

オプティカルフローへのミクスチャモデルのあてはめによる 動画像からの3次元形状と動きの推定

今泉 竜一 本谷 秀堅

出口 光一郎

東京大学大学院
工学系研究科

東北大学大学院
情報科学研究科

複数の対象の運動により生じるオプティカルフローが与えられたとき、フローを対象ごとに分割し、対象ごとの運動パラメータと3次元形状を推定する手法を示す。オプティカルフローの確率密度分布をミクスチャモデル、すなわち、それぞれの対象ごとの確率密度分布の和として定める。このとき、各画素がどの対象に属するかを示す変数(所属変数)と深さが、観測できない隠れ変数となる。このような確率密度分布に対しEMアルゴリズムを適用することにより最尤推定を行い、対象の運動パラメータ、所属変数、深さを求める。

Estimation of Motion and Structure from Image Sequence by Mixture Model Fitting to Optical Flow

Ryoichi IMAIZUMI Hidekata HONTANI

Koichiro DEGUCHI

Faculty of Engineering,
University of Tokyo

Graduate School of
Information Sciences,
Tohoku University

We propose a method of segmenting an optical flow field, which is produced by independently moving rigid objects, and of estimating motion parameters and three dimensional structure of each object. We formulate the probability distribution function(pdf) of an optical flow field as mixture of each object's pdf. With this model, the membership variables and the relative depth of each points are unobservable variables. We exploit EM algorithm to find the likelihood estimates of the membership variables, the relative depth and the motion parameters.

1 はじめに

本稿では、複数対象のオプティカルフローが与えられたとき、フローを対象ごとに分離し、対象ごとの運動パラメータと各点の3次元位置を推定する問題を扱う。

画像のオプティカルフローを求める問題は様々な研究がされており、近年の計算機の高速化と共に精度の向上が著しい[2][4][5]。

対象の運動を利用して複数対象を分離する問題は様々な研究がされている。しかしそれらの中には対象の形状を平面などと仮定しているもの[9][11]や、正射影を仮定しているもの[6]が多い。

本稿では対象の3次元形状及び運動について仮定を置かず、一般の3次元形状を持つ対象が複数存在し、それぞれが異なる運動をするという状況を考える(図1)。オプティカルフローから運動パラメータと対象の形状を推定する問題は、異なる運動をする複数の対象が存在する場合には困難な問題となる。対象の運動を正確に推定するためには単一の対象の情報のみを用いる必要がある。すなわち、正しい分割が必要である。一方、画像の正確な分割には正しい運動パラメータが必要である。この相互の依存関係が問題を難しくしている。

本手法では、複数の運動が存在することを Mixture Model で記述する。また、オプティカルフローが生じる過程を深さを隠れ変数とした確率モデルで記述する。この2つを組合せることにより、複数運動のオプティカルフローを確率密度関数で表現する。そして、その確率モデルのもとで EM アルゴリズムを適用することにより最尤推定を行う。

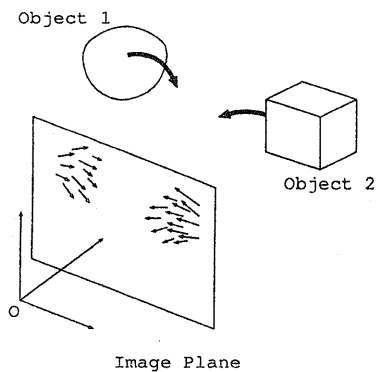


図1: 複数の対象によるオプティカルフロー

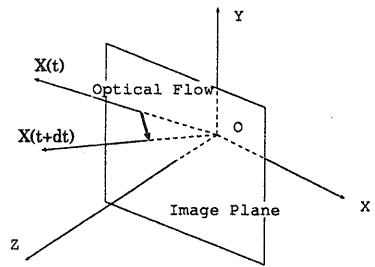


図2: 座標系の定義

2 オプティカルフロー方程式

カメラ座標系を、カメラのレンズ中心を原点 O 、光軸を Z 軸とするように定める(図2)。カメラ座標系における対象の(瞬時)回転速度を ω 、(瞬時)並進速度を t とおく。このとき、空間中の点 $X = (X, Y, Z)^T$ の速度は

$$\dot{X} = \omega \wedge X + t \tag{1}$$

となる。ここで $\dot{\cdot}$ は時間微分を表わす。 X に対応する画像面上の座標を $x = (x, y)^T$ とすれば、焦点距離を1としても一般性を失わないので

