ Y'_i \ Z'_i]^T$, $X''_i = [X''_i \ Y''_i \ Z''_i]^T$ とする。ただし $i = 1 \sim n$ の範囲とする。座標系の間には以下の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} X_i &= R_{12} X'_i + t_{12} \\ X'_i &= R_{23} X''_i + t_{23} \\ X''_i &= R_{31} X_i + t_{31} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで R_{12}, R_{23}, R_{31} は回転行列であり、 t_{12}, t_{23}, t_{31} は並進ベクトルである。オイラー角は図 2 に示すように、任意の回転を Z 軸周りの回転 α 、次に新しい Y 軸である Y' 周りの回転 β 、最後に新しい Z 軸である Z'' 周りの回転 γ の 3 段階の回転によって表すものである。すなわちオイラー角 R は式 (3) のように表される。

$$\begin{aligned} R &= R(Z, \alpha) R(Y, \beta) R(Z, \gamma) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

3 オイラー角の第 1 要素と第 3 要素の復元

本論文ではエビポーラ方程式を求めることにより、画像間のオイラー角 α と γ の回転角度を求めることができる。

弱中心射影のときに 2 枚の画像間ではエビポーラ方程式が式 (4) のようになる。方程式の導き方は付録 1 を参照されたい。

$$f_1 x + f_2 y + f_3 x' + f_4 y' + f_5 = 0 \quad (4)$$

ここで (x, y) と (x', y') は画像上での対応する特徴点のピクセル座標である。この方程式は 4 つ以上の特徴点の対応があれば求められる。導き方は付録 2 を参照されたい。特徴点の対応に関しては [7] を参照されたい。

式 (4) の係数はオイラー角の要素として表現できる。

$$-\sin \beta (x \sin \alpha - y \cos \alpha + s x' \sin \gamma + s y' \sin \gamma + t) = 0 \quad (5)$$

式 (5) において α と γ は画像平面内での回転角度を示し、 t はエビポーラ線に垂直な方向の並行移動を表している。また s は画像間スケールである [5]。エビポーラ方程式から α, γ と s を次式により求めることができる。(t はここでは使用しない。)

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \text{atan2}(f_1, -f_2) \\ \alpha_2 &= \text{atan2}(-f_1, f_2) \\ \gamma_1 &= \text{atan2}(f_3, f_4) \\ \gamma_2 &= \text{atan2}(-f_3, -f_4) \\ s &= \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{f_3^2 + f_4^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

α と γ を求める上で逆正接関数 atan2 を使うことにする。この関数は図 3 のように縦軸 y と横軸 x の 2 つの変数を持ち、 y と x の符号を調べて $-\pi < \theta < \pi$ の範囲の角度を答として返すものである。この関数は x または y が 0 のときでも正しい答を返してくる。その精度も全定義域にわたって一様である。 α_1 と α_2 の 2 つの解の間には以下の関係が成り立つ。

$$\alpha_2 = \alpha_1 \pm \pi \quad (8)$$

$$\gamma_2 = \gamma_1 \pm \pi \quad (9)$$

式

$$\begin{aligned} R &= R(Z, \alpha_1 \pm \pi) R(Y, \beta) R(Z, \gamma_1 \pm \pi) \\ &= R(Z, \alpha_1) R(Y, -\beta) R(Z, \gamma_1) \end{aligned} \quad (10)$$

が成り立つので、オイラー角 $(\alpha \pm \pi, \beta, \gamma \pm \pi)$ はオイラー角 $(\alpha, -\beta, \gamma)$ と等価である。この (α, β, γ) と $(\alpha, -\beta, \gamma)$ は後で説明する線形アルゴリズムで求められる 2 つの

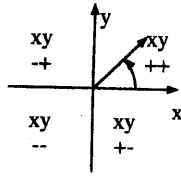


図 3: 関数 atan2

解となっている。よって、 α_1 と α_2 どちらを選択しても同じ結果となるので、ここでは $-\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲の方を選択する。この復元を画像 1 枚目と 2 枚目、2 枚目と 3 枚目、3 枚目と 1 枚目に関してそれぞれ行なうことにより、各画像間のオイラー角の第 1 要素と第 3 要素を求めることができる。

