コンピュータビジョンと　131−21
イメージメディア
（２００２．１．１８）

影情報を用いた２画像照度差ステレオ法における物体形状復元

侯　志萍　　森井　藤樹
奈良女子大学理学部情報科学科

要約：ランバート反射モデルのもとでの２画像照度差ステレオ法による物体形状復元を対象とし，表面法線ベクトルの２つの可能な解が積分可能性拘束によって，ただ１つに決定できない状況について考察する．影情報は物体形状に関する有力な情報であり，平面上に投影された影をその状況に適用することによって，表面法線ベクトルを一意的に決定できることを示す．２つの点光源 $\mathbf{s}_1 = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $\mathbf{s}_2 = (-\sin\theta, 0, \cos\theta)$ による照射のもとで，積分可能性拘束が無用となる典型的な関数 $z = c - mx^2 - ny^2 (c, m, n > 0, mx^2 + ny^2 \leq c)$ で表現される物体の形状復元について解析を行う．特に，物体形状 $z = 1 - x^2 - y^2$ の形状復元を人工濃淡画像を使って詳細に検討する．

Shape Recovery by Two-Image Photometric Stereo Using Shadows

HOU Zhiping and MORII Fujiki
Dept. of Information and Computer Sciences, Nara Women's University

Abstract：Shape recovery by two-image photometric stereo under a Lambertian reflection model is treated. We investigate the situation where two possibilities of a surface normal vector cannot be disambiguated by using an integrability constraint. By applying object shadows projected on a plane to this situation, it is shown that we can determine a correct normal vector. We study shape recovery for an object height profile $z = c - mx^2 - ny^2$ and two illumination vectors $\mathbf{s}_1 = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $\mathbf{s}_2 = (-\sin\theta, 0, \cos\theta)$, especially a height profile $z = 1 - x^2 - y^2$ which shows a typical situation on the ambiguity of the normal vector is investigated in detail by using artificial shaded images.

1　はじめに

コンピュータビジョンの研究分野において，２次元の濃淡画像から３次元への形状復元は重要な研究課題であり，この二十年の間，陰影からの形状復元や，照度差ステレオ法など [1]-[3] 様々な復元手法が提案され，顕著な成果が得られた．

ランバート反射モデルのもとでの３画像照度差ステレオ法は Woodham[2] によって提案され，３つの線形画像照度方程式を解くことによって表面法線ベクトルを一意的に決定する方法が示された．また，Onn & Bruckstein [4] は，２画像照度差ステレオ法における表面法線ベクトルの２つの可能性を有する状況に積分可能性拘束 (Integrability Constraint) を適用することによって、物体の表面法線ベクトルを一意的に決定できることを示した．

しかし，光源ベクトル $\mathbf{s}_1 = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $\mathbf{s}_2 = (-\sin\theta, 0, \cos\theta)$ による照射のもと、物体形状を記述する関数が $z = f(x) + g(y)$ の形で表現される物体は，積分可能性拘束によって表面法線ベクトルを一意的に決定することができない。すなわち、積分可能性拘束は有用ではなくなる。

本稿ではその状況に焦点をあて，平面上に投影された物体の影情報を利用することにより一意的に物体の形状復元ができる方法について考察する．積分可能性拘束が無用となる典型的な関数の一つである $z = c - mx^2 - ny^2 (c, m, n > 0, mx^2 + ny^2 \leq c)$ で表現される物体の形状復元を取り上げ，画像上での影領域の解析を行う．特に，

物体形状 $z = 1 - x^2 - y^2$ の形状復元を人工濃淡画像を使って詳細に検討する．

2　2画像照度差ステレオ法

直交投影撮像系及びランバート反射モデル [1] のもとでの2画像照度差ステレオ法 [4] による物体形状復元を扱う．

物体の形状を表す関数を $z = h(x, y)$ で表現し，$\mathbf{v} = (0, 0, 1)$ と $\mathbf{n}$ をそれぞれ視点ベクトルと座標点 (x, y) における単位表面法線ベクトルとする．更に，点光源による2つの単位光源ベクトルを $\mathbf{s}_1$，$\mathbf{s}_2$ で表し，$\mathbf{s}_i$ によって照射された座標点 (x, y) での画像の明るさを $I_i(x, y)$ と表記する．このとき，解決すべき課題は既与の $\{\mathbf{s}_i, I_i(x, y), i = 1, 2\}$ と $\mathbf{v}$ の値から，表面法線ベクトル $\mathbf{n}$，即ち $z = h(x, y)$ を正しく求めることである．