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X/Z \\ Y/Z \end{pmatrix} \tag{2}$$

となる。式(1)(2)より、点 X の画像のオプティカルフローを u として

$$u = \dot{x} = L(x, y)\omega + \frac{1}{Z}M(x, y)t \tag{3}$$

を得る。ただし、

$$L(x, y) = \begin{pmatrix} -xy & 1+x^2 & -y \\ -(1+y^2) & xy & x \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$M(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & 1 & -y \end{pmatrix} \tag{5}$$

である。

このとき、 t についてはスケールの不確か性が残るので推定する並進速度 \hat{t} は $|\hat{t}| = 1$ と規格化し、相対深さ (relative depth) を

$$r = \frac{|\hat{t}|}{Z} \tag{6}$$

と定め、 \hat{t} と r を推定する[1]。

3 複数運動の Mixture Model による表現

異なる運動をする複数の対象から生じるオプティカルフローの確率密度分布を、画素の所属と深さを隠れ変数として Mixture Model を用いてモデル化する。すなわち、各点のオプティカルフローの確率密度分布は、対象ごとのオプティカルフローの分布を与える確率密度分布の重み付きの和として表せられるとする。以下、「モデル」はある t と ω で表せられる剛体運動をする 1 つの対象を指す。

3.1 定義

以下のように記号を定義する。

- n : 画素数
- g : モデル数
- $\mathcal{U} = \{u_1, \dots, u_n\}$: オプティカルフロー全体の集合
- $\mathcal{R} = \{r_1, \dots, r_n\}$: relative depth 全体の集合
- $\beta_j = (\beta_{1j}, \beta_{2j}, \dots, \beta_{gj})^T$: 各画素 j がどのモデルに属するかを表す変数 (所属変数). β_{ij} は画素 j がモデル i に属することを示す。
- $\mathcal{B} = \{\beta_1, \dots, \beta_n\}$: 所属変数全体の集合
- $f(\cdot)$: 確率密度分布関数

3.2 モデル

オプティカルフローが生成されるモデルを以下のように定める。オプティカルフローは画素ごとに独立であるとすれば

$$f(\mathcal{U}) = \prod_j^n f(u_j) \quad (7)$$

$$= \prod_j^n \int f(u_j, r_j) dr_j \quad (8)$$

$$= \prod_j^n \int f(r_j) f(u_j | r_j) dr_j \quad (9)$$

となる。ここで、 $f(u_j, r_j)$ が

$$f(u_j, r_j) = \sum_{i=1}^g f(\beta_{ij}) f(u_j, r_j | \beta_{ij}) \quad (10)$$

のように、 g 個のモデルの確率密度分布の和となるような Mixture Model [8] で表せられると仮定する。このとき、

$$f(u_j, r_j, \beta_j) = \prod_{i=1}^g \{f(u_j, r_j, \beta_{ij})\}^{\beta_{ij}} \quad (11)$$

である。

次に、それぞれの確率密度分布関数を以下のように仮定する。モデルの事前確率はある定数、点の深さはある値 \bar{r}_j を中心とするガウシアン、観測されるオプティカルフローには分散共分散行列が Σ_{ij} であるようなガウシアンノイズが加算的に加わるとする。ただし、 $\Sigma_{ij} = \rho_i \Sigma_j$ として、 Σ_j はオプティカルフローを求めたとき同時に得られるとする。すなわち

$$f(\beta_{ij}) = \pi_i \quad (12)$$

$$f(r_j | \beta_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(r_j - \bar{r}_j)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (13)$$

$$f(u_j | \beta_{ij}, r_j) = \frac{1}{2\pi\rho_i |\Sigma_j|^{1/2}} \exp\left(-\frac{J_{ij}}{2\rho_i}\right) \quad (14)$$