4 オイラー角の第 2 要素の復元

画像 2 枚からはオイラー角の第 1 要素と第 3 要素は求められるが、第 2 要素を求めるには 3 枚目の画像を必要とする。画像 3 枚の間の回転に関しては式 (11) のように表される。

$$\mathbf{R}_{12}\mathbf{R}_{23} = \mathbf{R}_{31}^T \quad (11)$$

式 (11) をオイラー角で示すと以下の式になる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}(Z, \alpha_{12})\mathbf{R}(Y, \beta_{12})\mathbf{R}(Z, \gamma_{12}) \\ & \mathbf{R}(Z, \alpha_{23})\mathbf{R}(Y, \beta_{23})\mathbf{R}(Z, \gamma_{23}) \\ & = (\mathbf{R}(Z, \alpha_{31})\mathbf{R}(Y, \beta_{31})\mathbf{R}(Z, \gamma_{31}))^T \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{R}(Y, \beta_{12})\mathbf{R}(Z, w_{12})\mathbf{R}(Y, \beta_{23})\mathbf{R}(Z, w_{23}) \\ & = (\mathbf{R}(Y, \beta_{31})\mathbf{R}(Z, w_{31}))^T \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、

$$\begin{aligned} w_{12} &= \gamma_{12} + \alpha_{23} \\ w_{23} &= \gamma_{23} + \alpha_{31} \\ w_{31} &= \gamma_{31} + \alpha_{12} \end{aligned} \quad (14)$$

次に $a_1 = \cos \omega_{12}$, $b_1 = \sin \omega_{12}$, $a_2 = \cos \omega_{23}$, $b_2 = \sin \omega_{23}$, $a_3 = \cos \omega_{31}$, $b_3 = \sin \omega_{31}$, $c_1 = \cos \beta_{12}$, $d_1 = \sin \beta_{12}$, $c_2 = \cos \beta_{23}$, $d_2 = \sin \beta_{23}$, $c_3 = \cos \beta_{31}$, $d_3 = \sin \beta_{31}$ とおくと式 (13) は以下のよう求められる。

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' & C' \\ D' & E' & F' \\ G' & H' & I' \end{bmatrix} \quad (15)$$

ただし、 $A = a_1 a_2 c_1 c_2 - b_1 b_2 c_1 - a_2 d_1 d_2$, $B = -a_1 b_2 c_1 c_2 - b_1 a_2 c_1 + b_2 d_1 d_2$, $C = a_1 c_1 d_2 + d_1 c_2$, $D = b_1 a_2 c_2 + a_1 b_2$, $E = -b_1 b_2 c_2 + a_1 a_2$, $F = b_1 d_2$, $G = a_1 a_2 d_1 c_2 + b_1 b_2 c_1 - a_2 c_1 d_2$, $H = a_1 b_2 d_1 c_2 +$

$$\begin{aligned} & b_1 a_2 d_1 + b_2 c_1 d_2, I = a_1 d_1 d_2 + c_1 c_2, A' = a_3 c_3, \\ & B' = b_2, C' = -a_3 d_3, D' = -b_3 c_3, E' = a_3, \\ & F' = b_3 d_3, G' = d_3, H' = 0, I' = c_3. \end{aligned}$$

式 (15) の行列式の 2 行 2 列は

$$-b_1 b_2 c_2 + a_1 a_2 = a_3 \quad (16)$$

となる。また式 (11) を以下のように変形させる。

$$\mathbf{R}_{23}\mathbf{R}_{31} = \mathbf{R}_{12}^T \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_{31}\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_{23}^T \quad (18)$$

