

## 正規化固有空間への部分射影問題とその解法

坂上文彦 尺長健

岡山大学 工学部 情報工学科

〒700-8530 岡山市津島中 3-1-1

{sakaue, shaku}@chino.it.okayama-u.ac.jp

あらまし: 本稿では, 正規化画像空間内に構成される固有空間 (正規化固有空間) への部分射影の最適化を論じる. 画像空間の表現法として同次表現を導入することにより, この最適化問題は同次固有空間への線形射影に帰着できる. この解法は, 正規化固有空間の基底ベクトル集合と平均ベクトル, および部分射影時に用いる画素位置から構成される行列を, 画像データに適用することで実現できる. ノイズが存在する場合のロバスト射影, 部分射影による高速な探索など広い応用が考えられる.

### Problem of Partial Projection to Normalized Eigenspace and Its Solution

Fumihiko SAKAUE, Takeshi SHAKUNAGA

Department of Information Technology, Faculty of Engineering, Okayama University

3-1-1 Tsushima-naka, Okayama, 700-8530, JAPAN

{sakaue, shaku}@chino.it.okayama-u.ac.jp

**Abstract:** This paper discusses an optimum partial projection to a given normalized eigenspace. After the definition of the problem, a simple solution is provided using a concept of homogeneous eigenspace. The method can be applied to various problems including robust projection, effective region detection and face/object recognition/detection.

#### 1 はじめに

固有空間への射影問題は, コンピュータビジョンにおいて古くから様々な応用に用いられる基本的な問題である. ここで, 固有空間への射影はノイズが少量しか存在しない場合には, 通常の線形射影により高速な演算が可能であるが, ノイズが多く含まれる場合についてはノイズ検出と最適射影の問題を解決する必要がある. これまでに, 我々は単純な線形射影と相対残差解析によるロバスト射影の実現法を提案してきた [11]. また, 栗田ら [5] はニューラルネットによるアプローチを試みているが, これらの方法は繰返し法であり, 経験的に

有効性が確認されているものの, 収束性や計算効率に関する検討は不十分であると考えられる. そこで, 本稿では, ロバスト射影の効率的な実現を目指し, より本質的なレベルの問題として部分射影問題に注目して, 正規化固有空間への最適化問題として問題を定式化する. また, それとともに新たに同次固有空間の概念を導入し, この問題が線形射影に帰着できることを示す.

従来から, 同次表現はコンピュータビジョンにおいて有用な表記方法として知られている. 特に射影幾何の問題では, 表記の簡単化のため様々な箇所で使用される. 本来非線形のマッピングである透視射影は, 同次表現により線形式で表現でき

る。例えば、Hartley-Zisserman[4]は多眼幾何の問題で同次表現を駆使した議論を行っている。

本稿ではこの同次表現を射影幾何の問題ではなく、固有空間を扱う問題に対して適用する。また、同次表現された固有空間を同次固有空間と呼ぶ。固有空間は多くの場合、射影とともに使用されるため、射影と親和性のある同次表現を導入することは自然である。本稿では、この同次固有空間を用いて部分射影問題に関する1つの解法を示す。この解法は非常にシンプルであり、顔認識や物体認識など、固有空間を扱う様々な手法[2, 6, 7, 8, 13]に対して容易に適用可能である。本稿では同次固有空間および部分射影に関する定義を行う。また、実験によりこの有効性を示す。

## 2 同次画像空間と同次固有空間

### 2.1 正規化画像空間 (NIS)

我々は、照明に依存しない画像認識を実現するため、画素値の総和を一定に正規化した画像により構成される正規化画像空間 (NIS: Normalized Image Space) を提案している。いま、 $n$ 個の画素からなる画像  $\mathbf{X}$  が  $n$ 次元画像空間 ( $n$ -IS: Image Space) の要素 (点) として表現される場合を考える。このとき、 $\mathbf{X}$  の正規化画像  $\mathbf{x}$  は次式により定義される。

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} / (\mathbf{1}^T \mathbf{X}) \quad (1)$$

正規化画像  $\mathbf{x}$  は  $\mathbf{1}^T \mathbf{x} = 1$  の意味で正規化されている。正規化画像空間は  $n$ -IS の画像を正規化した画像集合により構成された空間であり、 $n$ -IS からマッピングにより構成される正規化画像空間を  $n$ -NIS と表す。 $n$ -IS の ( $0$ でない) 画像  $\mathbf{X}$  は、全て式 (1) により  $n$ -NIS へと射影される。

