

陰影と反射率分布図の整合性について

岡谷 貴之 出口 光一郎

東北大学大学院情報科学研究科

本報告では、画像の陰影と反射率分布図の関係において、形状がなめらかであるとするならば、与えられた陰影のパターンを与える反射率分布図は任意ではないことを指摘する。一般になめらかでない形状に対しては、特別な照明条件を用意しない限り、その陰影は連続にはならない。逆に陰影が連続なときは形状はなめらかであると考えることができる。反射率分布図と勝手につくったパターンを陰影として与えたとき、たとえその陰影が連続であっても、通常は両者をつなぐなめらかな形状は存在しない。これを利用すると、与えられた画像と反射率分布図から形状を計算したとき、それがなめらかであるかどうかを見ることで、照明条件や反射特性の知識の正しさを知ることができる。と期待できる。

On Consistency between Shading and Reflectance Map

Takayuki OKATANI and Koichiro DEGUCHI

Graduate School of Information Science
Tohoku University

In this paper, we point out that for a given shading pattern, the reflectance map yielding that shading cannot be arbitrary if the object shape must be smooth. Generally, for a non-smooth object shape, its shading will not become continuous unless extraordinary illumination is chosen. From this, we may think that if a given shading pattern is continuous, its original shape should be smooth. However, for an arbitrary grey level pattern, a smooth shape whose shading coincides with that pattern does not exist even if the pattern is continuous. Based on this fact, by checking smoothness of solution for given shading and assumed reflectance map, we may examine correctness of the reflectance map, that is, correctness of knowledge of illumination and surface reflectance.

1 はじめに

例えば人の顔を収めた写真など、濃淡画像が与えられたとき、人間はそこからたやすく顔の形状を知ることができる。

画像の濃淡は大ざっぱに言えば3つの要素で決まる。物体の表面形状、表面の反射特性、そして照明である。この3要素が絡み合った画像の生成過程を経て、濃淡は決まっている。したがって濃淡から形状を知るためには、形状以外の2要素すなわち反射特性と照明条件の知識が必要であると思われる。

実際、コンピュータビジョンの分野で行われてきた陰影からの形状復元に関する研究では、物体表面の反射特性はもちろん照明の条件も、その知識を前提としていた。画像とともに反射特性と照明条件を合わせた表現である反射率分布図が与えられているとし、その場合に形状復元の可否や方法が論じられた。

しかし、人間の場合には、コンピュータビジョンで考えてきたような知識を前提としているとは考えられない。1枚の写真だけから形状を知ることができるのであり、そこにはその写真を撮った瞬間の照明条件の知識など存在しないからである。このような人間の場合とコンピュータビジョンの場合との差はなんであろうか。

陰影とは物体表面の面の向きが空間的に変化することから来る画像の明るさの変化を言う。画像の濃淡には、陰影だけでなく、例えば相互反射など陰影や陰だけでは表せない要素も多く含まれる。人間はそれらの情報も巧みに利用して、照明条件を得たり、あるいは直接形状の情報を得ているのかも知れない。しかしながら本稿では、陰影のみに絞ってこの問題を考えることにする。

本報告では、点でなく空間的な形状や濃淡の連続性を利用すれば、形状復元を通じて反射特性や照明条件に関する情報が得られる可能性があることを述べる。

このような考え方の1つに形状の積分可能性条件(integrability)がある。これは、物体表面の勾配を構成する2成分について、勾配が正しく形状に対応するものならば各点でその2成分間にある関係式が成り立つというものである。それを微分で表すと、勾配を (p, q) と書くとき $\partial p/\partial y = \partial q/\partial x$ となるというものである。

本稿で考えるのはこの積分可能性よりもさらに広

い画像の範囲での陰影の連続性と形状のなめらかさである。画像の陰影が連続であるとしたとき(あるいは連続な領域に注目する)、ほとんどの場合対応する形状はなめらかである。形状がなめらかであるとするれば、何らかの与えられた陰影のパターンを与える反射率分布図は任意ではないことを述べる。このことを使うと、与えられた画像と反射率分布図から形状を求め、その形状のなめらかさをチェックすることで、与えられた反射率分布図すなわち照明条件と反射特性の正しさが調べられると期待される。