式 (17)(18) から式 (16) のような結果が同様に求められる。

$$-b_2 b_3 c_3 + a_2 a_3 = a_1 \quad (19)$$

$$-b_3 b_1 c_1 + a_3 a_1 = a_2 \quad (20)$$

式 (16)(19)(20) から以下のように c_1 , c_2 , c_3 が求められる。

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{a_3 a_1 - a_2}{b_3 b_1} \\ c_2 &= \frac{a_1 a_2 - a_3}{b_1 b_2} \\ c_3 &= \frac{a_2 a_3 - a_1}{b_2 b_3} \end{aligned} \quad (21)$$

また

$$c_i^2 + d_i^2 = 1, i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

が成り立つため次式がえられる。

$$d_i = \pm \sqrt{1 - c_i^2}, i = 1, 2, 3 \quad (23)$$

そして式 (15) の 2 行 3 列から次式がえられる。

$$b_1 d_2 = b_3 d_3 \quad (24)$$

が求められ、また式 (17) と式 (18) を変形した行列の 2 行 3 列からも同様に

$$\begin{aligned} b_2 d_3 &= b_1 d_1 \\ b_3 d_1 &= b_2 d_2 \end{aligned} \quad (25)$$

が得られる。 d_i は 6 つ求められることになるが、式 (24)(25) から示されるように、独立してはいない。 d_1 , d_2 , d_3 のどれか 1 つの符号が定まれば残りの符号も決定することができる。よって (d_1, d_2, d_3) の組合せは 2 セットしかない。オイラー角の第 2 要素は次式により計算される。

$$\begin{aligned} \beta_{12} &= \text{atan2}(c_1, d_1) \\ \beta_{23} &= \text{atan2}(c_2, d_2) \\ \beta_{31} &= \text{atan2}(c_3, d_3) \end{aligned} \quad (26)$$

(d_1, d_2, d_3) の解は 2 セット求められるので、 $(\beta_{12}, \beta_{23}, \beta_{31})$ の解も 2 セット求められる。また求められた β の解は絶対値が同じで符号が逆の関係にある。このことは Ullman, Huang ちや Ostuni らによっても示されている [1, 2, 3]。

次の2つの式が常に成り立つ。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, \beta) \mathbf{R}(Z, \gamma) \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ -Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}(Z, \alpha) \mathbf{R}(Y, -\beta) \mathbf{R}(Z, \gamma) \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ -Z' \end{bmatrix} \quad (28)$$

よって、オイラー角の第2要素の符号が逆になるという事は、すなわち3次元座標の奥行きが反転することである。これは Necker Reversal という現象である。

5 形状の復元

画像 j ($j = 1, 2, 3$) 枚目での i 番目 ($i = 1 \sim n$) の特徴点の座標を (x_{ji}, y_{ji}) とする。 (x_{jc}, y_{jc}) を画像での物体の中心とすると以下のように表される。

$$\begin{pmatrix} x_{jc} \\ y_{jc} \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_{ji} \\ \sum_{i=1}^n y_{ji} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$u_{ji} = (u_{ji}, v_{ji})$ は (x_{ji}, y_{ji}) から次式で表す。

$$\begin{pmatrix} u_{ji} \\ v_{ji} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{ji} - x_{jc} \\ y_{ji} - y_{jc} \end{pmatrix} \quad (30)$$

3次元物体のスケールは定めることができないため、物体のスケールを画像1と同じにする。画像間の回転行列を以下に示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{11} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{12} &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{31} &= \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

弱中心射影を仮定するので、以下の関係を導くことができる。 X_i は1枚目の画像のカメラ座標系とは回転が存在せず、原点を物体の中心とした特徴点の座標である。 s_2 と $\frac{1}{s_3}$ は画像1に対して画像2, 画像3のスケールをあわせるためである。

$$\begin{aligned} u_{1i} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} X_i \\ s_2 u_{2i} &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \end{bmatrix} X_i \\ \frac{1}{s_3} u_{3i} &= \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \end{bmatrix} X_i \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)を一つにすると以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} u_{1i} \\ s_2 u_{2i} \\ \frac{1}{s_3} u_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \end{bmatrix} X_i \quad (33)$$

