

カメラの自動校正に関する一考察

梶原 景範[†] 緒方 正人[†]
林 隆伯[†] 本郷 新[†]

筆者らは、ドームスクリーンに任意方向から投影されるプロジェクタ映像を自動的に歪み補正するマルチプロジェクションドームシステムを開発した。その場合、歪みを計測するカメラの校正が必要になる。さらに、上記システムでは、逆歪をかけるプロジェクタの校正も重要である。マルチプロジェクタシステムの開発においては標準パターンによる校正法を用いた。標準パターン方式では、正確なデータを得るには非常に手間と時間を要した。そこで、Kruppa 方程式によるカメラの自動校正について、Kruppa 方程式の誤差関数の可視化によって検討した。Kruppa 方程式の解への収束の問題、カメラ配置による縮退の問題、解への収束の改善のための評価関数の改良について述べ、シミュレーション実験の結果について報告する。

A Study on Camera Self-Calibration

KAGENORI KAJIHARA,[†] MASATO OGATA,[†] RYUHO HAYASHI[†]
and SHIN HONGO[†]

We have been developed Multi-Projection Dome Systems, which compensate distortions due to the projectors off axis. In development of the systems, the cameras used for measurement of the distortions of projected images are required to be calibrated. Furthermore, in our systems, projectors are required to be calibrated in order to correctly compensate the distortions of images with inversed distortions. About camera calibrations, there are known two methods of using special patterns and auto-calibration using no special patterns. We conducted calibrations of cameras and projectors using special patterns. We needed trouble and time very much to get correct informations. Therefore, we have examined self-calibrations based on Kruppa's equations by visualization of error functions of Kruppa's equations. We report problems of convergence of solutions and degenerations of Kruppa's equations, and improvements of convergence of solutions.

1. はじめに

コンピュータビジョンの技術を用いて3次元の幾何学的情報を2次元画像から取得する手法が広く実用に供されている。例えば、カメラを搭載したロボットの視覚誘導、近年盛んな仮想現実や複合現実などである。実際、筆者らは2次曲面スクリーンと複数のプロジェクタにより観察者に歪のない広視野の画像を提示するマルチプロジェクションドームシステムを開発した¹⁾。このシステムの基本的な原理は、任意位置のプロジェクタから投影された画像の、観察者から見たときの歪をあらかじめカメラで測定し、前もって逆歪をかけた画像を投影することによって、観察者に歪のない広視野の映像を提供するというものである。

これらの場合、正確な幾何情報が得られるためには、撮像に用いられるカメラが正確に校正されていることが必要である。さらに、前記マルチプロジェクションドームシステムの開発においては、正確に逆歪をかけるためにプロジェクタの光学系の校正も重要である。カメラ及びプロジェクタの校正には、既知の校正用パターンを用いる方法と特定のパターンを用いない自動校正がある。

前記マルチプロジェクションドームシステムの開発においては、標準パターンを用いる方式でカメラ及びプロジェクタの校正を行った。この方法では校正の都度パターンやカメラ及びプロジェクタの設定が必要で、校正に手間と時間を要した。特に、プロジェクタは使用する台数が多いので問題となった。そこでそれらの問題を改善する目的で今回自動校正について検討したのでその結果について報告する。

検討は、2台のカメラの像の関係を表す基礎マト

[†]三菱プレジジョン株式会社
Mitsubishi Precision Co., Ltd.

リックス F が求まっているとして, Kruppa の方程式からいかに安定的に正確にカメラパラメータが求められるかについて行った. 手法は, 非線形方程式である Kruppa 方程式の解法における誤差関数の可視化により考察を行った. 誤差関数の特徴を明らかにし, 誤差関数の改良により解への収束を改善した. シミュレーション実験でその結果を確認した.

本論文の構成は, 2 節に従来研究, 3 節に Kruppa 方程式による自動校正とその問題点, 4 節に考察と改良, 5 節にシミュレーション実験, 最後に結論と残された問題について述べる.