2 陰影と反射率分布図

2.1 画像照度方程式

画像の座標を (x, y) とする。正射影を仮定し、対象物体の表面形状を画像面からの奥行きとして $z(x, y)$ と表す。表面の面の勾配を $(p, q) = (\partial z/\partial x, \partial z/\partial y)$ と表記したとき、画像の明るさ $E(x, y)$ は、

$$E(x, y) = R(p, q) \quad (1)$$

と表せる。 $R(p, q)$ は反射率分布図と呼ばれ、反射特性と照明条件の両方に応じて決まる。

ここでは物体表面の反射特性を一般的な拡散反射に絞って考える。照明条件としては、光束の絞られた複数の光源があるような場合は考えず、平行光かそれに近い単純な照明環境を仮定する。そして、これらの仮定を元に、 $R(p, q)$ の形について、 $R(p, q)$ の最大値を与える (p_0, q_0) は勾配空間で孤立した1点であると仮定し、次の不等式が成り立つとする。

$$(p - p_0)R_p + (q - q_0)R_q \neq 0 \quad (2)$$

この不等式は、 (p_0, q_0) から放射状に引いたどの半直線上でも、 $R(p, q)$ の値は (p_0, q_0) から遠ざかるにつれて単調に減少することを保証する。また、幾何学的には、最大点 (p_0, q_0) を通るいかなる直線も、 $R(p, q)$ の任意の高さの等高線と接しない、という風にも理解される。これは、通常の拡散反射と上の照明条件の仮定があるときは成り立つと考えて良い。本稿では、この不等式が成立するような $R(p, q)$ のみを対象とする。この条件は、3節に述べる解法によって唯一に解が定まることを保証する。

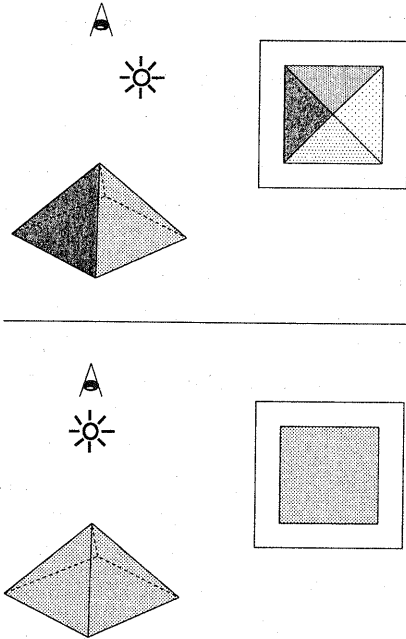


図 1. 画像が連続なのに形状がなめらかでない場合の例。ランダムな方向からの照明では画像が不連続になるのに (上) ; 正確に対称な方向からの照明の下では画像が連続になる (下) .

2.2 画像と形状のなめらかさ

$R(p, q)$ がなめらかであるとする。画像照度方程式の関係から、画像 $E(x, y)$ と形状 $z(x, y)$ はその微分可能性について 1 階分の差があると言える。すなわち形状 $z(x, y)$ が $n + 1$ 階連続微分可能であれば、 $E(x, y)$ は n 階連続微分可能である。この逆は常には正しくない。つまり $E(x, y)$ が n 階連続微分可能であっても $z(x, y)$ が $n + 1$ 階連続微分可能であるとは限らない。

今、 $E(x, y)$ が連続であったとする。 $z(x, y)$ が 1 階微分可能であれば $E(x, y)$ は連続であるが、逆に $E(x, y)$ が連続なのに $z(x, y)$ が 1 階微分可能でないときはどのような場合かを考える。

反射特性が表面上にわたって均質な正四角錐を考える。正四角錐をその頂点の方向から平行光で照らす。通常、画像上では、明るさの異なる 4 枚の三角形が頂点を中心とし並ぶように見えるはずである (図 1 上) 。しかし、平行光を頂点について正確に対称な位置にもってくると、4 枚の三角形が同じ明る