X_i は以下のように求められる。

$$X_i = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A} \begin{bmatrix} u_{1i} \\ s_2 u_{2i} \\ \frac{1}{s_3} u_{3i} \end{bmatrix} \quad (34)$$

ただし

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \end{bmatrix} \quad (35)$$

6 実験結果

実験はシミュレーション画像と実画像を用いて行った。シミュレーション画像はアルゴリズムが実行されたときの評価のために使用した。各辺が20の立方体を用い、8頂点を特徴点とした。シミュレーション画像は中心射影で作成する。1枚目の画像をまず写す。その後物体をオイラー角 ($10^\circ, 30^\circ, 45^\circ$) で回転させたものを2枚目の画像として写す。2枚目の物体をさらにオイラー角 ($10^\circ, 20^\circ, -20^\circ$) で回転させたものを写したものである。ここでは $f_1 = f_2 = f_3 = 5000$, $X_c = Y_c = 0$ とした。これらの画像にはすべての点に分散1のガウスノイズを加えた。

表1は $Z_c = 40$ と $Z_c = 200$ の場合において、オイラー角と形状を復元した結果である。3次元形状のスケールは物体の元のスケールに合わせておいた。この表からみて $Z_c = 200$ のときはかなり正確に復元できた。オイラー角はそれぞれ 0.3° 以下の誤差である。 $Z_c = 40$ のときは Z_c が短いために弱中心射影の仮定は満たされていない。そのために結果は誤差が大きい。

1枚目と2枚目の画像間のオイラー角の結果を、 $Z_c = 40$ から $Z_c = 200$ まで変化させた1枚目と2枚目のオイラー角の第1要素を図4, 第2要素を図5, 第3要素を図6に示した。水平な線は正しい解である。 $Z_c = 140$ 以上では振動がみられる。これより Z_c が大きくても改良はみられない。図7は3次元形状の誤差を示したものである。

図8は 640×480 ピクセルの東芝 CCD カメラで撮影した3枚の実画像である。図にかかっている数字は特徴点とその対応を示す。物体は一辺が10センチの立方体であり、カメラと物体との距離は約80センチである。

正確なカメラの移動がわからないため、ここでは形状の復元のみを示す。図9は復元された物体の左側面、右側面と真上の3方向から見た形状である。結果はほぼ正方形を表しており、正確に復元されているといえる。

表 1: 線形アルゴリズムによるオイラー角と形状の復元結果

	$Z_{c1}, Z_{c2}, Z_{c3} = 200$		$Z_{c1}, Z_{c2}, Z_{c3} = 40$
	actual	computed	computed
$R_{12}\alpha$	10.000	9.948	10.873
$R_{12}\beta$	30.000	30.021	24.146
$R_{12}\gamma$	45.000	45.001	43.458
$R_{23}\alpha$	10.000	9.844	6.026
$R_{23}\beta$	20.000	20.056	18.271
$R_{23}\gamma$	-30.000	-29.799	-24.987
X1	10.00	9.52	7.94
Y1	10.00	9.40	7.72
Z1	10.00	9.56	10.52
X2	10.00	10.56	13.72
Y2	10.00	10.36	12.15
Z2	-10.00	-9.12	-4.06
X3	10.00	9.52	8.07
Y3	-10.00	-9.40	-7.92
Z3	10.00	9.60	10.40
X4	10.00	10.40	12.65
Y4	-10.00	-10.32	-12.10
Z4	-10.00	-10.04	-11.17
X5	-10.00	-9.60	-8.52
Y5	-10.00	9.68	8.89
Z5	10.00	9.88	10.30
X6	-10.00	-10.44	-13.13
Y6	10.00	10.52	13.88
Z6	-10.00	-10.32	-15.84
X7	-10.00	-9.40	-7.66
Y7	-10.00	-9.64	-8.41
Z7	10.00	10.88	15.71
X8	-10.00	-10.48	-13.11
Y8	-10.00	-10.60	-14.30
Z8	-10.00	-10.32	-14.99