2. 従来研究

既知の物体を用いたカメラ校正は次のようにして行うことができる. 空間及び射影面の座標を同次座標で考えると空間の点の射影面への射影は 3×4 の射影マトリックスで行われるので, 物体の形状と画像上の点の対応が分かれば, 線形の連立方程式を解くことによって射影マトリックスの各パラメータは求まり, 従ってカメラの内部パラメータが得られる²⁾.

未知の対象物からのカメラ校正は, 無限遠にある絶対円錐曲線を考えることによって, 二つのカメラの相対的な姿勢と位置の影響を取り除いてカメラの内部パラメータのみを含む F マトリックスを用いて行うことができる. この方法は Maybank, Faugeras らによって開発され^{3),4)}, Kruppa 方程式と呼ばれる.

Kruppa 方程式によるカメラの自動校正は, 校正器具を必要としないことと, 理論的な美しさで, これまでに多くの研究がなされている. Sturm は Kruppa 方程式が縮退し, 正確な解が得られないカメラ配置について述べている⁵⁾. Hartley, Lourakis らは, F マトリックスを特異値分解することによって, Kruppa 方程式を簡略化し, 解を安定的に求める方法について述べている^{6),7)}.

3. Kruppa 方程式によるカメラの自動校正

3.1 Kruppa 方程式

無限遠平面上の虚の半径 $\sqrt{-X_3}$ の円錐曲線, すなわち絶対円錐曲線 Ω は, 斉次座標でベクトル $\tilde{X} = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4]^T$ を使って次式で表される.

$$\tilde{X}^T \tilde{X} = 0, \quad X_4 = 0 \quad (1)$$

絶対円錐曲線 Ω 上の点 \tilde{X} を回転 R 及び並進 T した座標から見たときの座標を \tilde{X}' とすると, 次式の関係がある.

$$\tilde{X}' = \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \tilde{X} \quad (2)$$

回転及び並進後の座標系での絶対円錐曲線は次式で表される.

$$\tilde{X}'^T \tilde{X}' = \tilde{X}^T R^T R \tilde{X} = \tilde{X}^T \tilde{X} \quad (3)$$

すなわち, 絶対円錐曲線は 3 次元の座標系の回転および並進に関して不変である. 座標系の回転及び並進と座標点の回転及び並進と等価であるので, 以後座標を回転並進して話を進める. 絶対円錐曲線 Ω 上の点 X と回転 R 及び並進 T させた座標系での点 X' を, それぞれの射影面に投影した点 \tilde{m} , \tilde{m}' は次式で与えられる.

$$\lambda \tilde{m} = K \tilde{X} \quad (4)$$

$$\lambda \tilde{m}' = K' \tilde{X}' \quad (5)$$

ここで, K 及び K' は, それぞれのカメラの校正マトリックスで, カメラが同一の場合は, $K = K'$ である. カメラの内部パラメータを焦点距離 a_u, a_v , 画像中心座標 u_0, v_0 , セン断係数 s として, K は次式で表される.

$$K = \begin{bmatrix} a_u & s & u_0 \\ 0 & a_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

絶対円錐曲線 Ω の投影像は次式で与えられる円錐曲線となる.

$$\tilde{m}^T K^{-T} K^{-1} \tilde{m} = 0 \quad (7)$$

$$\tilde{m}'^T K'^{-T} K'^{-1} \tilde{m}' = 0 \quad (8)$$

この二つの円錐曲線を双対で考え, 接線をエピポラ線にとり, 二つのカメラ間の F マトリックスとエピポラ幾何により, 次の Kruppa 方程式が得られる^{3),4)}.

$$F^T K K^T F = [e]_x^T K K^T [e]_x \quad (9)$$

これは, K の 5 変数に関する二つの非線形の連立方程式になっており, 3 組の F マトリックスが与えられると内部パラメータが求まることになる.