$z = h(x, y)$ が微分可能であれば，次式が成立する．

$$\mathbf{n} = (-p, -q, 1)/(p^2 + q^2 + 1)^{1/2}, \tag{1}$$

ここで，

$$p = \partial h/\partial x, \quad q = \partial h/\partial y. \tag{2}$$

ランバート反射モデルの仮定から，画像の明るさ $I_i(x, y)$ は法線ベクトル $\mathbf{n}$ と光源ベクトル $\mathbf{s}_i = (s_{ix}, s_{iy}, s_{iz})$ との内積で与えられ，

$$\begin{aligned} I_i &= \mathbf{n} \cdot \mathbf{s}_i \\ &= \frac{-p \cdot s_{ix} - q \cdot s_{iy} + s_{iz}}{(p^2 + q^2 + 1)^{1/2}}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \tag{3}$$

となる．

式 (3) で，

$$T \equiv \sqrt{p^2 + q^2 + 1}. \tag{4}$$

とおき，p,q について解くと，

$$p = A_p T + B_p \tag{5}$$

$$q = A_q T + B_q. \tag{6}$$

となる．式 (4)-(6) から，以下の T の 2 次方程式が得られる．

$$aT^2 + bT + c = 0. \tag{7}$$

式 (4)-(7) の中の $A_p, \cdots, B_q, a, b, c$ は $\{s_{ix}, s_{iy}, s_{iz}, I_i, i = 1, 2\}$ の関数である．式 (7) を解くことによって，2 つの解 T_1, T_2 が求められ，それらに対応する 2 つの法線ベクトル $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ が得られる．$\mathbf{n}_1$ が外積 $\mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2$ の正の投影方向にあり，$\mathbf{n}_2$ が負の方向にあると仮定する．

結局，画像平面を以下に示す3種類の領域 $(V_i, i = 0, \ldots, 2)$ と影の領域に分割することになる．

$$V_0 \equiv \{\text{points where } T = T_1 = T_2\}, \tag{8}$$

$$V_1 \equiv \{\text{points where } T = T_1 \neq T_2\}, \tag{9}$$

$$V_2 \equiv \{\text{points where } T = T_2 \neq T_1\}. \tag{10}$$

通常，$h(x, y)$ が 2 階微分可能であれば，積分可能性拘束とよばれる

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial x}, \tag{11}$$

が成立する．ある画像領域が V_1 ,V_2 のどちらに属するのかを決めるのに式 (11) が用いられ，通常，$\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ のどちらか一方だけが式 (11) を満足する．

しかし，2つの光源ベクトル $\mathbf{s}_1 = (\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $\mathbf{s}_2 = (-\sin\theta, 0, \cos\theta)$, $(0 < \theta < \pi/2)$ による照射のもとで，

$$h(x, y) = f(x) + g(y) \tag{12}$$

で表現される物体は，$\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ の両方とも式 (11) を満たすため，真の法線を一意的に決定できない (詳細は文献 [4] を参照).

この問題を解決するために，平面 $z = 0$ へ投影される影 (Cast shadow) と物体自身の影 (Self-shadow) から構成される影情報を利用することによって，一意的に形状復元をおこなうことが可能となり，その手法について次節で考察してゆく．

3　影情報を利用した形状復元

式 (12) の形を有する典型的な関数として，

$$h(x, y) = c - mx^2 - ny^2, \tag{13}$$

を取り上げる．但し，c, m, n は正の数であり，$\{(x, y) \mid c - mx^2 - ny^2 \geq 0\}$ とする．

与えられた2枚の画像 $I_i, i = 1, 2$ から，画像分割に関して以下に示す割当てを誘導することができる．

$$\begin{aligned} U_0 \equiv\ & \{(x, y) \mid c - mx^2 - ny^2 \geq 0, y = 0, \\ & |x| \leq \cot\theta/(2m)\} \to V_0 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} U_1 \equiv\ & \{(x, y) \mid c - mx^2 - ny^2 \geq 0, y > 0, \\ & |x| \leq \cot\theta/(2m)\} \to V_1 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} U_2 \equiv\ & \{(x, y) \mid c - mx^2 - ny^2 \geq 0, y < 0, \\ & |x| \leq \cot\theta/(2m)\} \to V_2 \end{aligned} \tag{16}$$