また、線形アルゴリズムから得られた結果を初期値とし、中心射影を利用した目的関数を最小化することで、中心射影における復元ができる。線形アルゴリズムで得られた結果は2つあるので初期値は2つあり、よって収束後の結果も2つある。 $Z_c = 40$ のシミュレーション画像で実験した場合において、上記の方法で中心射影における復元を行なう。収束後の結果のエネルギーは4.21と211100.82となる。収束したエネルギーの小さい方を表2に示す。線形アルゴリズムの結果よりも結果は非常に改善されている。

7 むすび

3枚の弱中心射影画像によりオイラー角を利用し、モーシオンと形状を求める新たな線形アルゴリズムを提案した。

実験結果は弱中心射影による誤差を含む。しかし、物体とカメラとの距離が大きければ、ほぼ正しい結果を得ることができた。逆に物体とカメラとの距離が小さいと誤差が大きくなる。

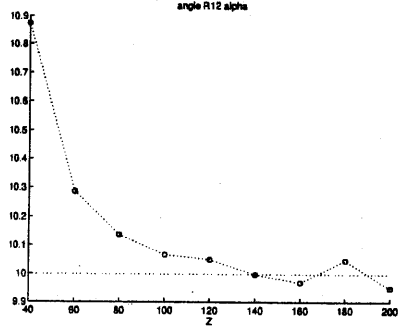


図 4: $Z_c = 40$ から 200 の間のオイラー角 R_{12} 第 1 要素の変化

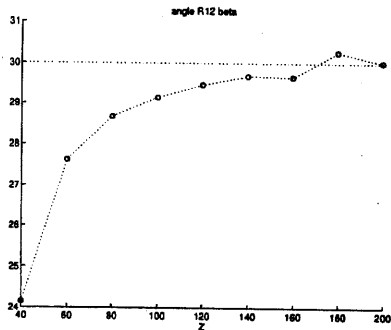


図 5: $Z_c = 40$ から 200 の間のオイラー角 R_{12} 第 2 要素の変化

参考文献

- [1] S. Ullman, "The Interpretation of Visual Motion," MIT Press, Cambridge, MA, 1979
- [2] T. S. Huang, and C. H. Lee, "Motion and Structure from orthographic projections," IEEE Trans. PAMI, 11:536-540, 1989
- [3] J. Otsumi and S. Dunn, "Image Using Image Rotation," IEEE Trans. PAMI, 18(1):64-69, January 1996
- [4] C. Tomai and T. Kanade, "Shape and Motion from Image Streams: a Factorization Method," CMU-CS-91-105, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, January 1991.
- [5] G. Xu, and Z. Zhang, "Epipolar Geometry in Stereo, Motion and Object Recognition: A Unified Approach," Kluwer Academic Publishers, 1996.

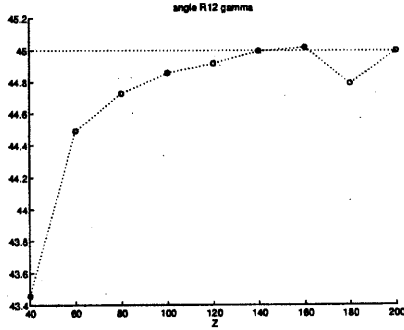


図 6: $Z_c = 40$ から 200 の間のオイラー角 R_{12} 第 3 要素の変化

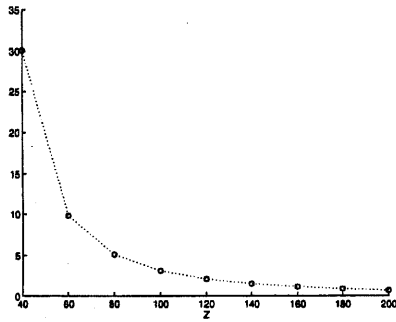


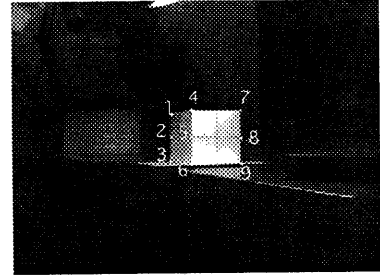
図 7: $Z_c = 40$ から 200 の間の計算で求められた形状の 2 乗誤差

- [6] L. Shapiro, A. Zisserman, and M. Brady, "Motion from point matches using affine epipolar geometry," In Proc. Third European Conf. Comput. Vision, 1994.
- [7] G. Xu, "A Unified Approach to Image Matching and Segmentation in Stereo, Motion and Object Recognition via Recovery of Epipolar Geometry", VIDERE: A Journal of Computer Vision Research, Vol. 1, No.1, 1997.

