解 説

# 定性推論に関する最近の研究動向 (I) 基礎技術の進歩†

西 田 豊 明††

## 1. はじめに

従来，物理系，生体系，経済系など，時々刻々と状態の変化する動的なシステム (dynamic systems) の挙動解析の研究では数値シミュレーションや数式処理によって方程式を解くフェーズに重点が置かれていた．しかし，数値シミュレータや数式処理システムが動的なシステムの解析過程をすべてカバーしているわけではない．対象を適切なレベルでモデル化する (≅方程式をたてる) こと，方程式を解くプランをたてること，結果を解釈すること，などの作業が必要である．これらの作業はいずれも相当知的な作業であり，これまですべて人間によって行われてきた．

直観的には人間はこのような作業を行うとき，まず定性的に思考すると思われる．定性的に考えることによって，方程式を厳密に解かなくても与えられた問題が解けることも多い．たとえ解けなくても，どこに焦点を当て，なにを，どの程度の詳細度で解析すればよいかヒントを得ることができる☆．

定性推論 (qualitative reasoning) の研究の目的は，動的システムのモデル化から解析結果の解釈までの挙動解析のすべての過程でみられる人間の定性的な思考プロセスを参考にした推論法を確立し，それを応用した問題解決システムを実現することである (**図-1**). もちろんこのような研究を通じて人間が動的なシステムを理解する過程をモデル化することも基礎 (認知科学)・応用 (知的 CAI, ヒューマンインタフェースなど) の両面において興味ある問題である[42]．

これまで定性推論の興味の中心は，複雑で厳密な計算をしないで系の挙動の定性的な性質を推定する方法 (図-1 のボックス(2)に対応) を開発することであった．このため意味的な量子化を用いた粗い挙動推定法や量の大きさの程度に関する推論法などが考案されてきた．定性的な推論のプロセスが実現できれば，定量的なモデル化が困難な系(たとえば，生体系や経済系)のモデル化とそれに基づく挙動解析が可能になる．

また定性推論では，系の挙動の因果的な解析に強い関心がもたれてきた．(この処理も図-1 のボックス(2)の中で行われる.) 通常，動的な系の記述は連立微分方程式を用いて行われる．基本的には連立微分方程式は系の定常状態を規定したものであるから，系に生じるイベント間の依存関係，すなわち，因果関係が必ず陽に表されるという保証はない．もちろん，対象の系をよく理解した人が時間的変化が忠実に表されるように注意深く方程式をたてると系の因果関係をある程度式に反映させることはできよう．各変数の値が初期条件から出発して因果関係に従って一意的に逐次決定されるように方程式を書けばよい．しかし，方程式は構文(syntax)として因果関係を要請するものではない．また，仮に方程式が因果的に記述されていたとしても，繰り返し計算やある種の連立方程式解法によって求められた解からは，各イベントがどのような原因によって生じたのか，他のどのイベントに依存するのか，イベントの特性が方程式のどのパラメータに依存するのか，などの疑問に対する答は得られない．

いくつかの定性推論システムは与えられた系の挙動を単に予測するだけでなく，因果解析を行って上のような疑問に答えるための情報を生成する．このような因果的な情報は，人間に対して挙動メカニズムを説明するとき有用であるばかりでなく，診断や設計などの応用システムにも有益な情報を提供する．

最近では，定性推論を診断・設計・プロセス制御・知識獲得などの工学的問題解決 (Engineering Problem Solving) に応用する研究が盛んになってきている．

本稿と続稿において定性推論に関する最近の研究動向を紹介する．本稿では，従来からの研究方向での基

---

† Recent Trend of Studies with Respect to Qualitative Reasoning (I) Progress of Fundamental Technology by Toyoaki NISHIDA (Department of Information Science, Faculty of Engineering, University).