さになり、等しい明るさの面に見える (図 1 下) 。これが形状が微分可能でないのに、画像の方は連続になる一例である。

もちろんこのようになるのは正四角錐だけではない。紙を折ったときのようなエッジ状の稜線をもつ形状なら同じことが起りうる。しかしその場合でも、照明の方向が稜線をはさんで両側の面を正確に同じ角度で見込む位置にないといけない。そしてこのような状況は、人工的につくらない限りなかなかないのである。したがって画像が連続なら、一般的には形状は 1 階微分可能である、すなわちなめらかであると考えてよい。

3 画像照度方程式の解

画像照度方程式を満たす $z(x, y)$ を求めることは、1 階偏微分方程式

$$E(x, y) = R(z_x, z_y) \quad (3)$$

を解くことに帰着できる。 $E(x, y)$ が連続であるとしたとき、 $z(x, y)$ がどのように定まるかを考える。陰影からの形状復元問題として知られるこの問題については、様々なことが分かっている。

偏微分方程式としてこの問題を考えるためには、明らかに初期条件ないし境界条件が必要である。次に述べるように、画像の中で最大の明るさをとる点を初期条件とし、初期値問題として問題を定式化することが可能である。

3.1 特異点

微分方程式の解を形成するために十分な条件として、画像の最も明るい点の存在がある。そのような点を特異点と呼ぶ。画像 $E(x, y)$ と反射率分布関数 $R(p, q)$ だけが与えられているとき、他に形状の部分的な知識がないとすると、特異点の他には条件は存在しないと言える。

$R(p, q)$ の最大値を R_0 、最大値を与える点を (p_0, q_0) とする。このとき $E(x, y) = R_0$ となる画像の点 (x, y) ではただちに面の勾配が $(p, q) = (p_0, q_0)$ と分かる。これを初期条件として用いることができる。ただし、特異点では $E(x, y)$ と $z(x, y)$ は 2 階微分可能であるとする。

特異点では $E(x, y)$ と $R(p, q)$ の 1 階微分係数がすべて 0 になる特異性がある。その結果、特異点の近

傍での解には不定性がある。これについて Saxberg は (3) 式の特性方程式を解析することにより、特異点のまわりで、凸な形状の解がただ一つ、凹な形状の解がただ一つに決まり、鞍状の解は無数に存在する可能性があるとして述べた [1]。

いずれにせよ、特異点近傍では凸か凹かを決めればそれに対する局所的な形状が分かる。これを初期値としてより広い範囲での解を求めることができる。

3.2 等高線追跡による解の形成

偏微分方程式 (3) の大域解を求める方法の1つに、方程式を $z(x, y)$ の等高線の発展を記述した発展方程式に書き直して解く方法がある。これは Bruckstein [2], Osher [3] らが考案した方法である。後に数値計算に関連して、この方法は level set 法 [4] と統合され、特に $H(x, y, z_x, z_y, z) = 0$ の形の偏微分方程式は、level set 法の1手法である fast marching 法と呼ばれる方法により効率よく数値計算が行えることが知られている。

このような方法を陰影からの形状復元問題に応用することについて、ランバート面の場合については様々な結果が得られている [5, 6]。ここでは、非ランバート面の場合への拡張を述べる。 $R(p, q)$ について不等式 (2) が成り立てば、解は定まる。

まず、高さを (p_0, q_0) 方向に取り直す。

$$u(x, y) = \frac{z(x, y) - p_0 x - q_0 y}{\sqrt{1 + p_0^2 + q_0^2}} + \text{const.} \quad (4)$$