とする。ここで、

$$J_{ij} = (u_j - \bar{u}_j)^T \Sigma_j^{-1} (u_j - \bar{u}_j) \quad (15)$$

であり、式 (3) を用いれば

$$A_{ij} = t_i^T M_j^T \Sigma_j^{-1} M_j t_i \quad (16)$$

$$B_{ij} = t_i^T M_j^T \Sigma_j^{-1} (u_j - L_j \omega_i) \quad (17)$$

$$C_{ij} = (u_j - L_j \omega_i)^T \Sigma_j^{-1} (u_j - L_j \omega_i) \quad (18)$$

として

$$J_{ij} = A_{ij} r_j^2 - 2B_{ij} r_j + C_{ij} \quad (19)$$

と書ける。

4 EM アルゴリズムによる最尤法

第 3 節で与えた Mixture Model によるオプティカルフローの確率密度分布に対し、EM アルゴリズム [7] を用いて最尤解を求める。E-step では対象の所属変数と深さを推定し、M-step ではそれらの値を用いて対象ごとの運動パラメータを推定する。この E-step と M-step を繰り返すことで所属変数、深さ、運動パラメータを推定する。

4.1 E-step

上のようなモデルにおいて、オブティカルフロー u が観測される変数であり、各画素の深さ r と所属変数 β が観測できない変数である。すべての変数 U, \mathcal{R}, B を完全データと呼ぶ。 Q 関数とは完全データの対数尤度関数の (観測データ u が与えられたときの) 条件付き期待値であり、以下のように計算される。

まず、表記を次のように定める。

$$f^C = f(U, \mathcal{R}, B | \phi^{(p)}) \quad (20)$$

$$f_j^C = f(u_j, r_j, \beta_j | \phi^{(p)}) \quad (21)$$

$$f_{ij}^C = f(u_j, r_j, \beta_j | \phi^{(p)}) \quad (22)$$

とおき、モデルのパラメータを

$$\phi_i = \{\pi_i, \rho_i, \sigma_i, \omega_i, t_i\}, \quad \phi = \{\phi_i\} \quad (23)$$

とする。

画素ごとの独立性より、

$$Q(\phi | \phi^{(p)}) = E[\log f^C | U, \phi^{(p)}] \quad (24)$$

$$= \int \log f^C f(\mathcal{R}, B | U, \phi^{(p)}) dr d\beta \quad (25)$$

$$= \sum_{j=1}^g \int \log f_j^C f(r_j, \beta_j | u_j, \phi^{(p)}) dr d\beta \quad (26)$$

$$= \sum_{j=1}^g Q_j(\phi | \phi^{(p)}) \quad (27)$$

のように、 Q 関数は各画素ごとの Q 関数である Q_j の和となる。次に Q_j を計算する。ベイズの定理より、

$$Q_j(\phi | \phi^{(p)}) = \frac{\int \int \log f_j^C f(u_j, r_j, \beta_j | \phi^{(p)}) dr_j d\beta_j}{\int \int f(u_j, r_j, \beta_j | \phi^{(p)}) dr_j d\beta_j} \quad (28)$$

となり、分母については式 (11) より

$$\int \int f(u_j, r_j, \beta_j | \phi^{(p)}) dr_j d\beta_j = \sum_{i=1}^g \int f(u_j, r_j, \beta_{ij} | \phi^{(p)}) dr_j \quad (29)$$

$$= \sum_{i=1}^g f(\beta_{ij}) \int f(u_j, r_j | \beta_{ij}, \phi^{(p)}) dr_j \quad (30)$$

$$= \sum_{i=1}^g f(\beta_{ij}) f(u_j | \beta_{ij}, \phi^{(p)}) \quad (31)$$

となる。また、分子は

$$\int \int \log f_j^C f(u_j, r_j, \beta_j | \phi^{(p)}) dr_j d\beta_j = \sum_{i=1}^g \int \int \beta_{ij} f_j^C \log f_{ij}^C dr_j d\beta_j \quad (32)$$

$$= \sum_{i=1}^g \int f_{ij}^C \log(f_{ij}^C) dr_j \quad (33)$$

よって、 Q_j は

$$Q_j(\phi | \phi^{(p)}) = \frac{\sum_{i=1}^g \int f_{ij}^C \log(f_{ij}^C) dr_j}{\sum_{i=1}^g f(\beta_{ij}) f(u_j | \beta_{ij}, \phi^{(p)})} \quad (34)$$