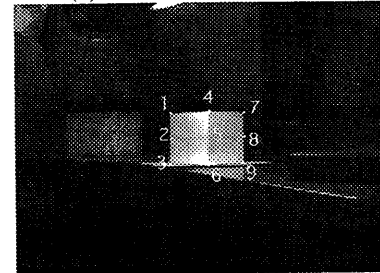
A エピポーラ方程式の導出

3次元空間において、物体のある点 (X, Y, Z) が任意の回転 R , 及び並行移動 t により (X', Y', Z') に移ったとき次の式(36)が成立する。

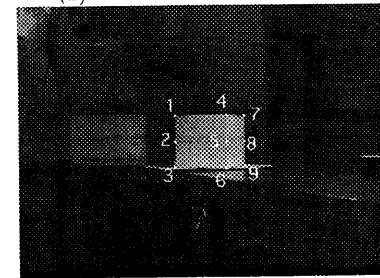
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + t \quad (36)$$



(a) The first view of a cube



(b) The second view of a cube



(c) The third view of a cube

図 8: 実験で使った実画像

ただし

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$$t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (37)$$

この式から Z を消去すると次式がえられる。

$$g_1 X + g_2 Y + g_3 X' + g_4 Y' + g_5 = 0 \quad (38)$$

ただし

$$g_1 = -r_{23}$$

$$g_2 = r_{13}$$

$$g_3 = r_{11} r_{23} - r_{21} r_{13} = -r_{32}$$

表 2: ガウス分布の分散 1 のときの中心射影による復元の結果

	$Z_{c1}, Z_{c2}, Z_{c3} = 40$	
	actual	computed
$R_{12\alpha}$	10.000	9.990
$R_{12\beta}$	30.000	29.993
$R_{12\gamma}$	45.000	45.020
$R_{23\alpha}$	10.000	10.020
$R_{23\beta}$	20.000	20.000
$R_{23\gamma}$	-30.000	-30.024
X_1	10.00	10.26
Y_1	10.00	10.26
Z_1	10.00	11.30
X_2	10.00	10.26
Y_2	10.00	10.27
Z_2	-10.00	-9.21
X_3	10.00	10.26
Y_3	-10.00	-10.24
Z_3	10.00	11.30
X_4	10.00	10.26
Y_4	-10.00	-10.26
Z_4	-10.00	-9.27
X_5	-10.00	-10.26
Y_5	-10.00	10.25
Z_5	10.00	11.30
X_6	-10.00	-10.26
Y_6	10.00	10.26
Z_6	-10.00	-9.21
X_7	-10.00	-10.26
Y_7	-10.00	-10.26
Z_7	10.00	11.29
X_8	-10.00	-10.26
Y_8	-10.00	-10.26
Z_8	-10.00	-9.22

$$\begin{aligned} g_4 &= r_{12}r_{23} - r_{22}r_{13} = r_{31} \\ g_5 &= r_{23}t_x - r_{13}t_y \end{aligned} \quad (39)$$

ここで物体の大きさに比べて、物体とカメラとの距離が十分に大きいと仮定し、弱中心射影を用いることにする。移動前後の物体の重心位置を (X_c, Y_c, Z_c) , (X'_c, Y'_c, Z'_c) とする。 (x_o, y_o) , (x'_o, y'_o) を画像 1, 2 の中心とすればピクセル座標での画像 1, 2 における点 (x, y) , (x', y') は式 (40) (41) に示される。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{f}{Z_c} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \frac{f'}{Z'_c} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x'_o \\ y'_o \end{bmatrix} \quad (41)$$