高さ t での u の等高線を、画像上に投影してできる曲線を $C(t)$ とする。 $C(t)$ の点を $(x(s, t), y(s, t))$ と書くと $u(x(s, t), y(s, t)) = t$ である。

t での曲線 $C(t)$ が分かっているとす。微少な δt だけ異なる高さ $t + \delta t$ での曲線 $C(t + \delta t)$ を求めることを考える。 δt に対して、 $C(t)$ の各点がそれぞれ画像上を移動して $C(t + \delta t)$ 上に到達すると考える。各点の移動の方向を $C(t)$ の各点での法線方向にとる。その方向への移動量を δd とすると、 δt との比を

$$\frac{\delta d}{\delta t} = \frac{\sqrt{1 + p_0^2 + q_0^2} \sqrt{x_s^2 + y_s^2}}{(p - p_0)y_s - (q - q_0)x_s} \quad (5)$$

と書くことができる。

この式で (p, q) は未知であるから定める必要があ

る。それは次に示す連立方程式の解になる。

$$(p - p_0)x_s + (q - q_0)y_s = 0, \quad (6a)$$

$$R(p, q) - E(x, y) = 0. \quad (6b)$$

ここで (x_s, y_s) は $C(t)$ の各点での接方向を表す。不等式 (2) が成り立てば上の式の解 (p, q) は2つにまで絞ることができる。

$\delta d / \delta t$ の $\delta t \rightarrow 0$ の極限を v と書く。これは法速度と呼ばれる。上の連立方程式の2つの解は、曲線 $C(t)$ の運動の向きによってただ一つに絞ることができ、その運動の向きを最初に決めておけば曲線の発展の間、同様に解を絞れる。

(5), (6) 式によって $C(t)$ の各点で v が定まる。この v を用いて、 $C(t)$ の各点を画像上で $v \delta t$ だけ移動させると、すべての点の行き着く先として $C(t + \delta t)$ が得られる。これを繰り返せば $u(x, y)$ の各高さ t での等高線の集合が得られる。それはすなわち $u(x, y)$ あるいは $z(x, y)$ そのものであり、求めるものである。このように問題は $C(t)$ の発展問題に帰着される。初期値として、特異点が利用できる。凸 (ないし凹) の特異点近傍の形状を元に微少な等高線を作ると、それがこの発展問題の初期値となる。

凸な特異点からどこまで $C(t)$ を発展させられるかは、元の形状による。凸な特異点を、出発点となる凸な特異点以外に内部に含まないような $u(x, y)$ の等高線を考えると、その等高線の内部では解は完全に定まる。凸な特異点が2つ以上ある場合は上の発展問題を一回解くだけではだめで、それぞれについて曲線を発展させて結果を併合することが必要になる。素朴な表現をとれば、凸な点から単調に下る形状については、一回の発展ですべての形状を計算できると言える。

3.3 なめらかでない解

上では $E(x, y)$ は、実在するなめらかな $z(x, y)$ がもとになっていて、ある $R(p, q)$ を通じて生成された正しいものであり、当然なめらかな解 $z(x, y)$ が存在するものと考えていた。

ここで、もし、 $E(x, y)$ を $z(x, y)$ に関係なく適当に作ったとき (ただし連続とする)、解はどのようになるかを考える。結論から述べると、なめらかな解は常に存在するとは限らない。むしろ、Oliensis も指摘しているように [7]、なめらかな解はほとんど存在しない。

連続な $E(x, y)$ を $z(x, y)$ に関係なく適当に作ったとき、なめらかでない解まで許せば、解は常に存在すると考えられる。なめらかでない解とは、各点で微分できないようなものでなくて、ほとんど至るところ微分できる解、すなわち区分的にはなめらかな解のことである。そのような解は微分できない点を除き、 $E(x, y) = R(z_x, z_y)$ を満たす。

前に述べたように、画像が連続であれば一般になめらかな形状が対応するはずである。したがって与えられた画像に対してなめらかな形状が存在しないということになれば、何か前提が誤っていたことになる。これを積極的に利用すれば、前提の誤りを見ることができる。例えば反射率分布図 $R(p, q)$ の現実とのずれを検出できると期待される。