となる。

確率密度関数に関する仮定、式 (12)(13)(14) より

$$f_{ij}^C = \frac{\pi_i}{(2\pi)^{3/2} |\Sigma_j| \sigma_i \rho_i} \exp\left(-\frac{\tilde{J}_{ij}}{2\rho_i}\right) \quad (35)$$

となる。ここで、

$$\tilde{J}_{ij} = J_{ij} + \frac{\rho_i(r_j - \bar{r}_j)^2}{\sigma_i^2} \quad (36)$$

$$= (A_{ij} + \frac{\rho_i}{\sigma_i^2}) r_j^2 - 2(B_{ij} + \frac{\rho_i \bar{r}_{ij}}{\sigma_i^2}) r_j \quad (37)$$

$$+ (C_{ij} + \frac{\rho_i \bar{r}_{ij}^2}{\sigma_i^2}) \quad (38)$$

$$= \tilde{A}_{ij} r_j^2 - 2\tilde{B}_{ij} r_j + \tilde{C}_{ij} \quad (39)$$

である。以上を代入すると定数項を除いて

$$Q_j(\phi | \phi^{(p)}) = \sum_{i=1}^g w_{ij} \left(\log \frac{\pi_i}{\sigma_i \rho_i} - \frac{1}{2\rho_i} \tilde{J}_{ij} \right) \quad (40)$$

$$\tilde{J}_{ij} = \tilde{A}_{ij} s_{ij} - 2\tilde{B}_{ij} \mu_{ij} + \tilde{C}_{ij} \quad (41)$$

となる。ただし

$$w_{ij} = \frac{\pi_i f(u_j | \beta_{ij}, \phi^{(p)})}{\sum_i \pi_i f(u_j | \beta_{ij}, \phi^{(p)})} \quad (42)$$

$$\mu_{ij} = \frac{\tilde{B}_{ij}}{\tilde{A}_{ij}} \quad (43)$$

$$s_{ij} = \mu_{ij}^2 + \frac{1}{2\tilde{A}_{ij}} \quad (44)$$

であり、

$$f(u_j | \beta_{ij}, \phi^{(p)}) = \sqrt{\frac{\pi}{\sigma_i^2 \rho_i^2 \tilde{A}_{ij}}} \exp(-\tilde{C}_{ij} + \frac{\tilde{B}_{ij}^2}{\tilde{A}_{ij}}) \quad (45)$$

である。

4.2 M-step

M-step は上のように求められた Q 関数を最大にするようなパラメータ ϕ を求めそれを $\phi^{(p+1)}$ とする。具体的に計算すると以下ようになる。

ρ_i について

$$\frac{\partial Q}{\partial \rho_i} = \sum_j w_{ij} \left(-\frac{1}{\rho_i} + \frac{\hat{J}_{ij}}{2\rho_i^2} \right) \quad (46)$$

より, Q 関数を最大化する ρ_i は

$$\rho_i = \frac{\sum_j w_{ij} \hat{J}_{ij}}{2 \sum_j w_{ij}} \quad (47)$$

σ_i^2 について

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma_i^2} = \sum_j w_{ij} \left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} \right) \quad (48)$$

$$+ \frac{1}{2\sigma_i^4} (s_{ij} - 2\bar{r}_j \mu_{ij} + \bar{r}_j^2) \quad (49)$$

より, Q 関数を最大化する σ_i^2 は

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_j w_{ij} (s_{ij} - 2\bar{r}_j \mu_{ij} + \bar{r}_j^2)}{\sum_j w_{ij}} \quad (50)$$