†† 京都大学工学部情報工学教室

☆ 文献 5) は，問題解決における知識の多重表現の必要性とそこにおける定性推論の有用性を説いた優れた論文である．

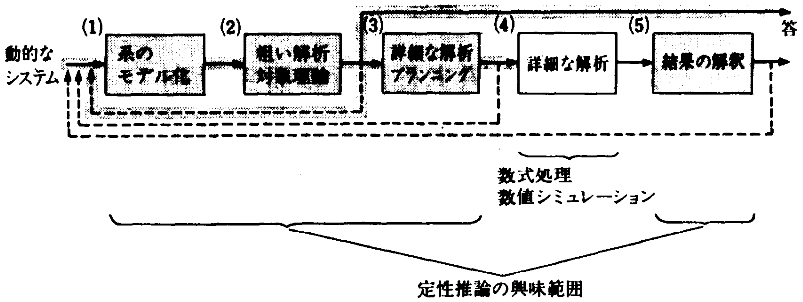



図-1　定性推論のスコープ

礎的な研究を中心に，続稿[29]では新しい研究分野と応用技術について紹介する．

## 2. 研究の流れ

定性推論の先駆けとなった研究は，C. Rieger のメカニズムの因果解析[31]，P. Hayes の素朴物理学 (Naive Physics)[11),12]，Stallman と Sussman の電気回路解析の研究[35]，J. S. Brown らの SOPHIE プロジェクト[2]であろう．それよりかなり前に，H. A. Simon の経済モデルの定性解析の研究があったが，人工知能分野ではあまり知られていなかった[14]．

本格的な研究は，1970年代後半から，J. de Kleer, J. S. Brown, K. Forbus, B. Kuipers, B. Williams らが中心になって行われた．このころの研究では，定性推論の概念の定式化と基本原理の確立に主眼を置いた，小規模で簡単な問題を対象とした取り組みが中心であった．これらの研究成果は 1984 年の Artificial Intelligence 誌第 24 巻で定性推論の特集号にまとめられている[1),6),7),9),15),40]．本稿では，この時期までの手法を第 1 世代の手法と呼び，それ以降のものを第 2 世代の手法と呼ぶ．

### 2.1 第 1 世代の手法

第 1 世代の手法は大体次のように要約することができる．

**意味的な量子化**　定性推論では，時刻や（物理）変量の値を定量的に扱うのではなく，値域となっている実数空間を有限個（または高々加算無限個）の境界標によって分割することによってできる量子（区間量子と境界標）の集まりの上で推論が行われる．この量子化は意味的な基準で行われ，系の挙動が質的に変化するところが境界標に選ばれる．

たとえば，二つの物体が離れたところから互いに相手に向かって進み，やがて衝突することが予測されたとしよう．定性推論のアルゴリズムは，衝突の位置と時刻を重要な境界標としてマークし，状況を定性的に一様な局面，すなわち，衝突前，衝突の瞬間，衝突後に分割する．衝突の位置や時刻についての定量的な情報については関与しない．

**定性方程式**　いくつかの研究では量の間の関係を記述するために，通常の微分方程式のほかに $Y \propto_{Q+} X$ ($Y$ は $X$ の単調増加関数である，つまり $X$ が増えると $Y$ も増える）のように量の間の関係を定性的に記述することも許される．また値域の量子化にともなって，複雑な非線形方程式を簡単化することも行われる．

**挙動推定 (Envisioning)**　対象系の挙動の予測は，量子化された領域の上で行う．シミュレーションと異なり，定性推論では対象系の個別的な挙動よりも，系のパラメータを変えたとき系が取り得る挙動の集合 (envisionment) を求めることに関心がもたれることが多い．最近 Forbus は，系の取り得る挙動と，個別的な挙動との間の対応関係の定式化を試みている[10]．

**因果解析**　因果解析では，因果関係が陽に現れていない連立方程式を解析して，変数の値の依存関係を抽出する．因果解析の結果は知的 CAI などにおいて人間に対する直観的で分かりやすい説明の生成に利用できるばかりでなく，故障診断における故障箇所推定や，設計過程における設計変更やデバッギングなどに有用である．

**構造-挙動-機能**　いくつかの定性推論の理論では，対象系の解析のプロセスを可能なかぎり客観的で機械的なものにするために，対象系の構造記述を入力としている．さらに，系全体の挙動は各部品の局所的 (Local) な挙動記述と系の構造記述から構成的 (Compositional) に導かれなければならないという原則が課されることがある．また，系の挙動の客観的記述（挙