3.4 なめらかでない解を求める

そのようななめらかでない解を数値的に求めることができるかを考える。なめらかでない解の場合、その等高線は当然なめらかでなくなる。なめらかでない点では法線などを定義できないから、前節の方法で等高線の発展を考えることができないかに思えるが、実際にはそれは可能である。曲線がなめらかでない場合でも、それは上でも述べたように至るところ微分できないわけではなく、微分不可能な点が孤立して存在する、というだけである。前節の v をもって曲線の各点を、微分不可能な孤立点を除いて移動させ、新たな等高線を構成することはできる。

形状によっては発展の過程で、単一閉曲線であった等高線が2つに分割される場合がある(例えば次節の図2)。このような等高線の位相変化は、level set 法の考え方によってうまく扱われる[4]。その考え方を簡単に述べると、補助関数 $\phi(x, y, t)$ を導入し、その零点集合 $\{(x, y) \mid \phi(x, y, t) = 0\}$ によって $C(t)$ を表すというものである。 $C(t)$ の発展は $\phi(x, y, t)$ の発展に置き換わる。数値計算を画像の格子点 $(i\Delta x, j\Delta y)$ 上で安定に行える利点もある。

また、今の問題では fast marching 法の考え方が使える。文献[8]では(3)式を $H(x, y, z_x, z_y) = 0$ と表したとき H が凸であることが必要とされているが、3.2節の議論によりそれは必要なく、不等式(2)があれば、解が定まることが分かる。

その手法の考えに従って、なめらかでない解を扱うのに upwind スキームと呼ばれる微分の差分近似を用いる。これは例えば微分 u_x を差分で近似する

際、右差分と左差分を点によって選んで計算してゆくものである。つまり $u_{i,j} = u(i\Delta x, j\Delta y)$ としたとき、 $(u_{i+1,j} - u_{i,j})/\Delta x$ と $(u_{i,j} - u_{i-1,j})/\Delta y$ のどちらかを選んで微分方程式を差分近似し、 $u_{i,j}$ を計算する。その選び方として、常に値の小さい方から大きい方へと解が定まってゆくようにする。これによって区分的になめらかな形状が求まり、解を定める過程でなめらかでない部分が残るといえるようになる。

4 計算例

条件を満たしていれば基本的にどんな反射率分布図も扱えるが、ここでは簡単のため、ランバート反射

$$R_L(p, q) = \rho \frac{p_0 p + q_0 q + 1}{\sqrt{1 + p_0^2 + q_0^2} \sqrt{1 + p^2 + q^2}} \quad (7)$$

と次のような指数関数で表される場合

$$R_E(p, q) = \rho \exp \left\{ -\alpha \left((p - p_0)^2 + (q - q_0)^2 \right) \right\} \quad (8)$$

の2つを考える。ここで (p_0, q_0) は R_L, R_E ともに最大点である。

用いる形状を図2に示す。数値計算は画素数 128×128 で行い、表示の美しさから以下に示す結果の図では画素数 64×64 に縮小してある。

$(p_0, q_0) = (-0.2, 0.2)$ とし、 R_E, R_L それぞれを仮定して、画像を合成し、それから形状の復元を試みた。結果を図3に示す。座標の離散化による若干の誤差が認められるが、総じてきれいに復元されている。

反射特性や照明条件について、仮定した値(例えば反射係数や照明方向など)が実際のもものと異なるとき、どのように形状が計算されるかを調べるために、次のような実験を行った。

R_L の場合に、 $(p_0, q_0) = (-0.2, 0.2)$ として作った同じ画像を用いて、誤って (p_0, q_0) に異なる値を仮定したときにどのように形状が復元されるかを調べた。結果の一例を図5に示す。(a), (b), (c) それぞれ $(-0.1, 0.1)$, $(-0.3, 0.3)$, $(-0.3, 0.1)$ とした。いずれの場合も、復元された形状にはなめらかでないエッジ状の稜線が現れていることが分かる。

さらに、 R_L で合成した画像を用いて R_E を仮定して形状を計算してみた。結果を図4上に示す。やはり鋭いエッジ状の稜線が現れていることが分かる。

また、 R_E で合成し、パラメータも等しい R_E を形状計算に用いるが、初期点として、本当は鞍点である点を選んだとき結果がどうなるかを見た(図4下)。上の2例同様に鋭い稜線が復元形状に現れているのが見て取れる。