運動パラメータについて

ω_i, t_i それぞれ,

$$\frac{\partial Q}{\partial \omega_i} = \sum_j \frac{\partial Q_j}{\partial \omega_i} = \frac{1}{2\rho_i} \sum_j w_{ij} \frac{\partial \hat{J}_{ij}}{\partial \omega_i} \quad (51)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t_i} = \sum_j \frac{\partial Q_j}{\partial t_i} = \frac{1}{2\rho_i} \sum_j w_{ij} \frac{\partial \hat{J}_{ij}}{\partial t_i} \quad (52)$$

であり, 式(16)(17)(18)より

$$S_j^{tt} = M_j^T \Sigma_j^{-1} M_j \quad (53)$$

$$S_j^{t\omega} = M_j^T \Sigma_j^{-1} L_j \quad (54)$$

$$S_j^{\omega\omega} = L_j^T \Sigma_j^{-1} L_j \quad (55)$$

$$S_j^{\omega\omega} = L_j^T \Sigma_j^{-1} L_j \quad (56)$$

$$S_j^t = M_j^T \Sigma_j^{-1} \quad (57)$$

$$S_j^\omega = L_j^T \Sigma_j^{-1} \quad (58)$$

とすれば

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial \omega_i} = 0, \quad (59)$$

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial \omega_i} = -S_j^{\omega t} t_i \quad (60)$$

$$\frac{\partial C_{ij}}{\partial \omega_i} = 2S_j^{\omega\omega} \omega_i - 2S_j^\omega u_j \quad (61)$$

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial t_i} = 2S_j^{tt} t_i \quad (62)$$

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial t_i} = S_j^t u_j - S_j^{t\omega} \omega_i \quad (63)$$

$$\frac{\partial C_{ij}}{\partial t_i} = 0 \quad (64)$$

となるので

$$\frac{\partial \hat{J}_{ij}}{\partial \omega_i} = 2(\mu_{ij} S_j^{\omega t} t_i + S_j^{\omega\omega} \omega_i - S_j^\omega u_j) \quad (65)$$

$$\frac{\partial \hat{J}_{ij}}{\partial t_i} = 2(s_{ij} S_j^{tt} t_i + \mu_{ij} S_j^{t\omega} \omega_i - \mu_{ij} S_j^t u_j) \quad (66)$$

である。よって

$$S = \begin{pmatrix} \sum_j w_{ij} S_j^{\omega\omega} & \sum_j w_{ij} \mu_{ij} S_j^{\omega t} \\ \sum_j w_{ij} \mu_{ij} S_j^{t\omega} & \sum_j w_{ij} s_j S_j^{tt} \end{pmatrix} \quad (67)$$

$$s = \begin{pmatrix} \sum_j w_{ij} S_j^\omega u_j \\ \sum_j w_{ij} \mu_{ij} S_j^t u_j \end{pmatrix} \quad (68)$$

とおけば

$$\begin{pmatrix} \omega_i \\ t_i \end{pmatrix} = S^{-1} s \quad (69)$$

より, Q 関数を最大化する運動パラメータが求まる。

4.3 まとめ

結局 EM アルゴリズムは以下の手順となる。

1. 初期値の設定: パラメータ $\phi = \{\omega_i, t_i, \rho_i, \sigma_i\}$ を初期値とした時は 2 へ, B, R を定めた場合は 3 へ。
2. E-step: A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} をそれぞれ式(16)(17)(18)から, w_{ij}, μ_{ij}, s_{ij} をそれぞれ式(42)(43)(44)により求める。
3. M-step: パラメータ $\rho_i, \sigma_i, \omega_i, t_i$ を式(47)(50)(69)により更新する。
4. 終了判定: Q 関数の値が収束していなければ 2 へ。

5 初期化

第4節のEMアルゴリズムは反復法であるので、適切な初期値を定める必要がある。正しい値に収束するためには適切な初期値が必要となる。初期化においては第4.3節に示したように、運動パラメータの初期値を定めE-step, M-stepの順に反復する方法と、画像の分割と深さを定めM-step, E-stepの順に反復する方法が考えられる。どちらの場合においてもオプティカルフロー方程式を線形化して解く方法を利用する[3][10][12]。