3.2 Kruppa 方程式によるカメラの自動校正の問題点

3.2.1 Kruppa 方程式の縮退の問題

3 台のカメラの配置を考えると, カメラの配置及び姿勢が軸対称になっていると, 3 組の F マトリックスが同一になり, Kruppa 方程式が縮退することは明らかである. そうでなくても, Sturm が指摘し, 5 節のシミュレーション実験で可視化により示すように, 一つの球面上にあるときは解が求まらない. これは対

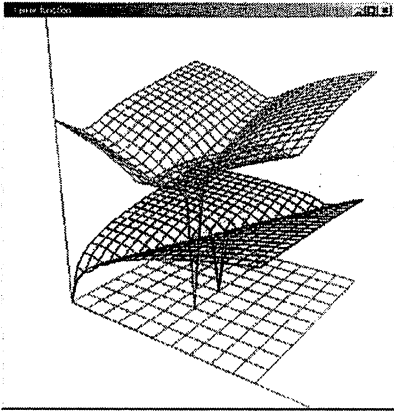


図1 誤差関数の3次元表示—上が $efunc.p(u_0, v_0)$, 下が $efunc.f(a_u, a_v)$

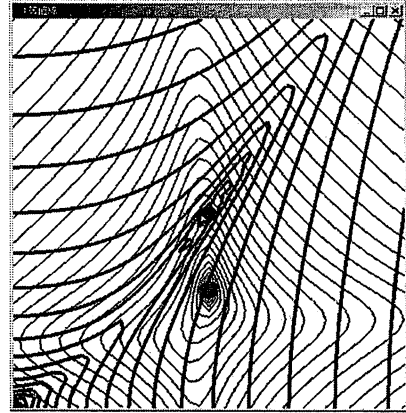


図2 誤差関数の等高線表示 細線が $efunc.p(u_0, v_0)$, 太線が $efunc.f(a_u, a_v)$

象物を3台のカメラで撮影する場合、比較的自然な配置であるので、問題であり注意が必要である。

3.2.2 Kruppa 方程式の解の収束性

Sturm が指摘している Kruppa 方程式の縮退が起こらないように⁵⁾、すなわち3台のカメラを同一球面上にないように配置し、Kruppa 方程式 (9) を用いて、内部パラメータを求める場合、非線形連立方程式の数値解法において初期値を内部パラメータの真値の近傍にとらない限り、正しい内部パラメータが求まらない。

その場合、画像中心座標 u_0, v_0 は比較的安定的に求まるが、焦点距離 a_u, a_v は $(0, 0)$ に収束することが多い。これは、画像中心座標 u_0, v_0 は基本的に中心にあるのに対して焦点距離は基本的に未知であるので問題である。また、Kruppa 方程式の数値解法に用いる最適化法によっても収束する値が異なる場合がある。

4. Kruppa 方程式による自動校正に関する考察と改良

非線形の連立方程式である Kruppa 方程式の性質を調べるために、3組の F マトリックスから得られる6個の方程式の残差の平方和を誤差関数 $efunc(a_u, a_v, u_0, v_0, s)$ とし、誤差関数の特性を調べる。誤差関数の可視化により、前節の問題点の解明と対策を考えることにする。未知変数は5個あるが、せん断係数 s はゼロであるものとして検討を行う。

4.1 誤差関数の可視化による考察

せん断係数を $s = 0$ としても自由度は4あるので誤差関数の可視化は困難である。そこで、画像中心 u_0, v_0 と焦点距離 a_u, a_v それぞれに対する誤差関数 $efunc.p(u_0, v_0)$ と $efunc.f(a_u, a_v)$ を可視化し、考

察の手段とする。

このとき、他の二つの変数の値をいくりにするかが問題であって、一般に4変数の一部の組み合わせしか調べられないことになり、Kruppa 方程式の全体を調べたことにならない。しかし、上記の2関数の可視化により、Kruppa 方程式に次の特徴的な性質があることが分かる。

すなわち、 u_0, v_0 に真値を与えたとき、 $efunc.f(a_u, a_v)$ は (a_u, a_v) の真値と $(0, 0)$ の2点で最小値0をとる。この様子を示したものが図1である。その等高線表示が図2である。実は、このことが収束性の問題に上げた焦点距離 (a_u, a_v) の $(0, 0)$ への誤収束の原因の1つである。