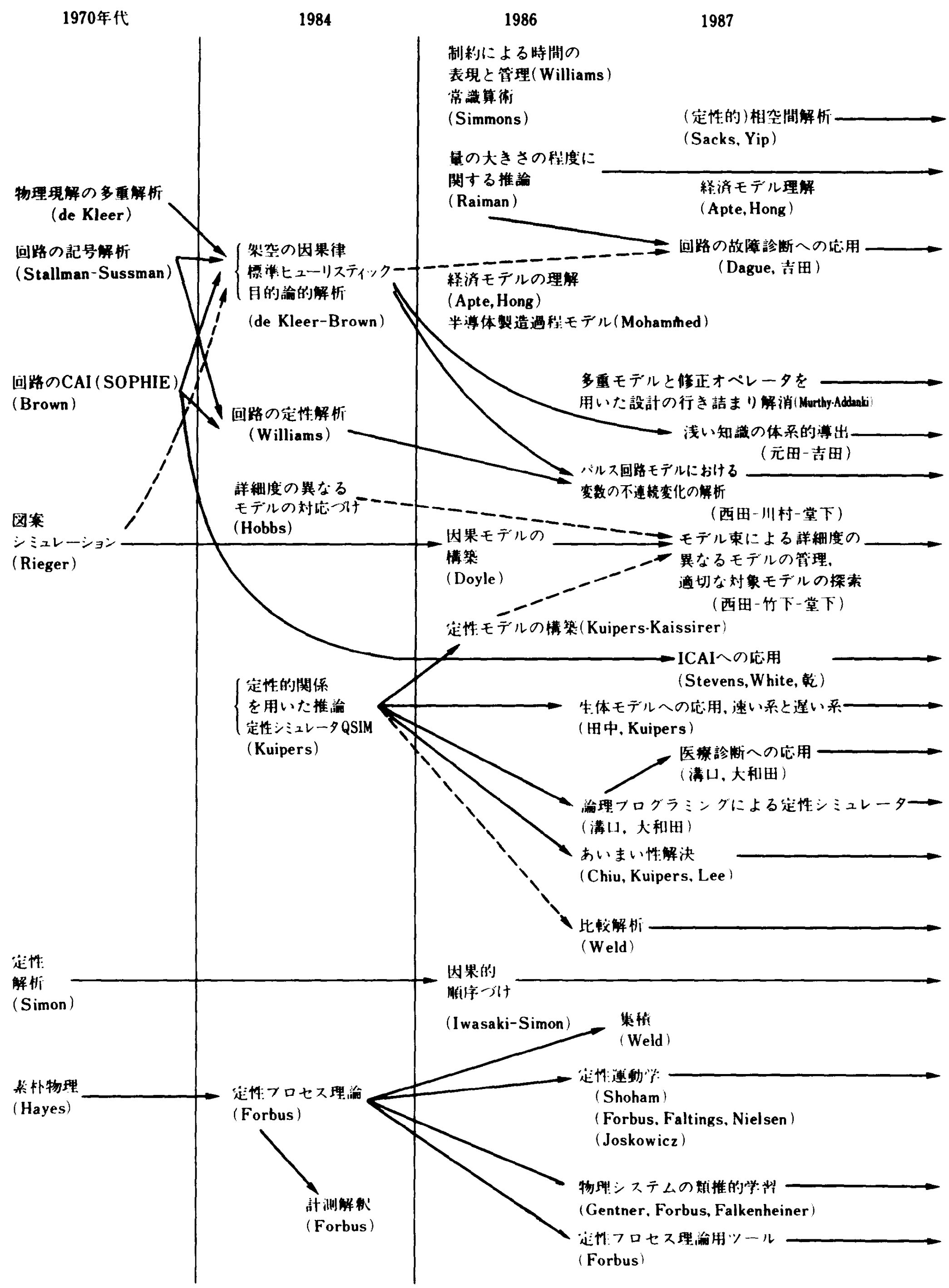



図-2 定性推論の研究の流れ

動 (behavior)) と，系全体の目的からみたときの挙動への意味づけ (機能 (function)) とが区別される[6]．機能的説明は挙動の導出過程を目的論的に解析することによって得られる．

これらの詳細については，別稿[22),24),28)]を参照していただきたい．

### 2.2 第2世代の手法

1984年以降は，第1世代の手法の問題点の解決，新しい手法やツールの開発，応用問題への適用が行われて，定性推論の分野は基礎・応用において着実な進歩を遂げた．この結果，最近では工学的問題解決 (Engineering Problem Solving)，特に次世代知識ベースシステムのための有力な要素技術として注目され始めている．これらの研究成果は，Workshop on Qualitative Physics, AAAI-87, IJCAI-87 などのシンポジウム・国際会議や大学・研究所からのテクニカルレポートとして報告されている．