5.1 所属変数の初期化

初期化の方法として、所属変数と深さの推定値を初期値として与えることが考えられる。まず、所属変数を適当な値に初期化する。深さについては適切な値を与えることは困難であるので、線形アルゴリズムを用いて深さの推定値を用いずに運動パラメータを推定する。これにより、対象ごとの運動パラメータの初期値を得ることができる。

この初期化法は初めに画像の分割をする必要がある。エッジや色などオプティカルフロー以外の手がかりが存在する場合はそれらを利用してよい。また、オプティカルフローのみから初期分割を行なうには、対象の3次元形状を平面と仮定して分割することが考えられる。対象を平面と仮定して分割すると、平面でない対象に対しては誤りを含むような大まかな分割がされる。これを初期値として用いることができる。

5.2 運動パラメータの初期化

もう一つの方法として、直接運動パラメータを推定する方法が考えられる。これは、画像の近傍には同じ対象が含まれている可能性が高いことを利用した方法である。

まず、適当な領域を2つランダム選び領域ごとの対象数は1つであるとして、それぞれの運動パラメータを求める。次に2つの領域が1つの運動パラメータで記述できるとして推定を行なう。このとき、それぞれの尤度を l_1, l_2, l_M 、とし、 $l_r = l_M / l_1 l_2$ を評価量とする。 l_r が小さいときはそれぞれの領域ごとに異なるモデルをあてはめた方がよいという基準となる。つまり、選択された2つの領域は異なる対象から選ばれたとみなせる。ここでは、この評

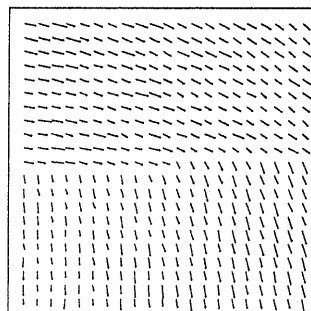


図3: 実験に用いたオプティカルフロー

価量をランダムに選んだ領域に対して計算し、評価量が最も小さい領域の運動パラメータを初期値とした。手順としては次のようになる。

1. N 個の領域の組に対して
 - (a) 適当な領域を2つランダム選びそれぞれの運動パラメータを求め尤度を計算する
 - (b) 2つの領域を合せた領域に対して尤度を求める
 - (c) 尤度の比 l_r を計算する
2. l_r が最小となる領域の運動パラメータを初期値とする

上のようにして、異なる対象からなる領域から推定された運動パラメータをモデルごとに設定することができる。

6 実験

シミュレーションにより本アルゴリズムの有効性を検証した。シミュレーションに用いた条件は以下の通り。対象は深さ(Z)を10から20の間の一様分布としてランダムに生成した。視野角は x, y 共に -0.25 から 0.25 。画素数は 201×201 とした。運動パラメータは2つの対象についてそれぞれ、 $\omega_1 = (-0.02, 0.0, 0.05)^T$, $t_1 = (0.08, 0.0, 0.06)^T$ および、 $\omega_2 = (0.0, 0.02, 0.05)^T$, $t_2 = (0.0, 0.08, -0.06)^T$ また、オプティカルフローに標準偏差1.0画素の等方的正規分布のノイズを加えた。オプティカルフローは図3に示すように、画像の上半分に対象1と下半分に対象2となるようにした。

また、今回は使用するオプティカルフローを1フレームとしたので、 τ に関する情報は用いなかった。

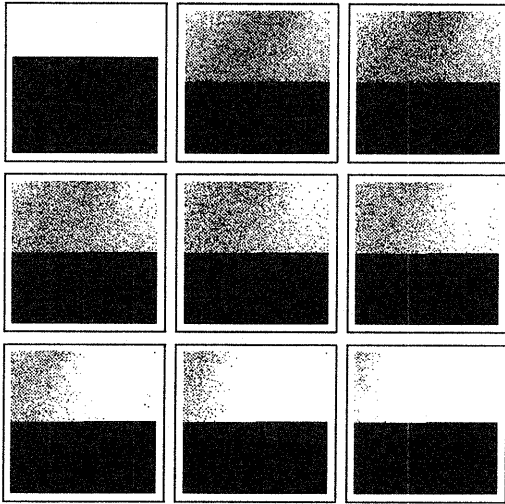


図4: 所属変数の変化: 所属変数の初期化による方法. 左上から右下へと正しく分割されている

つまり σ は十分大きいとして推定から除いた.