ただし, f, f' は焦点距離とする。式 (40)(41) を式 (38) に代入すると次式がえられる。

$$f_1 x + f_2 y + f_3 x' + f_4 y' + f_5 = 0 \quad (42)$$

ただし

$$f_1 = \frac{Z_c}{f} g_1$$

$$f_2 = \frac{Z_c}{f} g_2$$

$$f_3 = \frac{Z'_c}{f'} g_3$$

$$f_4 = \frac{Z'_c}{f'} g_4$$

$$f_5 = -g_1 x_o - g_2 y_o - g_3 x'_o - g_4 y'_o + g_5 \quad (43)$$

式 (42) が 2 つの画像の対応点が満たすべきエピポーラ方程式である。

B 対応点からのエピポーラ方程式の算出法

ここでは、実際に 2 枚の画像の特徴点の対応がわかっているときに、エピポーラ方程式を算出する方法を述べる。画像 1, 画像 2 の各特徴点をそれぞれ (x_i, y_i) , (x'_i, y'_i) とすると式 (42) より次式とおける。

$$u_i^T f + f_5 = 0 \quad (44)$$

ただし

$$\begin{aligned} u_i &= [x_i \ y_i \ x'_i \ y'_i]^T \\ f &= [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4]^T \end{aligned} \quad (45)$$

式 (44) のパラメータは 5 つである。しかし, f_5 を固定することができるので自由度は 4 つしかない。両画像で各特徴点をエピポーラ線との距離を最小にするようにエピポーラ方程式を求めると、

特徴点とエピポーラ方程式との距離は両画像でそれぞれ

$$\begin{aligned} d_1^2 &= \sum_{i=1}^n \frac{(u_i^T f + f_5)^2}{f_1^2 + f_2^2} \\ d_2^2 &= \sum_{i=1}^n \frac{(u_i^T f + f_5)^2}{f_3^2 + f_4^2} \end{aligned} \quad (46)$$

となる。スケールを考慮し、エネルギー関数を次式におく。

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+s^2} d_1^2 + \frac{s^2}{1+s^2} d_2^2 \right) \quad (47)$$

G に d_1, d_2, s を代入し整理する。

$$\begin{aligned} G &= \sum_{i=1}^n \frac{e_i^2}{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{(u_i^T f + f_5)^2}{f^T f} \end{aligned} \quad (48)$$

まず, $\frac{\partial G}{\partial f_5} = 0$ とすると

$$f_5 = -\frac{\sum_{i=1}^n u_i^T f}{n} = -u_0^T f \quad (49)$$

ただし

$$u_0 = \frac{\sum_{i=1}^n u_i^T}{n} \quad (50)$$

が導かれ、これを G に代入すると次式がえられる。

$$G = \frac{f^T W f}{f^T f} \quad (51)$$

ただし

$$v_i = u_i - u_0 \quad (52)$$

$$W = \sum_{i=1}^n v_i v_i^T \quad (53)$$

ここで $\frac{\partial G}{\partial f} = 0$ とおく。

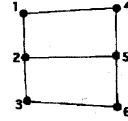
$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial f} &= \frac{2Wf}{f^T f} - \frac{2f^T W f}{f^T f^2} \\ &= \frac{2(Wf - G E)f}{f^T f} = 0 \end{aligned} \quad (54)$$

よって

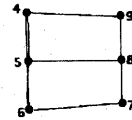
$$Wf = Gf \quad (55)$$

となる。

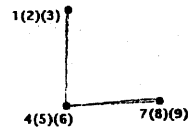
G を最小にする f を求めることは、式 (55) で最小の固有値に対応する固有ベクトルを求めることと同じである。



(a) A side view of the recovered cube, whose ideal shape is a square



(b) A side view of the recovered cube, whose ideal shape is a square



(c) A top view of the recovered cube, whose ideal shape is a right angle

図 9: 実画像を利用した実験結果