この正規化は、画像における輝度のエネルギーの総和を一定にするという点で、自然かつ妥当な正規化である。また、この正規化により構成される NIS は、平均操作に対して閉じているという利点をもつ。つまり、正規化画像集合  $\{\mathbf{x}_i\}$  の平均画像  $\bar{\mathbf{x}} = 1/n \sum_i \mathbf{x}_i$  は  $\mathbf{1}^T \bar{\mathbf{x}} = 1$  を満たす。これにより、平均画像を原点とする固有空間の取扱いを単純化することができる。

ここで、 $\mathbf{x}$  は  $\mathbf{1}^T \mathbf{x} = 1$  を満たすため、実質的には  $(n-1)$ 次元空間の点として考えることができる。これは  $\mathbf{x}$  に含まれる情報を完全に保ったまま

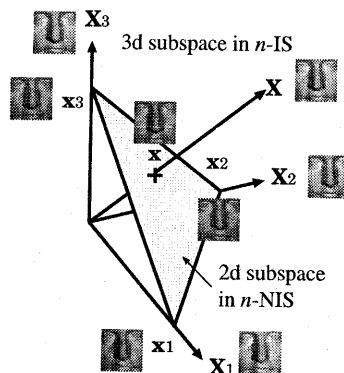


図 1: 拡散反射面における  $n$ -IS と  $n$ -NIS の関係

$\mathbf{x}$  中の要素を1つ削除することができることを示している。しかし、本稿では系の対称性を保つために  $\mathbf{x}$  の表現方法として  $n$ 次元表現を用いる。なお、 $n$ -IS と  $n$ -NIS の関係は3次元の RGB 色空間 (R,G,B) と色度平面 (r,g,b) の関係と本質的に等価である。

図1に拡散反射面を対象とした場合の、 $n$ -IS と  $n$ -NIS 関係を示す。図中に示された、 $n$ -IS における3つの基底、 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3$  により張られる3次元部分空間は、3点  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$  を含む2次元部分空間へとマッピングされる。

### 2.2 同次画像空間

本稿では画像の表現方法に同次表現を導入する。 $n$ -NIS における正規化画像  $\mathbf{x}$  の同次表現  $\bar{\mathbf{x}}$  は次式により定義される。

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \beta \mathbf{x}^T & \beta \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

ここで、 $\beta$  は  $0$  以外の定数である。このような  $\bar{\mathbf{x}}$  の集合により構成される  $(n+1)$ 次元の空間を同次画像空間 (HIS: Homogeneous Image Space) と呼び、また、 $(n+1)$ -HIS と記す。

定義より、HIS 内の  $\bar{\mathbf{x}}$  と  $k\bar{\mathbf{x}}$  は NIS において同一の画像を表現している。これにより、ある画像  $\bar{\mathbf{x}}$  を定数倍して得られる画像は、全て等価であるとみなすことができる。このような等価性を持つ画像の集合を、HIS における同次画像という。この枠組では、 $[\mathbf{x}^T \ 1]^T$  は、 $\mathbf{x}$  が NIS の要素で

ある場合の代表画像と見なすことができる。また、 $n$ -NIS が本質的には  $(n-1)$  次元の空間であるため、 $(n+1)$ -HIS は、本質的には  $n$  次元の空間である。このことから、 $(n+1)$ -HIS は、 $n$ -IS に対してアフィン変換を施した空間とみなされる。これにより、 $\bar{x}$  から一つの要素を取り除いても  $\bar{x}$  の情報は完全に保たれる。しかし、ここでは NIS の場合と同様に、 $\bar{x}$  の対称性を保持するため、 $\bar{x}$  から 1 つの要素を取り除くことはしない。その結果、 $n$ -IS 内の  $\mathbf{0}$  以外の画像  $\mathbf{X}$  は、 $(n+1)$ -HIS において  $\tilde{\mathbf{X}} = [\mathbf{X}^T \quad \mathbf{1}^T \mathbf{X}]^T$  として表現できる。

このことから、 $(n+1)$ -HIS における同次画像  $\tilde{\mathbf{X}}$  は、最初の  $n$  個の要素を最後の要素で割ることにより、正規化画像に変換することが可能である。HIS において重要となる性質を以下に示す。