従って、4変数の誤差関数を二つの2変数の誤差関数で調べるとき、他の二つの未知変数の値をいくりにするかが問題であるが、 $efunc.p(u_0, v_0)$ については変数 (a_u, a_v) を $(0, 0)$ にすることにより、変数 (a_u, a_v) の真値からのずれに関係なく、 (u_0, v_0) に関する誤差関数の振る舞いを $efunc.p(u_0, v_0)$ によって観察することができる。すなわち、 $efunc.p(u_0, v_0)$ は、変数 (a_u, a_v) の値に関係なく、 (u_0, v_0) が真値のときのみゼロをとる。

一方、 $efunc.f(a_u, a_v)$ は、 (u_0, v_0) を変化させると比較的大きく変化し、局所的な最小値が複数表れる性質が観測される。その影響を排除するために、 $efunc.p(u_0, v_0)$ を最小にする (u_0, v_0) を先に求め、その値を $efunc.f(a_u, a_v)$ に与え考察を行った。

グラフは、変域は画面サイズで正規化された値で $0 \sim 1.0$ で、z軸方向は対数目盛りで表示されている。重なりを避けるために $efunc.p(u_0, v_0)$ のz軸のスケールを

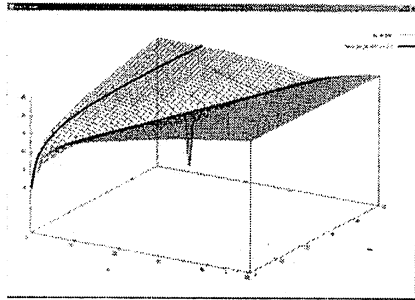


図3 誤差関数 $efunc.f(a_u, a_v)$ の形状と誤収束のパス

$efunc.f(a_u, a_v)$ の二倍にしてある。これらの図を見てわかることは、 $efunc.p(u_0, v_0)$ は (u_0, v_0) の真値においてのみ最小値をとるのに対して、 $efunc.f(a_u, a_v)$ は (a_u, a_v) が真値と $(0, 0)$ で最小値をとる。しかも好ましくないことに、真値の近傍以外では大局的に $(0, 0)$ に傾斜している。実際、ある程度真値から離れた値を初期値として解を求めると、図3に示すようなパスを辿り $(0, 0)$ に収束する。これが誤収束の原因である。

4.2 誤差関数の改良による収束性改善

誤差関数 $efunc.p(u_0, v_0)$ は、全体的に真値に対してなだらかに落ち込んで行く比較的素直な形状をしているのに対して、 $efunc.f(a_u, a_v)$ は $(0, 0)$ に向かって落ち込んで行くように全体的に傾斜している。これを改善して収束が真値に向かって行くように、誤差関数を $k(a_u)^2(a_v)^2 + \epsilon$ で割ったものを用いることにした。ここで、 k は効果を調整する適当な正数である。 ϵ はゼロによる除算が起こらないように適当に小さな正数である。実験では、 $k = 1000, \epsilon = 0.001$ とした。

そうすることによって $efunc.f(a_u, a_v)$ は図4及び図5のように、 $(0, 0)$ への全体的傾斜がなくなり真値の部分が高くなった関数形となり、真値への収束性が改善するものと思われる。実際、図3の中に示している航跡は共役傾斜法を用いて Kruppa 方程式を解いたときの真値への収束のパスを図示したものである。図6は図3と同一条件で Kruppa 方程式を解いたときのパスであり、正確に真値に収束している。

4.3 最適化法

非線形の連立方程式である Kruppa 方程式の解法において、適当な初期値から出発して誤差関数を最小化する手法を用いた。そのとき最適化法としてニュートン法を用いた場合、真値の近傍から離れた初期値から出発すると圏外にジャンプし発散してしまう場合がある。これは誤差関数が微妙な曲面をなして、ある座標点の近傍で、ある2次曲面に合致し、その極値に1ステップで移動するとニュートン法の性質による