第5.1節の方法により初期化をし, EM アルゴリズムを適用した結果を示す. 初期値は図4の左上のように設定した. すなわち, ある対象の一部分は正しい分割ができていているという状況を想定した. 所属変数の変化は図4の通り. 正しく分割がされていることが分かる.

次に, 第5.2節の方法により初期化を行った結果を示す. 図5に l_r の値が小さい領域の組を順に5つ表示している. 異なる対象が適切に選択されていることが分かる. これを初期値として, EM アルゴリズムを適用する. 画像の分割について所属変数 β の値をモデル1について表示した結果が図6である. 分割が正しく収束しているのが分かる. 運動パラメータの初期値が第5.1節に比べ適当であるため, より速く収束している. 運動パラメータも図7図8に示すように各々の対象について正しく収束している.

7 おわりに

複数運動から生じたオプティカルフローを, Mixture Model を用いてモデル化し, EM アルゴリズムによって最尤推定を行う手法を示し, 実験によってその有効性を確認した.

今後の課題としては以下の点が挙げられる. EM

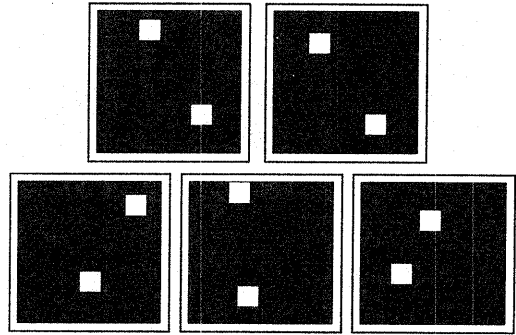


図5: 尤度比の比較による候補領域(上位5つ). 異なる対象の組が選択されている.

アルゴリズムの収束が遅いことはよく知られており[13], 高速化を考える必要がある. 例えば, 所属変数が十分に収束したのちには対象1つ1つについて個別の推定法を適用することが考えられる. このような個別の対象に対するオプティカルフローからの奥行き, 運動の推定はこれまで多く提案されている.

また, 時系列的にオプティカルフローが得られたとき, これまでの深さの推定値から次の時刻での各画素での深さを推定し, これを次の時刻での深さの事前確率に用いることでより精度が向上することが期待される.

参考文献

- [1] Gilad Adiv. Determining three-dimensional motion and structure from optical flow generated by several moving objects. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-7, No. 4, pp. 384-401, 1985.
- [2] Alireza Bab-Hadiashar and David Suter. Robust optic flow computation. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 29, No. 1, pp. 59-77, 1998.
- [3] J. L. Barron and R. Eagleson. Recursive estimation of time-varying motion and structure parameters. *Pattern Recognition*, Vol. 29, No. 5, pp. 797-818, 1996.
- [4] J. L. Barron, D. J. Fleet, and S. S. Beauchemin. System and experiment performance of optical flow techniques. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 12, pp. 43-77, 1994.
- [5] Micheal J. Black and P. Anandan. The robust estimation of multiple motions: Parametric and piecewise-smooth flow fields. *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 63, No. 1, pp. 75-104, 1996.