- (1)  $\tilde{\mathbf{X}} = a\tilde{\mathbf{Y}}$  であるとき、 $\tilde{\mathbf{X}}$  と  $\tilde{\mathbf{Y}}$  は HIS において等価である。
- (2)  $(n+1)$ -HIS は、画像輝度の飽和がなく、また、影領域を含まない限り、輝度に普遍的な画像表現を与える。

### 2.3 正規化固有空間

$n$ -NIS において正規化画像集合  $\{\mathbf{x}_k\}$  が与えられた場合、これらの画像から一般的な方法により  $m (m < n)$  次元の固有空間を作成できる。固有空間の平均画像  $\bar{x}$  および共分散行列  $\Sigma$  は、与えられた画像集合  $\{\mathbf{x}_k\}$  から次式により計算できる。

$$\bar{x} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k$$

$$\Sigma = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{x}_k - \bar{x})(\mathbf{x}_k - \bar{x})^T$$

ここで、 $K$  は画像の枚数である。

対角行列  $\Lambda$  で、 $\Sigma$  の固有値を降順に並べたものを示す。また、 $\Phi$  は第  $i$  列が  $\Sigma$  の第  $i$  番目の固有ベクトルに対応する行列とする。 $\Sigma$  を固有値分解することにより次式の関係が導かれる。

$$\Lambda = \Phi^T \Sigma \Phi \quad (3)$$

このとき、 $\Phi$  の左  $m$  列からなる部分行列を  $\Phi_m$  とする。 $\bar{x}$  を中心とし、 $\Phi_m$  を軸として張られる固有空間への画像  $\mathbf{x}$  の投影  $\mathbf{x}^*$  は次式より得られる。

$$\mathbf{x}^* = \Phi_m^T (\mathbf{x} - \bar{x}) \quad (4)$$

また、画像  $\mathbf{x}$  を固有空間に射影することで得られる残差  $\mathbf{x}^\sharp$  は次式で得られる。

$$\mathbf{x}^\sharp = \mathbf{x} - \bar{x} - \Phi_m \mathbf{x}^* \quad (5)$$

このように、NIS において作成された  $m$  次元の固有空間を、正規化固有空間 (NES: Normalized EigenSpace) と呼び、 $m$ -NES と記す。また、このような固有空間を明示的に示す場合は、中心  $\bar{x}$  と固有軸  $\Phi_m$  により  $(\Phi_m, \bar{x})$  と記す。

### 2.4 同次固有空間

本節では同次固有空間に関する定義を行う。

#### (a) 形式的定義

まず、 $m$ -NES  $(\Phi_m, \bar{x})$  の同次表現を示す。 $(\Phi_m, \bar{x})$  への射影  $\mathbf{x}^*$  を同次表現を用いて次のように定義する。

$$\tilde{\mathbf{x}}^* = \begin{bmatrix} \beta \mathbf{x}^{*T} & \beta \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

ここで、 $\beta$  は 0 ではない定数である。このような  $\tilde{\mathbf{x}}^*$  により構成される  $(m+1)$  次元空間を同次固有空間 (HES: Homogeneous Eigenspace) と呼び、 $(m+1)$ -HES と記す。

これにより、HES においては  $\tilde{\mathbf{x}}^*$  と  $k\tilde{\mathbf{x}}^*$  は  $m$ -NES における同一のベクトルを表現している。つまり、あるベクトルを定数倍して得られるベクトルは、互いに等価であるとみなすことができる。このような等価性を持つベクトルの集合は、HES において同次なベクトルといえる。この枠組では、 $[\tilde{\mathbf{x}}^{*T} \quad 1]^T$  は  $m$ -NES における  $\mathbf{x}^*$  を代表ベクトルであると見なすことができる。

このように、 $m$ -NES と  $(m+1)$ -HES の関係は、 $n$ -NIS と  $(n+1)$ -HIS の関係と類似しており、これらの関係は図 2 のように表される。