図-2 に両世代を通じての研究の流れを示す．

## 3. 基礎技術の進歩

### 3.1 量に関する推論

定性推論では，時間とともに変化する量を取り扱う．量に関する情報を収容する空間を量空間と呼ぼう．定性推論で用いられる量空間管理機構は，量に関して不完全な情報しか得られない場合や，たとえ完全な情報が得られていてもある側面だけに注目して推論したい場合などを考慮している．このような部分的な情報を扱うため，これまでの研究では区間解析，量の大小関係を表す半順序グラフを用いる方法，sup-inf 法，などが用いられてきた．R. Simmons の常識的算術 (Commonsense Arithmetic)[34] はこれらの技法を統合したものである．また，E. Sacks は sup-inf 法を発展させている[33]．

最近，このような流れとは別に，量の大きさの程度を記号的に表現しその上での推論規則を定式化した，量の大きさの程度に関する推論 (Order of Magnitude Reasoning) に関する研究[30),20)]が発表され，注目されている．

#### 3.1.1 常識算術 (Commonsense Arithmetic)

R. Simmons は定性的な推論と定量的な推論を統合した量束 (Quantity Lattice) と呼ばれる算術推論システム[34]を提案している．量束の対象は四則演算子のみを含んだ算術式であり，Macsyma などの大がかりな数式処理システムを使うほどではない「中間程度の」複雑さをもつ問題として位置づけられる．量束では算術式の値に関する推論を効率よく行うことができる．

量束では，量に関して知られている情報は量をノードとし，量の間の大小関係をリンクとするグラフ構造として管理される．量を表すノードには，その量の値の上限・下限や他の量との間の関係 (たとえば，"$B+5$" (その量は $B$ という量の値に 5 を加えてできたものである)) が対応づけられる．

量束では，与えられた算術式の値の範囲や量の大小関係を求めるために，次の5つのタイプの推論技法を組み合わせている．

（1） グラフ探索．与えられた二つの量を対応づけるリンクを探索することによって量の大小関係を決定する．たとえば，いくつかの量に関して図-3 のような制約が与えられているとしよう．量 $A$ と $B$ の間の大小関係が問われると，量束はそれらの間に存在するリンクを解析して $A<B$ を返す．

（2） 数値的な制約の伝播．たとえば，量 $A$ と量 $B$ の値の範囲が知られており，新たに $A<B$ という関係が与えられたとすると，$A$ の上限を $B$ の上限よりも小さくなるように修正し，$B$ の下限を $A$ の下限よりも大きくなるように修正する (図-4)．この修正によって得られた新しい情報は $A$, $B$ に関係づけられている量に伝播され，それらに対して繰り返し修正が行われる．この修正はそれ以上新しい情報が得られなくなるか，修正量がある一定未満になるまで繰り返される．

（3） 区間演算．図-5 のような規則を用いて算術式の範囲を計算する．

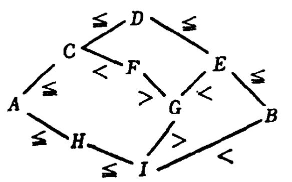



図-3 量束で管理される量空間の例

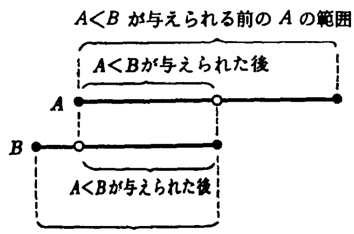



図-4 数値的な制約の伝播による量空間の情報管理

$$
\begin{aligned}
&(1)\quad [xl, xu]+[yl, yu]\equiv[(xl+yl), (xu+yu)]\\
&(2)\quad [xl, xu]-[yl, yu]\equiv[(xl-yu), (xu-yl)]\\
&\qquad\qquad -[xl, xu]\equiv[-xu, -xl]\\
&(3)\quad [xl, xu]*[yl, yu]\equiv\begin{bmatrix}\min(xl*yl, xl*yu, xu*yl, xu*yu),\\ \max(xl*yl, xl*yu, xu*yl, xu*yu)\end{bmatrix}\\
&(4)\quad [xl, xu]/[yl, yu]\equiv\begin{cases}(-\infty, \infty)\cdots\cdots yl<0 \text{ かつ } yu>0 \text{ のとき}\\ \begin{bmatrix}\min(xl/yl, xl/yu, xu/yl, xu/yu),\\ \max(xl/yl, xl/yu, xu/yl, xu/yu)\end{bmatrix}\cdots\cdots \text{それ以外のとき}\end{cases}
\end{aligned}
$$

図-5 区間演算のための規則[34]