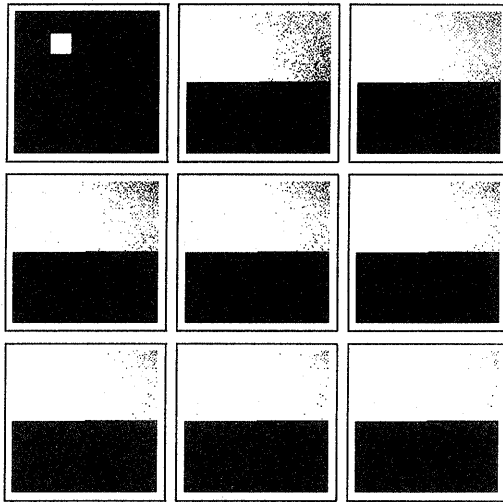


図 6: 所属変数の変化: 運動パラメータの初期化による方法. より速く収束している

- [6] Joao Paulo Costeira and Takeo Kanade. A multi-body factorization method for independently moving objects. *International Journal of Computer Vision*, Vol. 29, No. 3, pp. 159-179, 1998.
- [7] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society B*, Vol. 39, pp. 1-38, 1977.
- [8] Geoffrey J. McLachlan and Kaye E. Basford. *Mixture Models Inference and Applications to Clustering*. New York and Basel: Marcel Dekker Inc., 1988.
- [9] Harpreet S. Sawhney and Serge Ayer. Compact representations of videos through dominant and multiple motion estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 18, No. 8, pp. 814-830, 1996.
- [10] Norio Tagawa, Takashi Toriu, and Toshio Endoh. Un-biased linear algorithm for recovering three-dimensional motion from optical flow. *IEICE Transactions on Information & Systems*, Vol. E76-D, No. 10, pp. 1263-1275, 1993.
- [11] J. Y. Wang and E. H. Adelson. Representating moving image with layers. *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 3, No. 5, pp. 625-638, 1994.
- [12] X. Zhuang, T. S. Huang, N. Ahuja, and R. M. Haralick. A simplified linear optical flow-motion algorithm. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 42, pp. 334-344, 1988.
- [13] 池田思朗. 再帰的学習による EM アルゴリズムの加速. 電子情報通信学会論文誌, Vol. J81-D-II, No. 12, pp. 2819-2827, 1998.

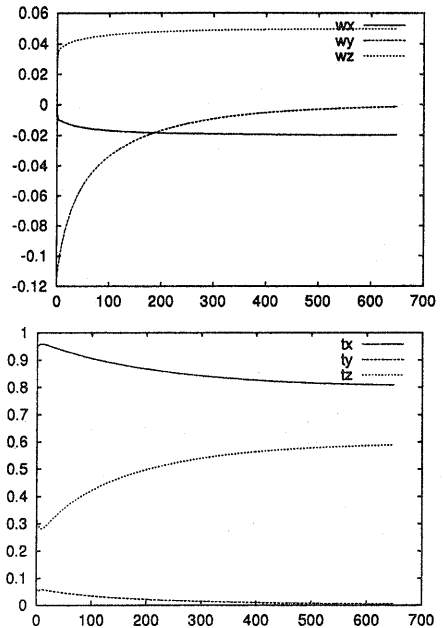


図 7: 対象 1 の運動パラメータの変化. 上:回転速度. 下:並進速度

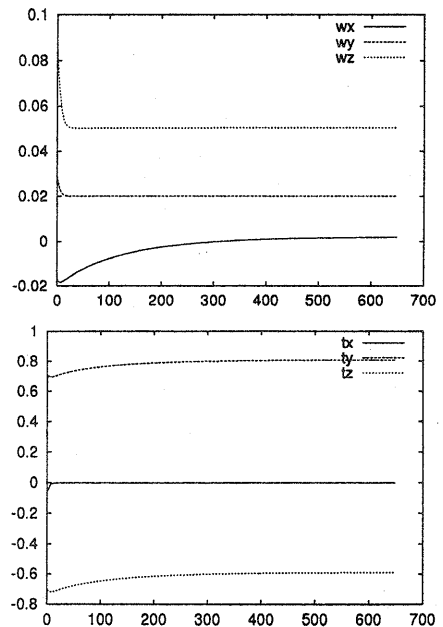


図 8: 対象 2 の運動パラメータの変化. 上:回転速度. 下:並進速度