光源 $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ によって照射される物体の画像領域は，$I_i \geq 0, i = 1, 2$ より

$$U_l \equiv \{(x, y) \mid c - mx^2 - ny^2 \geq 0, |x| \leq \cot\theta/(2m)\} \tag{17}$$

となる．

2節での法線ベクトル $\mathbf{n}_1$ と $\mathbf{n}_2$ に関する議論から，以下のような4種類の可能な物体形状群が導出される．

$$h(x,y) = c+c_0-mx^2-ny^2 \tag{18}$$

$$h(x,y) = c+c_0-mx^2+ny^2 \tag{19}$$

$$h(x,y) = \begin{cases} c+c_0-mx^2-ny^2, & y\ge 0 \\ c+c_0-mx^2+ny^2, & y<0 \end{cases} \tag{20}$$

$$h(x,y) = \begin{cases} c+c_0-mx^2+ny^2, & y\ge 0 \\ c+c_0-mx^2-ny^2, & y<0 \end{cases} \tag{21}$$

ここで，$c_0 \ge 0$ は法線ベクトルから $h(x,y)$ の導出の際に生じる積分定数である．もちろん，式 (18)-(21) で表現される物体形状は全く同じ濃淡画像を生成することになる．

上で得られた4つの物体形状から正しい形状を選ぶために，$z=0$ 平面に投影された物体の影と物体自身の影情報を利用する．それらの影を比較することによって，正しい形状を見つけ出すことができる．式 (18)-(21) で規定された物体に対し，光源 $\mathbf{s_1}$ によって生成される画像 I_1 における対応する影領域 (Cast shadow) は以下の式で与えられる．

$$\begin{aligned} R_1 \equiv\ & \{(x,y) \mid mx^2+ny^2 \ge c, \\ & |y| \le \sqrt{c/n-\cot^2\theta/(4mn)}, \\ & x \ge n\tan\theta\cdot y^2-(c+c_0)\tan\theta \\ & -(1/4m)\cot\theta, \\ & (x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta, \\ & y\le\sqrt{c/n}\sin\alpha, -\pi/2\le\alpha\le\pi/2)\} \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} R_2 \equiv\ & \{(x,y) \mid mx^2+ny^2 \ge c, \\ & |y| \le \sqrt{c/n-\cot^2\theta/(4mn)}, \\ & x \ge -n\tan\theta\cdot y^2-(c+c_0)\tan\theta \\ & -(1/4m)\cot\theta, \\ & (x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta\cdot(c_0+2c\sin^2\alpha), \\ & y\le\sqrt{c/n}\sin\alpha, -\pi/2\le\alpha\le\pi/2)\} \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} R_3 \equiv\ & \{(x,y) \mid mx^2+ny^2 \ge c, \\ & |y| \le \sqrt{c/n-\cot^2\theta/(4mn)}, \\ & (x \ge n\tan\theta\cdot y^2-(c+c_0)\tan\theta, \\ & -(1/4m)\cot\theta, y\ge 0), \\ & (x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta, \\ & y\le\sqrt{c/n}\sin\alpha, 0\le\alpha\le\pi/2), \\ & (x \ge -n\tan\theta\cdot y^2-(c+c_0)\tan\theta \\ & -(1/4m)\cot\theta, y<0), \\ & (x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta\cdot(c_0+2c\sin^2\alpha), \\ & y\le\sqrt{c/n}\sin\alpha, -\pi/2\le\alpha<0)\} \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned} R_4 \equiv\ & \{(x,y) \mid mx^2+ny^2 \ge c, \\ & |y| \le \sqrt{c/n-\cot^2\theta/(4mn)}, \\ & (x \ge -n\tan\theta\cdot y^2-(c+c_0)\tan\theta \\ & -(1/4m)\cot\theta, y\ge 0), \\ & (x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta\cdot(c_0+2c\sin^2\alpha), \\ & y\le\sqrt{c/n}\sin\alpha, 0\le\alpha\le\pi/2), \\ & (x \ge n\tan\theta\cdot y^2-(c+c_0)\tan\theta \\ & -(1/4m)\cot\theta, y<0) \\ & (x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta, \\ & y\le\sqrt{c/n}\sin\alpha, -\pi/2\le\alpha<0)\} \end{aligned} \tag{25}$$