以上より、画像を合成したのと異なる $R(p, q)$ を用いて復元を試みると、異なる形状が求まるだけでなく、それらはなめらかでなくなる場合があることが分かった。なめらかでなくなっているのは、形状のうち凸でない部分である。完全に凸な形状に対しては、ほとんど任意の画像に対して $R(p, q)$ が対応し得るのは直感的にも分かる。

ただし、 R_L の方ではパラメータ (p_0, q_0) 、 α が異なっていて常になめらかな解が求まる。なぜなら (p_0, q_0) や α の変化は、 R_L の定義から読み取れるように、 u の定数倍や x, y に関するスケール変化ですべて吸収されるからである。このことから、 $R(p, q)$ のパラメータが変化したときに、形状のなめらかさをどれだけ乱すかは、 $R(p, q)$ とパラメータの関係次第ということも言える。

5 まとめと議論

画像の陰影と反射率分布図の関係において、形状がなめらかであるとすれば、与えられた陰影のボタンを与える反射率分布図は任意ではないことを述べ、いくつかの実例を示した。例えば照明方向を間違えて形状を復元すれば、なめらかでない形状しか得られない。そのことから、照明方向の間違いを検出できる可能性がある。具体的に照明条件や反射特性の情報を得るためにはどうすればよいかを考えるのが今後の課題である。

参考文献

- [1] B. V. H. Saxberg. Existence and uniqueness for shape from shading around critical points: theory and an algorithm. *International Journal of Robotics Research*, Vol. 11, No. 3, pp. 202–224, 1992.
- [2] A. M. Bruckstein. On shape from shading. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 44, pp. 139–154, 1988.
- [3] S. Osher. A level set formulation for the solution of the Dirichlet problem for Hamilton-Jacobi equations. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, Vol. 24, No. 5, pp. 1145–1152, September 1993.

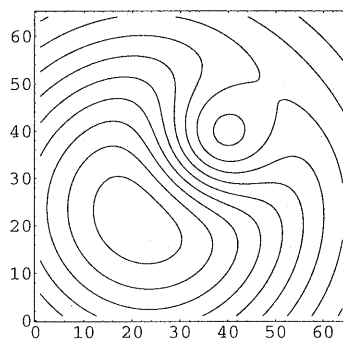
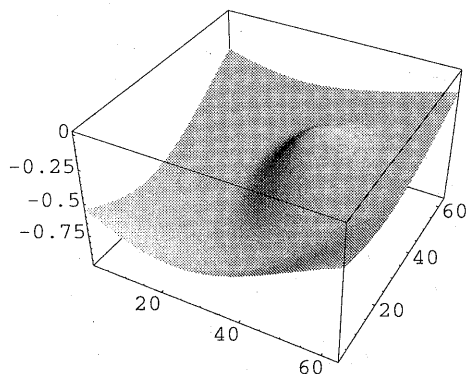


図2. 用いた形状(左)と等高線

- [4] J. A. Sethian. *Level Set Methods*. Cambridge, MA, 1996.
- [5] R. Kimmel and A. M. Bruckstein. Tracking level sets by level sets: A method for solving the shape from shading problem. *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 62, No. 2, pp. 47–58, July 1995.
- [6] R. Kimmel, K. Siddiqi, B. B. Kimia, and A. M. Bruckstein. Shape from shading: Level set propagation and viscosity solutions. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 16, pp. 107–133, 1995.
- [7] J. Oliensis. Shape from shading as a partially well-constrained problem. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 54, No. 2, pp. 163–183, 1991.
- [8] D. Adalsteinsson, R. Kimmel, R. Malladi, and J. A. Sethian. Fast marching methods for computing solutions to static hamilton-jacobi equations. CPAM Report 667, Univ. of California, Berkeley, 1996.