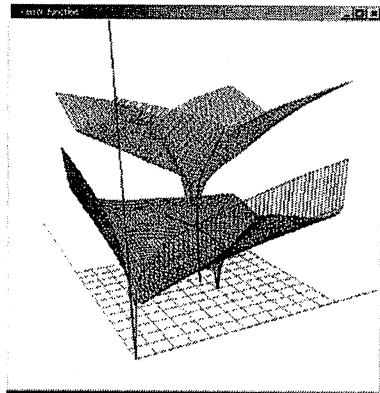


図4 改良した誤差関数の3次元表示

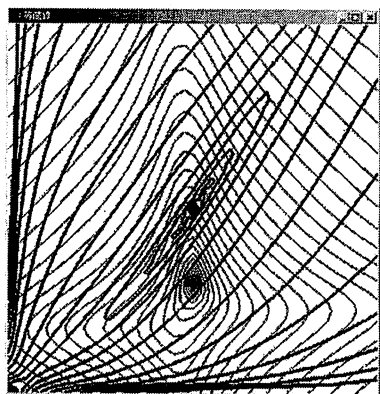


図5 改良した誤差関数の等高線表示 太線が $efunc.f(a_u, a_v)$

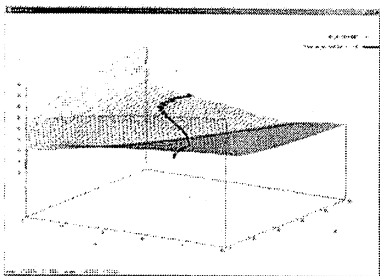


図6 改良された誤差関数 $efunc.f(a_u, a_v)$ と (a_u, a_v) の真値への収束のパス (図3と同一条件)

ものと考えられる。その観点から共役傾斜法の方が好ましいと考えられ、実験でもそれが実証された。

5. シミュレーション実験

適当な位置に置かれた3台のカメラから3組のFマトリックスを計算し、そのFマトリックスから Kruppa 方程式を立て、その誤差関数を求め等値線及び3次元

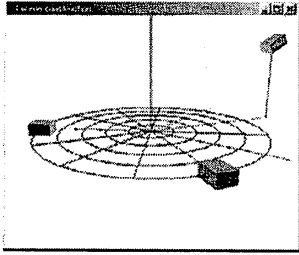


図7 3台のカメラの配置 2台のカメラは原点を中心とする水平面内の円周上に120度離れて原点を向いて配置 3台目のカメラを自由に移動

像により Kruppa 方程式の挙動を観察した。

Kruppa 方程式において、F マトリックスからエピポール e を計算する必要があるが、そのとき Lourakis らが述べている⁷⁾ エピポール e の計算の不安定さを避けるために次のような方法を用いた。F マトリックスの3つの行ベクトル中の2つから1つの e が計算できるが、3組の行ベクトルから3つの e を計算し、絶対値の最大のものを採用した。

5.1 カメラの配置による誤差関数の変化

カメラの配置により誤差関数がどのように影響を受けるか、誤差関数の可視化により調べた。最初の2台のカメラは原点を中心とする水平面内の円周上に120度離れて原点を向いて配置し、3台目のカメラを移動させて観察した。そのときのカメラの配置を図7に示す。3台目のカメラを他の2台と同一円周上に置くと、どの位置であろうとも Kruppa 方程式は完全に縮退し、誤差関数は $e_{func.p}(u_0, v_0)$, $e_{func.f}(a_u, a_v)$ とともに極値を持たず、図8のようになる。すなわち、 $e_{func.p}(u_0, v_0)$ は最小値0の十字形の溪谷をなし、 $e_{func.f}(a_u, a_v)$ は全域にわたって値0である。