式 (18)-(21) で規定される物体に対する画像 I_1 における物体自身の影領域 (Self-shadow) は全て同じで次式で与えられる．

$$R_s \equiv \{(x,y) \mid c-mx^2-ny^2\ge 0, x\le -\cot\theta/(2m)\} \tag{26}$$

従って，式 (18)-(21) で規定される物体に対する画像 I_1 における影 (Cast shadow と Self-shadow) は

$$\tilde{R}_i \equiv R_i \bigcup R_s, \quad i=1,\ldots,4 \tag{27}$$

となる．

光源 $\mathbf{s}_1$ は式 (13) で規定される物体上の

$$\begin{aligned} \{(x,y) \quad | \quad & z=c-mx^2-ny^2, \\ & x=-\cot\theta/(2m), \\ & |y|\le\sqrt{c/n-\cot^2\theta/(4mn)}\} \end{aligned} \tag{28}$$

で与えられる放物線で接する．その接する光線と平面 $z=0$ との交線が式 (22) の中の表現式の一つである

$$x = n\tan\theta\cdot y^2 - c\tan\theta - (1/4m)\cot\theta \tag{29}$$

で与えられる．なお，式 (22) における

$$\begin{aligned} \{(x,y) \quad | \quad & x=\sqrt{c/m}\cos\alpha - c_0\tan\theta, \\ & y=\sqrt{c/n}\sin\alpha, -\pi/2\le\alpha\le\pi/2\} \end{aligned} \tag{30}$$

は，式 (18) で規定される物体の境界を通る光源 $\mathbf{s}_1$ の光線と平面 $z=0$ との交線を表す．

光源 $\mathbf{s}_1$ は既知のため，画像 I_1 から式 (28),(29) の関係を抽出することができる．平面 $z=0$ における式 (29) 上の

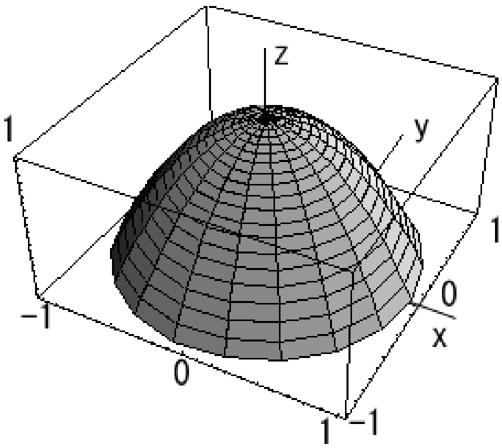

図 1: $z = 1 - x^2 - y^2$ の物体形状.

点の $-x$ 側の法線ベクトルを $(-p^*, -q^*)$ とすると，その点に対応する式 (28) 上の点の法線ベクトルは $(-p^*, -q^*, 1)$ で与えられるため，物体の形状は式 (18) であると決定することができる．

式 (28),(29) の関係の抽出が困難である場合，画像 I_1 から得られる $\tilde{R}_1|_{c_0=0}$ と $\{\tilde{R}_i, i = 1, \ldots, 4\}$ とを c_0 の値を変化させながら照合し，式 (18)-(21) のうち相関が最も大きくなる関数を選択すればよい．また，c_0 の値によって R_s は変化しないため，c_0 の値を十分大きくすることによって $\{R_i, i = 1, \ldots, 4\}$ を得ることができる．

4 実験結果

図 1 で示されるように，関数

$$h(x, y) = 1 - x^2 - y^2, \ (x^2 + y^2 \leq 1) \qquad (31)$$

で記述される物体の形状復元を扱う．この物体は式 (13) で $m = n = c = 1$ と置いた場合であり，もちろん球ではない．$\theta = \pi/4$ のとき，2 光源 $\mathbf{s}_1 = (1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$, $\mathbf{s}_2 = (-1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$ で照射された物体の人工濃淡画像はそれぞれ図 2，図 3 で表現される． 図 4〜6 は，$c_0 = 0$ のもとで式 (19)-(21) に対応した物体形状を表し，式 (31) の物体に対し，図 1 を含み，この 4 個の物体の可能性がある．

図 7 は式 (22) で表現される Cast shadow R_1 を含んだ画像 I_1 である．

図 8 は，$c_0 = 0$ での式 (18) に対する画像 I_1 における R_1, R_s の構成図を表し，黒領域が Cast shadow R_1 を，灰色領域が Self-shadow R_s である．同様に，図 9 は，$c_0 = 0$ での式 (19) に対する画像 I_1 における R_1, R_s の構成図を

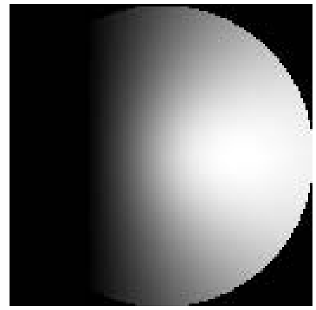

図 2: 光源 $\mathbf{s}_1 = (1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$ による画像 I_1.