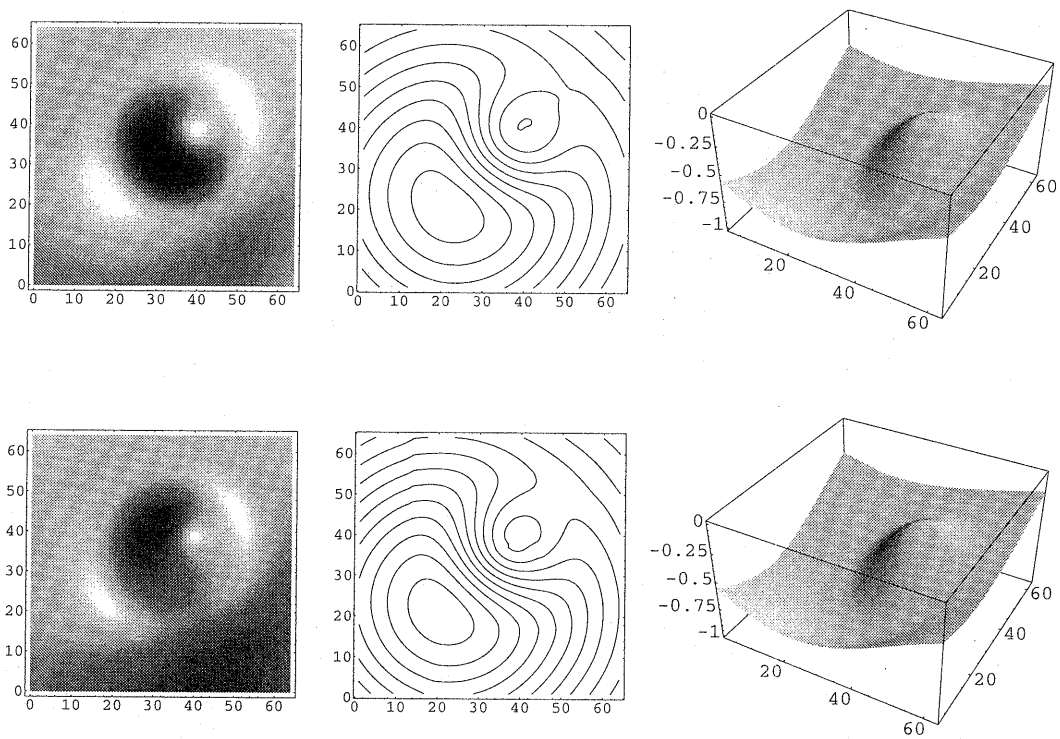


図 3. 復元結果. 上: R_E を仮定した場合. 順に画像, 計算された等高線と形状. 下: ランバート面 (R_L) を仮定した場合. $(p_0, q_0) = (-0.2, 0.2)$