#### (b) 構成的定義

ここでは (a) で示した定義を満たすように  $(m+1)$ -HES の具体的な構成法を示す。 $(m+1)$ -HES は  $m$ -NES  $(\Phi_m, \bar{x})$  から、次式で示される行列  $\tilde{\Phi}_m$  を構成することにより定義される。

$$\tilde{\Phi}_m = \begin{bmatrix} \Phi_m & \bar{x} \end{bmatrix} \quad (7)$$

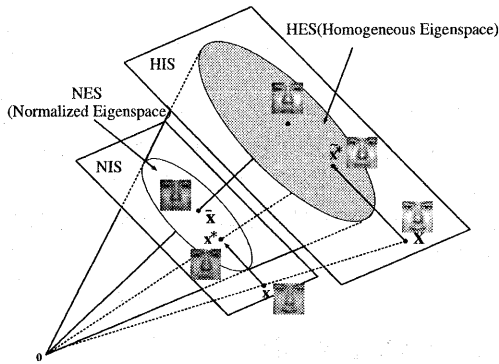


図 2: HIS と HES の関係およびそれらの NIS, NES との関係

$\tilde{\Phi}_m$  の疑似逆行列  $\tilde{\Phi}_m^+$  は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_m^+ &= (\tilde{\Phi}_m^T \tilde{\Phi}_m)^{-1} \tilde{\Phi}_m^T \\ &= \begin{bmatrix} \Phi_m^T \Phi_m & \Phi_m^T \bar{x} \\ \bar{x}^T \Phi_m & \bar{x}^T \bar{x} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_m^T \\ \bar{x}^T \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_m^T & \Phi_m^T \bar{x} \\ \bar{x}^T \Phi_m & \bar{x}^T \bar{x} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_m^T \\ \bar{x}^T \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ここで、 $I_m$  は  $m \times m$  の恒等行列である。  $n$ -IS 内の画像  $\mathbf{X}$  の  $(m+1)$ -HES への射影  $\tilde{x}^*$  は次式によって与えられる。

$$\tilde{x}^* = \tilde{\Phi}_m^+ \mathbf{X} \quad (8)$$

### 3 部分射影の最適化

#### 3.1 問題設定

本節では  $m$ -NES に対する部分射影について議論する。ここで、部分射影とは、画像空間において、有効である領域が限られている場合に、有効な情報のみから固有空間への射影を行うことである。なお、本節ではこの有効領域は既知であり、この領域は  $n \times n$  対角行列  $P$  により表現されるものとする。  $P$  の対角要素は 0 または 1 であり、固有空間（入力画像）において第  $j$  画素が有効である場合は第  $j$  対角要素  $p_{jj}$  が 1 となり、そうでない場合は 0 となる。もし全ての要素が有効である場

合、  $P$  は恒等行列  $I$  となる。また、あらゆる  $P$  について明らかに  $P = P^T = PP^T$  が成立する。以降ではこの  $P$  を領域指定行列と呼ぶ。

$m$ -NES ( $\Phi_m, \bar{x}$ ) および  $n$ -IS の画像  $\mathbf{X}$  が与えられたとする。このとき、  $\mathbf{X}$  は  $\mathbf{x} = \mathbf{X}/1^T \mathbf{X}$  として  $n$ -NIS へとマッピングされる。また、  $n$ -NIS から  $m$ -NES への射影  $\mathbf{x}^*$  は次式で示される誤差  $\epsilon_I$  を最小化することにより求められる。

$$\epsilon_I = (\mathbf{x}' - \Phi_m \mathbf{x}^*)^T (\mathbf{x}' - \Phi_m \mathbf{x}^*) \quad (9)$$

ここで、  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \bar{x}$  である。  $\mathbf{x}^*$  は、  $\Phi_m$  が正規直交ベクトルの集合により構成されているため、次式により簡単に求められる。

$$\mathbf{x}^* = \Phi_m^T \mathbf{x}' = \Phi_m^T (\mathbf{x} - \bar{x}) \quad (10)$$

ここで、未知領域が存在し、領域指定行列  $P$  が与えられた場合を考える。この場合、部分射影問題は次式で表現される誤差  $\epsilon_P$  を最小化することとして定義できる。

$$\begin{aligned}\epsilon_P &= (\mathbf{x}' - \Phi_m \mathbf{x}^*)^T P (\mathbf{x}' - \Phi_m \mathbf{x}^*) \\ &= (P \mathbf{x}' - P \Phi_m \mathbf{x}^*)^T (P \mathbf{x}' - P \Phi_m \mathbf{x}^*)\end{aligned}$$