（4） 算術関係に関する推論．図-6 のような規則を用いて算術式の値の範囲を計算する．

（5） 定数除去演算．図-7 のような規則を用いて算術式の値の範囲を計算する．

これらの技法は単独では十分強力とはいえないが，それらをうまく組み合わせることによって役にたつシステムになっている．

任意の $rel\in\{<, \leq, >, \geq, =, \neq\}$ に対して次のような推論を行ってもよい

$$
\begin{aligned}
&(1)\quad x\ rel\ 0\Rightarrow(x+y)rel\ y\\
&(2)\quad y\ rel\ 0\Rightarrow(x+y)rel\ x\\
&(3)\quad x\ rel\ y\Rightarrow(x-y)rel\ 0\\
&(4)\quad (x>0\wedge y>0)\Rightarrow(x\ rel\ 1\Rightarrow(x*y)rel\ y)\wedge(y\ rel\ 1\Rightarrow(x*y)rel\ x)\\
&(5)\quad (x>0\wedge y<0)\Rightarrow(x\ rel\ 1\Rightarrow y\ rel(x*y))\wedge(y\ rel-1\Rightarrow(x*y)rel-x)\\
&(6)\quad (x<0\wedge y>0)\Rightarrow(x\ rel-1\Rightarrow(x*y)rel-y)\wedge(y\ rel\ 1\Rightarrow x\ rel(x*y))\\
&(7)\quad (x<0\wedge y<0)\Rightarrow(x\ rel-1\Rightarrow -y\ rel(x*y))\wedge(y\ rel-1\Rightarrow -x\ rel(x*y))\\
&(8)\quad (x>0\wedge y>0)\Rightarrow((x\ rel\ y\Rightarrow(x/y)rel\ 1))\\
&(9)\quad (x>0\wedge y<0)\Rightarrow((x\ rel-y\Rightarrow -1\ rel(x/y)))\\
&(10)\quad (x<0\wedge y>0)\Rightarrow((x\ rel-y\Rightarrow(x/y)rel-1))\\
&(11)\quad (x<0\wedge y<0)\Rightarrow((x\ rel\ y\Rightarrow 1\ rel(x/y)))
\end{aligned}
$$

$\alpha\Rightarrow\beta$：$\alpha$ が成立すると分かったとき $\beta$ も成立すると結論する

図-6 算術関係に関する推論規則[34]

### 3.1.2 量の大きさの程度に関する推論

量の大きさの程度に関する推論 (Order of Magnitude Reasoning, OMR) では，量は大きさの程度 (Order of Magnitude, OM) によってクラス分けされ，量に関する演算はその量の属するクラス間の演算で近似される．OMR では，上位の OM に属する量の間の演算を行うとき下位の OM に属する量を無視することによって計算を簡単化する．

西田-川村-堂下は，4 種類の量のオーダ {0, ε（微小量），$M$（中庸），∞（非常に大きな量；$1/\varepsilon$）} と，その間の推論規則 ($\varepsilon+\varepsilon=\varepsilon$, $M\times\varepsilon=\varepsilon$, …) によって，不連続変化の解析，曖昧性の解決，パラメータ値を極端に変化させたときの挙動の変化の解析などが可能であることを簡単な例について示した[21]．しかし，定性推論では OM のクラスを絶対的な基準によってではなく，推論の途中で見いだされた基準値に相対的に，しかも動的に設定したいことが多い．

O. Raiman は次のような三つの関係を導入して，量の大きさの程度（オーダ）の相対的な表現法と推論規則を示した[30]．

- $x\ll y$ 量 $x$ は量 $y$ に対して無視できる
- $x\cong y$ $x$ と $y$ はオーダが等しく，かつ $x-y$ の大きさが $x$ と $y$ のオーダからみると無視できる．
- $x\sim y$ $x$ と $y$ のオーダは等しいが，$x-y$ の大きさは $x$ と $y$ のオーダに対して無視できない．

(原論文では，$x\ll y$，$x\cong y$，$x\sim y$ はそれぞれ $x$ Ne $y$，$x$ Vo $y$，$x$ Co $y$ と記述されている．本稿のものは，文献 3) に基づいている．）これらの関係に関する推論規則を図-8 に示す．この方式では，任意の量 $q$ を基準に

任意の $rel\in\{<, \leq, >, \geq, =, \neq\}$ に対して
次のような推論を行ってもよい

$$
\begin{aligned}
&(1)\quad x\ rel\ y\Rightarrow(x+z)rel(y+z)\\
&(2)\quad x\ rel\ y\Rightarrow(x-z)rel(y-z)\\
&(3)\quad x\ rel\ y\Rightarrow(z-y)rel(z-x)\\
&(4)\quad z>0\wedge x\ rel\ y\Rightarrow(x*z)rel(y*z)\\
&(5)\quad z<0\wedge x\ rel\ y\Rightarrow(y*z)rel(x*z)\\
&(6)\quad z>0\wedge x\ rel\ y\Rightarrow(x/z)rel(y/z)\\
&(7)\quad z<0\wedge x\ rel\ y\Rightarrow(y/z)rel(x/z)
\end{aligned}
$$