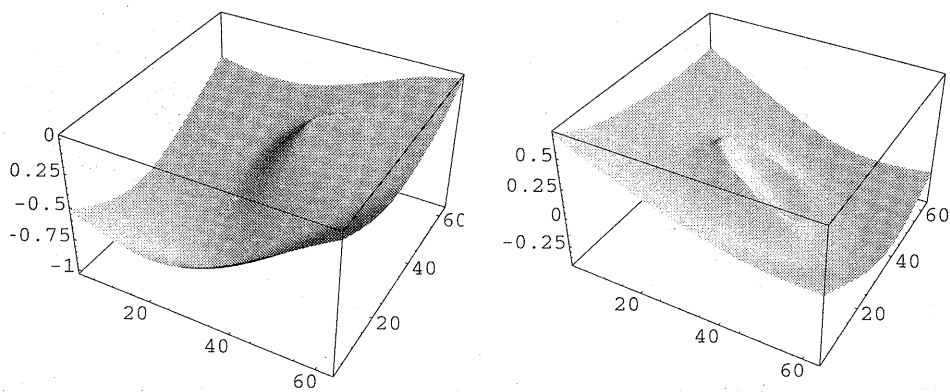


図 4. 左: 同じ形状でランバート面の場合に R_E を仮定して復元した形状. 右: 初期値となる凸 (凹の) 最大明るさの点を選び間違えた場合

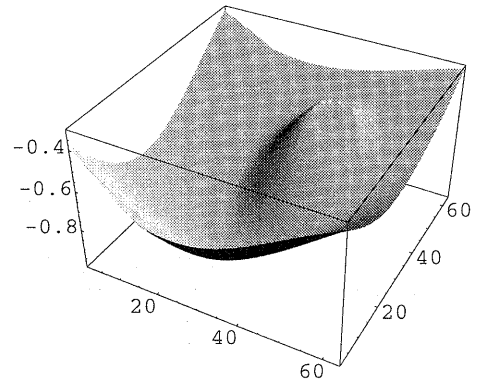
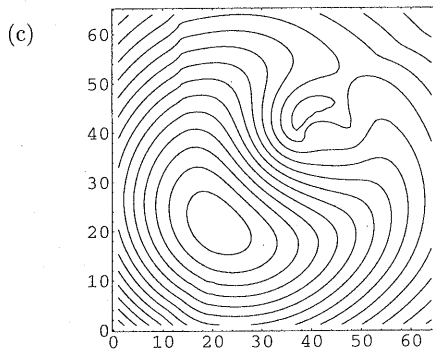
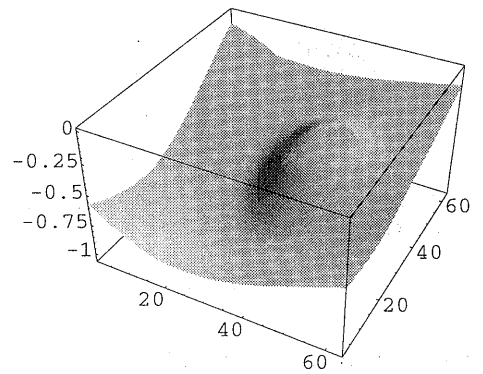
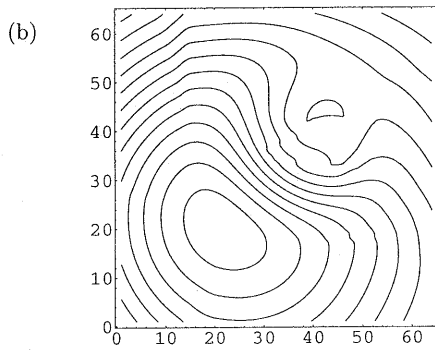
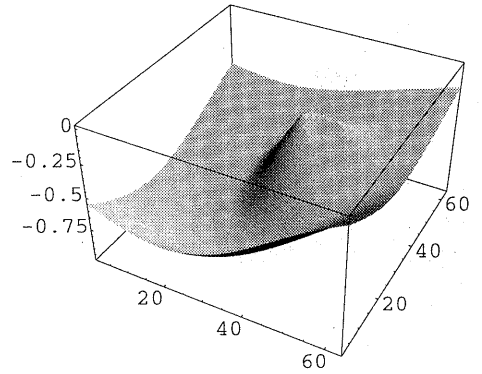
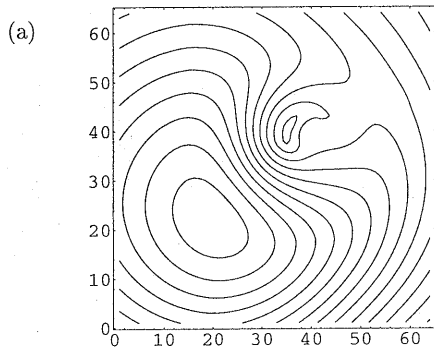


図 5. 実際のパラメータと仮定したパラメータが異なる場合の復元例。ランバート面で $(p_0, q_0) = (-0.2, 0.2)$ の場合に、それぞれ (a) $(p_0, q_0) = (-0.1, 0.1)$, (b) $(p_0, q_0) = (-0.3, 0.3)$, (c) $(p_0, q_0) = (-0.3, 0.1)$ として形状を計算した。