このような  $\epsilon_P$  を最小化する  $\mathbf{x}^*$  を求めることは次式を満たす  $\mathbf{x}^*$  を求めることと等価である。

$$P \mathbf{x}' = P \Phi_m \mathbf{x}^* \quad (11)$$

この問題は  $P = I$  の場合、式 (10) と等価であり、容易に解くことができる。しかし、  $P \neq I$  の場合、  $\mathbf{x}'$  を  $P \mathbf{X}$  から直接計算できないため、式 (11) によらない解法が必要となる。

#### 3.2 解法 A: NES への直接射影

解法 A では、部分射影問題の解を求めるため、式 (6) により定義される  $\beta$  を用いる。この HES における  $\beta$  が、HIS における  $\beta = 1^T \mathbf{X}$  と等しいと仮定した場合、  $\mathbf{x}'$  は  $\beta$  と  $\mathbf{X}$  により次式のように表現される。

$$\mathbf{x}' = \frac{1}{\beta} \mathbf{X} - \bar{x} \quad (12)$$

式 (12) を式 (11) に代入することにより、次式が得られる。

$$-P \bar{x} = \begin{bmatrix} P \Phi_m & -P \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ 1/\beta \end{bmatrix} \quad (13)$$

従って、 $\beta$ と $\mathbf{x}^*$ は次式により求められる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ 1/\beta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} P\Phi_m & -PX \end{bmatrix}^+ P\bar{\mathbf{x}} \quad (14)$$

### 3.3 解法 B: HES への射影の利用

部分射影問題の解は以下に示すような HES を經由する方法でも求められる。式 (11) と式 (12) を組み合わせることにより次式が導かれる。

$$PX = \begin{bmatrix} P\Phi_m & P\bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta\mathbf{x}^* \\ \beta \end{bmatrix} = P\tilde{\Phi}_m\tilde{\mathbf{x}}^* \quad (15)$$

これにより、NES への部分射影問題は HES への部分射影問題に帰着され、 $\tilde{\mathbf{x}}^*$  は次式により求められる。

$$\tilde{\mathbf{x}}^* = (P\tilde{\Phi}_m)^+ PX \quad (16)$$

ここで、 $(P\tilde{\Phi}_m)^+$  は次式により表される。

$$\begin{aligned} (P\tilde{\Phi}_m)^+ &= (\tilde{\Phi}_m^T P\tilde{\Phi}_m)^{-1} (P\tilde{\Phi}_m)^T \\ &= \begin{bmatrix} \Phi_m^T P\Phi_m & \Phi_m^T P\bar{\mathbf{x}} \\ \bar{\mathbf{x}}^T P\Phi_m & \bar{\mathbf{x}}^T P\bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_m^T P \\ \bar{\mathbf{x}}^T P \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\tilde{\mathbf{x}}^*$  の各要素から、 $\mathbf{x}^*$  は次式のように求められる。

$$\mathbf{x}^* = \left[ \tilde{x}_1^*/\tilde{x}_{m+1}^* \quad \cdots \quad \tilde{x}_m^*/\tilde{x}_{m+1}^* \right]^T \quad (17)$$

ただし、 $\tilde{\mathbf{x}}^* = [\tilde{x}_1^* \quad \cdots \quad \tilde{x}_{m+1}^*]^T$ 。

### 3.4 2つの解法の比較

式 (14)、式 (16) のどちらを用いても、与えられた  $PX$  から部分射影  $\mathbf{x}^*$  を求めることができる。しかし、この2つの解法には以下に示すような違いがある。

(a) HES との関係:

解法 A では、式 (14) に HES への明示的な射影が存在しないため、 $n$ -IS から  $m$ -NES への直接的な射影が行われていることになる。一方、解法 B では、式 (16) に明示的な HES の射影が存在するため、一旦  $n$ -IS から  $(m+1)$ -HES への射影が行われた後、改めて  $m$ -NES への射影が行われることになる。図 3 に解法 A と解法 B の関係を示す。

(b)  $\Phi_m, P$  が一定の場合:

解法 A においては、 $PX$  が式 (14) の疑似逆行列中に含まれるため、疑似逆行列の計算が  $\mathbf{X}$  に依存

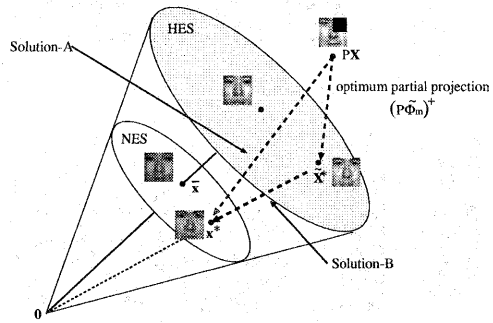


図 3: 解法 A と解法 B の関係

したものとなる。そのため、 $\Phi_m, P$  が一定である場合でも、 $\mathbf{X}$  が変化する度に疑似逆行列の計算が必要である。一方、解法 B においては、疑似逆行列の計算において、 $\mathbf{X}$  が現れないため、 $\Phi_m, P$  が固定であれば  $\mathbf{X}$  が変化した場合でも疑似逆行列の再計算を行う必要はない。つまり、1度疑似逆行列を計算しておけば、それ以降は単なる行列の積のみの計算により部分射影を行うことが可能になる。これにより、解法 B は  $\Phi_m, P$  が一定となる問題において非常に有効な手法となる。

(c)  $\beta \leq 0$  の場合:

入力画像が実シーンを撮影した画像であれば、あらゆる画像について  $\beta > 0$  が成立する。しかし、入力として影が多く含まれる画像が与えられた場合、部分射影問題の解法には  $\beta \leq 0$  となるものも存在する。このような場合でも、同次画像を式 (2) の代わりに  $\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{X}^T \quad \beta]^T$  として定義すれば、解法 B によって何ら問題なく部分射影を計算できる。つまり、式 (16) により  $\mathbf{X}$  から  $\beta$  および、 $\tilde{\mathbf{x}}^*$  を直接求めることができる。このことは HIS, HES を用いることが部分射影の本質であることを示している (実際に解法 A を用いた場合、 $\beta = 0$  の場合に解を求めることができない)。

### 3.5 部分射影の例

前節で示した部分射影アルゴリズムが、正しく動作することを実例を用いて示す。ここでは、同一の入力画像  $\mathbf{X}$  に異なる  $P$  を与え、それぞれの

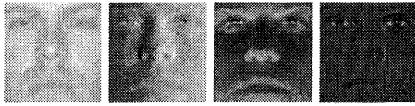


図 4: 個人の固有顔

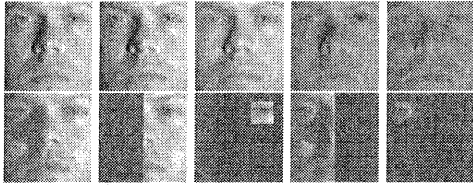


図 5: 部分射影の例

$P$ について固有空間への部分射影を求めた。射影に用いた固有空間の原点および固有軸を図4に示す。この固有空間はYale Face Database B[2]から1人を選択し、Subset1における正面から撮影された画像7枚を主成分分析することにより作成された。図5に部分射影を行った例を示す。この図において、上段は部分射影結果を画像空間に再射影した画像を示しており、下段は部分射影における有効領域を示している。また、第1列は画像全体を用いて射影を行った結果である。なお、全ての画像は画素値が0の箇所が灰色となるように正規化を施してある。これは、射影結果においては画素値の値が負となる領域が存在するためである。

第2列、第3列においては、良好な部分射影が得られている。これは、入力画像から選択された領域が影領域をあまり含まず、部分射影に有効に働くためと考えられる。一方、第4列、第5列における射影結果は、画像全体を用いて射影を行った場合は、明らかに異なる射影結果となっている。これは、選択された領域の多くが有効でない領域(この場合は影領域)であったためである。このように、部分射影は $P$ によって選択された領域が射影に対する有効な情報をどれだけもっているかによって大幅に性能が変化する。逆にこれは、小さな領域でも、有効な $P$ が得られていれば妥当な射影結果が得られることを意味する。



図 6: 切り出された画像の例



Subset1 Subset2 Subset3 Subset4 Subset5  
 $\theta \leq 12^\circ$   $\theta \leq 25^\circ$   $\theta \leq 50^\circ$   $\theta \leq 70^\circ$   $\theta > 70^\circ$