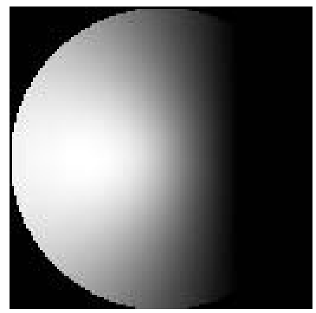

図 3: 光源 $\mathbf{s}_2 = (-1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$ による画像 I_2.

表す．図 10 は影情報を用いた 2 画像照度差ステレオ法で復元した物体形状を示す．

2 画像照度差ステレオ法による物体復元において，通常は積分可能性拘束を用いて一意的に物体形状を決め，積分可能性拘束が有効でなくなる場合に影情報を利用することになる．

5 おわりに

ランバート反射モデルのもとでの 2 画像照度差ステレオ法による物体形状復元を扱った．積分可能性拘束によって，表面法線ベクトルが一意的に決定されない状況に焦点をあて，解の一意性を得るために影情報を利用することを提案した． 3 節の結果のように単純な物体に対してでさえ，影領域の解析は決して簡単ではない．しかし，一般の物体に対し解析結果がなくとも，影情報を照合することによって正しい形状復元が実現できる可能性が高いと推測される．

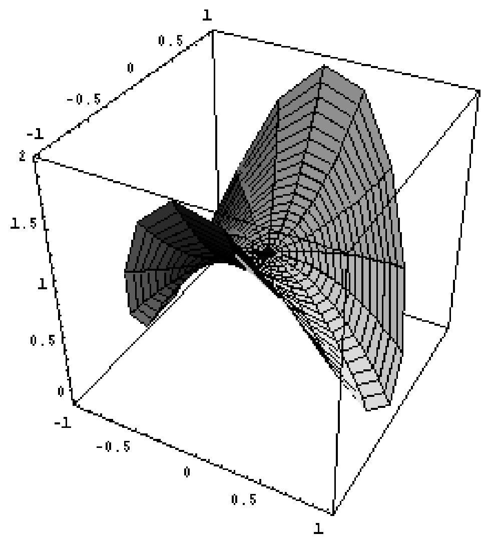

図 4: 式 (19) に対する物体形状.

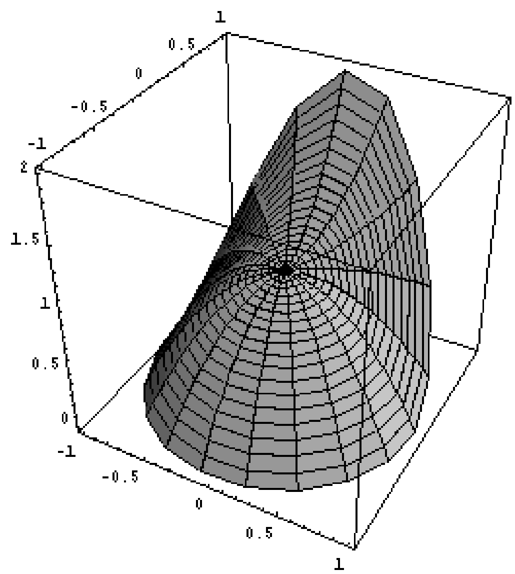

図 6: 式 (21) に対する物体形状.

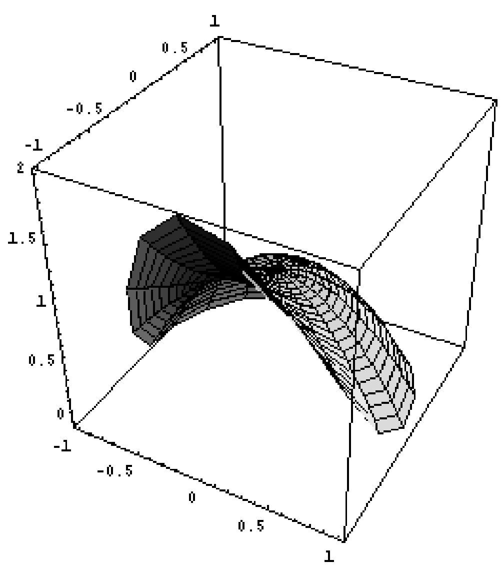

図 5: 式 (20) に対する物体形状.