次に、3台目のカメラを他の2台のカメラを含む球面上を動かした場合は、 $e_{func.f}(a_u, a_v)$ は依然として極値を持たず、形状は極値0を直線上に持つ深い溪谷状になる。 $e_{func.p}(u_0, v_0)$ はカメラを他の2台に極端に近づけない限り極値を一つ持つ素直な関数形を示した。この様子を図9及び図10に示す。この状態は、カメラが中心を向いている限りカメラが光軸の周りにロールしても変化がなかった。3台目のカメラを前記の球面から適当にずらしたり、注目点をずらすと関数 $e_{func.f}(a_u, a_v)$ も極値を一つ持つ良好な形状を示す。図1, 2参照。誤差関数の可視化により、Sturm の報告⁵⁾を確認するとともに、Kruppa 方程式の解法の安定化²⁾の改善³⁾の見通しを得ることができた。

前項の結果に基づき、3次元物体を観察するに自然で、しかも誤差関数の形状が良好なカメラ配置で

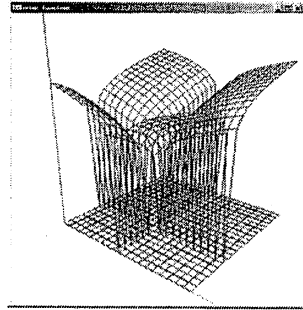


図8 3台のカメラを同一円周上に配置した場合の誤差関数の形状 $e_{func.p}(u_0, v_0)$ は最小値0の十字形の溪谷をなし、 $e_{func.f}(a_u, a_v)$ は全域にわたって値0である。

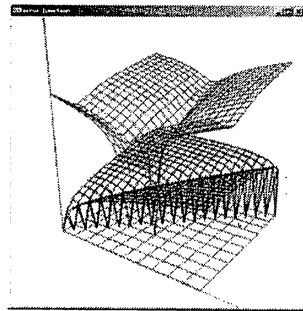


図9 3台のカメラを同一球面上に配置した場合の誤差関数の形状 Sturm の指摘する縮退の配置であり、 $e_{func.f}(a_u, a_v)$ は依然として極値を持たず、最小値0を直線上に持つ深い溪谷状

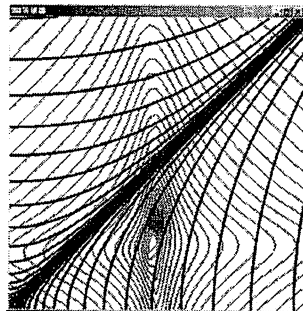


図10 3台のカメラを同一球面上に配置した場合の誤差関数の等高線表示 細線が $e_{func.p}(u_0, v_0)$ 、太線が $e_{func.f}(a_u, a_v)$

収束の範囲がどれほどかを調べた。まず、未知である a_u, a_v の影響を受けず性質が比較的良好な誤差関数 $e_{func.p}(u_0, v_0)$ を用いて (u_0, v_0) の真値を求め、次にその真値を (u_0, v_0) に代入した $e_{func.f}(a_u, a_v)$ を用いて (a_u, a_v) を求める2パス法について調べた。その結果を表1に示す。実験は、焦点距離のアスペクト比を1.0とし、 $a_u = a_v = 0.25 \sim 0.75$, $u_0 = 0.25 \sim 0.75, v_0 = 0.25 \sim 0.75$ の範囲内から、真値

$a_u = a_v = 0.5, u_0 = 0.5, v_0 = 0.5$ への収束を調べた。 (u_0, v_0) の初期値が真値から離れるほど収束が悪くなる傾向が見られる。

表 1 実験結果 2パス法

$v_0 \setminus u_0$	$au = 0.25, av = 0.75 \sim au = 0.75, av = 0.25$					
	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75
0.25	OK	OK	OK	OK	OK	-
0.35	OK	-	OK	OK	OK	OK
0.45	-	OK	OK	OK	OK	OK
0.55	-	OK	OK	OK	OK	OK
0.65	OK	OK	OK	OK	OK	OK
0.75	OK	OK	OK	OK	OK	OK