図 7: 各サブセットにおける画像の例

## 4 実験

### 4.1 実験仕様

本稿で提案した部分射影の有効性を示すため、顔画像データベースYale Face Database B[2]を利用した認識実験を行った。このデータベースは10人の顔を9つの姿勢で、64方向の単一光源および環境光の下で撮影した5850枚の画像からなる。本実験では、正面を向いている650枚の画像から顔領域を切り出した画像を用いた。この際、環境光の影響を除去するために、環境光の下で撮影された画像との差分を取った。また、このデータベースでは各画像について両目と口の画像上の2次元位置が与えられているので、これらの座標を用いて全ての画像で両目の位置が等しくなるように並進、回転、縮小を行った後、顔画像を切り出した。切り出された顔画像の例を図6に示す。画像サイズは $64 \times 64$ である。

また、このデータベースは光源方向とカメラの光軸がなす角度 $\theta$ に基づいて、全ての画像は5つのSubsetのいずれかに分類されている。各Subset中の画像の例を図7に示す。実験では、各人物についてSubset1に属する画像7枚を登録画像とした。人間の顔は、ほぼ拡散反射面であると仮定できるため、固有空間の次元数は3次元とした。残りのSubset 2~5をテスト画像として認識実験を行った。

## 4.2 評価関数

実験で使用する評価関数を、テスト画像  $\mathbf{X}$  と人物  $p$  に対応する NES  $\langle \Phi_p, \bar{\mathbf{x}}_p \rangle$  を用いて定義する。ここで  $\mathbf{x}, \mathbf{y}$  の正規化相関  $C(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  を次式で表す。

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T \mathbf{y} / (\|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|) \quad (18)$$

本稿で提案した同次画像空間では、輝度値の大きさが本質的な意味をもたない。そのため、正規化相関を評価尺度として用いることは、本質的に妥当である。正規化相関に基づく評価関数として以下に示す2種類を用いる。

$C1: \mathbf{X}$  と  $\langle \Phi_p, \bar{\mathbf{x}}_p \rangle$  の部分相関

$$C1_p(\mathbf{X}) = C(P\mathbf{X}, P\bar{\Phi}_p(P\bar{\Phi}_p + \mathbf{X})) \quad (19)$$

ここで、 $P$  は  $\mathbf{X}$  に対する領域指定行列である。この  $P$  の決定方法にはロバスト射影 [11] などの様々な方法が考えられる。本実験では、入力画像  $\mathbf{X}$  の影領域の影響を除去するために、 $\mathbf{X}$  の各画素の輝度値から、閾値関数  $\rho_j$  により決定する。

$$\rho_j(\mathbf{X}) = \begin{cases} 0 & \text{if } \mathbf{e}_j^T \mathbf{X} \leq \theta_s \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

$$P = \text{diag}(\rho_1(\mathbf{X}), \dots, \rho_n(\mathbf{X})) \quad (21)$$

ここで、 $\mathbf{e}_j$  は第  $j$  要素のみを1とし残りの要素を0とする  $n$  次元ベクトルである。また、 $\theta_s$  は閾値である。なお、このような閾値処理により影領域を決定する方法は、影領域の画素値に関する事前知識が必要となるため、実際の応用においては必ずしも適切ではない。本実験では、部分射影の有効性を確認することを目的としているため、このような方法で  $P$  を決定し、部分射影の有効性を示した。

$C2: \mathbf{X}$  と  $\langle \Phi_p, \bar{\mathbf{x}}_p \rangle$  の相関

$$C2_p(\mathbf{X}) = C(\mathbf{X}, \bar{\Phi}_p \bar{\Phi}_p + \mathbf{X}) \quad (22)$$

式 (22) は式 (19) において  $P = I$  とした場合と等価である。すなわち、 $C2$  により得られる認識結果は HES を用いて通常の部分空間法を適用したものと等価である。

## 4.3 認識結果

評価関数  $C1, C2$  を用いて認識実験を行った。表 1 に各サブセットにおける誤り率を示す。また、同

表 1: 各サブセットにおける誤り率 (%)

Error rate(%)				
method	Subset2	Subset3	Subset4	Subset5
$C1$	0	0	0	12.2
$C2$	0	0	6.5	43.9

表 2: Yale Face Database B を用いた実験結果

Error rate(%)				
Method	Subset2	Subset3	Subset4	Subset5
IC(attached)[3]	0	0	8.6	-
IC(cast)[3]	0	0	0	-
Linearization[9]	0	0	0	10.1
$C1$	0	0	0	12.2
$C2$	0	0	6.5	43.9