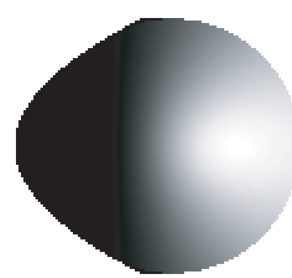

図 7: R_1 を含んだ画像 I_1.

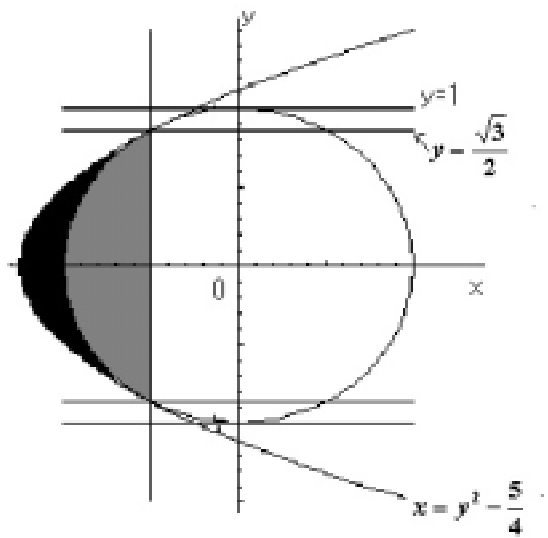

図 8: 式 (18) に対する画像 I_1 における R_1, R_s の構成図.

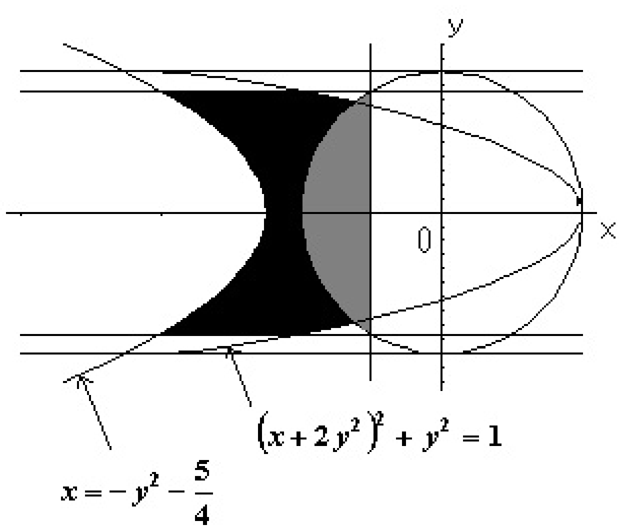

図 9: 式 (19) に対する画像 I_1 における R_1, R_s の構成図.

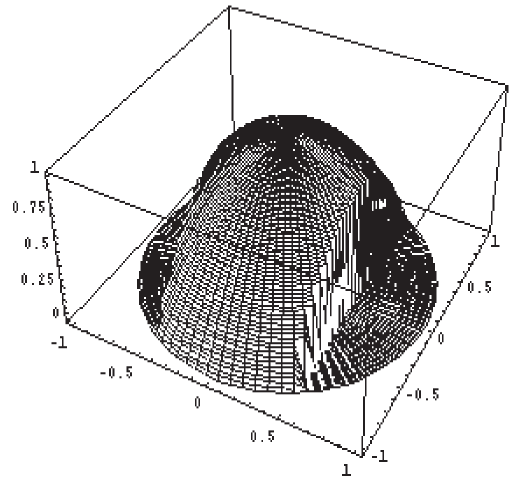

図 10: 復元画像.

参考文献

[1] B.K.P. Horn, *Robot Vision*, The MIT Press, Cambridge, MA & McGraw-Hill Book Company, New York, NY, 1986.

[2] R.J. Woodham, "Photometric method for determining surface orientation from multiple images", Opt. Eng. 19(1), Jan./Feb., pp.139-144, 1980.

[3] 池内克史,「反射率地図に基づき，二次元濃淡画像より三次元形状を再構成する２手法」，電子通信学会論文誌，1982/7, Vol.J65-D No.7.

[4] R. Onn and A. Bruckstein, "Integrability disambiguates surface recovery in two-image photometric stereo", International Journal of Computer Vision, 5:1, 105-113, 1990.