5.3 1パス法

次に、4変数を同時に制御して極値を求める1パス法について調べた。表1はその結果を示す。2パス法に対して、 a_u, a_v が真値から離れると極端に収束する確率が下がるようである。

表 2 実験結果 1パス法

$v_0 \setminus u_0$	$au = 0.25, av = 0.75 \sim au = 0.65, av = 0.35$					
	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75
0.25	OK	OK	OK	OK	OK	-
0.35	OK	-	OK	OK	OK	OK
0.45	-	OK	OK	OK	OK	OK
0.55	-	OK	OK	OK	OK	OK
0.65	OK	OK	OK	OK	OK	OK
0.75	OK	OK	OK	OK	OK	OK

$v_0 \setminus u_0$	$au = 0.65, av = 0.35$					
	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75
0.25	OK	OK	OK	-	-	-
0.35	-	-	-	OK	-	-
0.45	-	-	OK	-	-	-
0.55	-	OK	-	-	-	-
0.65	-	OK	OK	-	OK	OK
0.75	-	-	-	-	-	-

5.4 計算精度

計算精度については、ローカルの極値でなく真値に収束しさえすれば10のマイナス4乗程度の精度は得られている。

6. おわりに

カメラ及びプロジェクタの自動校正について、Kruppa方程式を安定的に解くことを目的に解法を検討した。非線形連立方程式の解法において、残差の平方和を最小にする方法を用い、その誤差関数の可視化によりKruppa方程式の特徴・性質を調べ、解法の改良を行った。

6.1 結論

カメラの配置による誤差関数の変化を観察し、Sturmの述べているKruppa方程式の縮退の条件を確認するとともに、縮退の様子を視覚的に把握した。画像中心が真値のとき誤差関数は焦点距離の真値以外に(0,0)で最小値0をとることを明らかにした。その特徴を用いて、まず画像中心 (u_0, v_0) を求め、次に焦点距離 (a_u, a_v) を求める2パスによる解法を考案した。次に、

Kruppa方程式の解の不安定さの原因として、画像中心が真値のときの誤差関数が全体的に $(a_u, a_v) = (0, 0)$ に傾斜していることを明らかにし、これを改善するための誤差関数の改良を行った。また、最適化法としては、ニュートン法に比べて、共役傾斜法の方がやや収束の確率が高かった。

これらの改良の効果をシミュレーション実験で確認し、真値への収束の確率を直接解いた場合の74%から改良誤差関数及び2パス法で89%に向上させた。

6.2 残された問題

収束性のある程度改善できたが、まだ90%に満たないのでさらなる改善が必要である。また、体系的な実験ができていないので、その方法を検討する必要がある。基本的には多変数の可視化を行う良い方法を考える必要がある。Kruppa方程式の縮退などの数学的性質のより理論的な解析が必要と考えている。

参考文献

- Ogata, M., Wada, H., Kajihara, K. and van Baar, J.: A Multi-Projector Display System with Virtual Camera Method for Distortion Correction on Quadric Surface Screens, *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol. E89-D, No. 2, pp. 814-829 (2006).
- Tsai, R. Y.: An Efficient and Accurate Camera Calibration Technique for 3D Machine Vision, *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Miami, FL*, pp. 364-374 (1986).
- Maybank, S. and Faugeras, O.: A theory of self-calibration of a moving camera, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 8, No. 2, pp. 123-152 (1992).
- Luong, Q. and Faugeras, O.: Self-calibration of a moving camera from point correspondences and fundamental matrix, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 22, No. 3, pp. 261-289 (1997).
- Sturm, P.: A Case Against Kruppa's Equations for Camera Self-Calibration, *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 22, No. 10, pp. 1199-1204 (2000).
- Hartley, R. I.: Kruppa's equations derived from the fundamental matrix, *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 19, No. 2, pp. 133-135 (1997).
- Lourakis, M. I. A. and Deriche, R.: Camera Self-Calibration Using the Singular Value Decomposition of the Fundamental Matrix: From Point Correspondences to 3D Measurements, Technical Report RR-3748.