じデータベースを用いた認識実験と比較するために、報告されている結果をまとめたものを表 2 に示す。 $C2$  は本質的には通常の部分空間法と変わらないため、影領域が少ない Subset2,3 では誤り率 0 が得られている。しかし、画像全体を固有空間へと射影するため、影領域を多く含む Subset4,5 では正しく射影が行えず、その結果、認識率が低下している。一方、 $C1$  を用いた場合、Subset2~3 において誤り率 0 が得られている。さらに  $C2$  では対応できなかった Subset4,5 においても十分に高い認識率が得られている。図 8 に Subset4 の画像において射影に使用された領域および、この領域を用いて正解の固有空間に部分射影を行った例を示す。この図では、上段に入力画像を、中段に使用された領域を、下段に部分射影結果を示してある。この中には、半分近くの領域が射影に使用されていない画像も存在しているが、そのような画像を用いた場合でも、部分射影がうまく行われることにより、正しく認識が行えている。このことから、提案した部分射影の有効性が確認できる。

## 5 まとめ

本稿では同次画像空間および同次固有空間に関する定義を行い、また、それを用いて部分射影問題に対する 1 つの解法を示した。さらに、部分射影を用いて認識実験を行い、その有効性を確認した。この部分射影は固有空間を取り扱う多くの問題に適用可能であり、その応用範囲は非常に広い。部分射影を他の応用例に対して適用した結果を文献 [10] において示す。

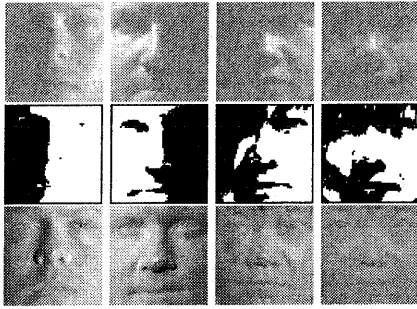


図 8: 部分射影の有効領域と射影例

なお、本研究の一部は、科学技術振興事業団 CREST 池内プロジェクトの援助を受けて行った。

## 参考文献

- [1] Belhumeur, P. N. and Kriegman, D. J., "What is the set of images of an object under all possible lighting conditions?", Proc. CVPR'96, pp. 270-277, 1996.
- [2] Georgiades, A. S., Belhumeur, P. N. and Kriegman, D. J., "From Few To Many: Generative Models For Recognition Under Variable Pose and Illuminations", Proc. IEEE Int. Conf. on Automatic Face and Gesture Recognition, pp. 277-284, 2000.
- [3] Georgiades, A. S., Belhumeur, P. N. and Kriegman, D. J., "From Few To Many: illumination cone models for face recognition under variable lighting and pose", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 23, no. 6, pp. 643-660, 2001.
- [4] Hartley, R. and Zisserman, A., Multiple View Geometry in Computer Vision, Cambridge University Press, 2000.
- [5] Kurita, T., Takahashi, T. and Ikeda, Y., "A Neural Network Classifier for Occluded Images", Proc. ICPR 2002, vol. 3, pp. 45-48, 2002.
- [6] Moghaddam, B. and Pentland, A., "Probabilistic Visual Learning for Object Representation", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 19, no. 7, pp. 696-710, 1997.
- [7] Murase, H. and Nayar, S., "Visual Learning and Recognition of 3-d Objects from Appearance", International Journal of Computer Vision, vol. 14, pp. 5-24, 1995.
- [8] Oja, E., Subspace Methods of Pattern Recognition, Research Studies Press Ltd., 1983.
- [9] 岡部 孝弘, 佐藤 洋一, "画像の線形化に基づく物体認識", 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU 2002), vol. 1, pp. 453-459, 2002.
- [10] 坂上 文彦, 尺長 健, "正規化固有空間への部分射影の幾つかの応用について", to appear in 情報処理学会研究報告 CVIM, 2003.
- [11] Shakunaga, T. and Sakaue, F., "Natural Image Correction by Iterative Projections to Eigenspace Constructed in Normalized Image Space", Proc. ICPR 2002, vol. 1, pp. 648-651, 2002.
- [12] Shashua, A., "Geometry and Photometry in 3D visual recognition", Ph.D. Thesis, MIT, 1992.
- [13] Turk, M. and Pentland, A., "Eigenfaces for Recognition", Journal of Cognitive Neuroscience, vol. 3, no. 1, pp. 71-86, 1991.