$\alpha\Rightarrow\beta$：$\alpha$ が成立すると分かったとき $\beta$ も成立すると結論する

図-7 定数除去のための推論規則[34]

…

$Q$ に属する $q$ に対して $q\ll x$ なる量 $x$ のクラス $Q^+$

$q$ の属するクラス $Q$

$Q$ に属する $q$ に対して $x\ll q$ なる量 $x$ のクラス $Q^-$

$Q^-$ に属する $q^-$ に対して $x\ll q^-$ なる量 $x$ のクラス $Q^{--}$

…

とクラス分けすることができる．

たとえば，質量 $M$，速度 $V_i$ の物体と質量 $m$，速度 $v_i$ の物体とが同一直線上を反対方向から運動してきて弾性衝突し，その後の両物体の速度がそれぞれ $V_f$，$v_f$ になったとしよう．このとき，変数間に次のような関係が成立する．

$$MV_i^2+mv_i^2=MV_f^2+mv_f^2$$

$$MV_i+mv_i=MV_f+mv_f$$

ここでさらに，$M\cong m$, $v_i\ll V_i$, $V_i>0$, $v_i<0$ という情報が与えられると，図-8 の推論規則を使って，$V_f\ll V_i$, $v_f\cong V_i$, $v_f>0$ などを推論することができる．

量に関する定量的な情報が与えられたとき，オーダに関するどの関係を設定すればよいかは，状況に依存する．たとえばオーダが $10^{10}$ 程度の量を取り扱っているときには $4\cong 5$ とすべきであろうし，オーダが $10^{-10}$ 程度の量を取り扱っているときには $4\cong 5$ であるとは言えないであろう．残念ながら，この判断を行う一般的な基準はなく，ユーザの経験的な判断に依存する．

Raiman の研究をベースに，M. L. Mavrovouniotis らは，量のオーダに関する関係として 4 個の基本的な関係

$x\ll y$ : $x$ が $y$ に比べて非常に小さい

$x-<y$ : $x$ が $y$ に比べてかなり小さい

$x\sim<y$ : $x$ が $y$ に比べてわずかに小さい

$x==y$ : $x$ が $y$ に比べて厳密に等しい

と次のような推論規則を用いた推論方式を示している[20]．

$A\sim<B,\ B\sim<C\rightarrow A\sim<C$

$A\sim<B,\ C<<B\rightarrow C<<A$

…

(他の関係 (たとえば≫) とそれに関する推論規則は上の 4 つの関係と関連する推論規則から派生される．)

ここで，関係 ≪，−<，∼<，== が成立するか否かは次のように，与えられたパラメータ $e$ ($0<e<1$, 化学プロセスへの応用の場合，0.05〜0.20，物理の問題なら 0.01 未満) を基準に決定される．

$$x\ll y \rightleftarrows \frac{x}{y}<e$$

$$x-<y \rightleftarrows e<\frac{x}{y}<\frac{1}{1+e}$$

$$x\sim<y \rightleftarrows \frac{1}{1+e}<\frac{x}{y}<1$$

$$x==y \rightleftarrows \frac{x}{y}=1$$

(ただし，$x, y>0$ とする)

この推論はパラメータの値を変えることによって種々の分野に応用できる．しかし，一つの分野においてはパラメータの値は固定され，オーダに関する関係が成立すると言える条件が非常に強いものとなっている．

公理

$A_1: A\cong A$

推論規則

$R_0$ : $A\cong B\rightarrow B\cong A$

$R_1$ : $A\sim B\rightarrow B\sim A$

$R_2$ : $A\cong B\rightarrow A\sim B$

$R_3$ : $A\cong B,\ B\cong C\rightarrow A\cong C$

$R_4$ : $A\ll B,\ B\ll C\rightarrow A\ll C$

$R_5$ : $A\sim B,\ B\sim C\rightarrow A\sim C$

$R_6$ : $A\sim B,\ B\cong C\rightarrow A\sim C$

$R_7$ : $A\cong B,\ B\ll C\rightarrow A\ll C$

$R_8$ : $A\ll B,\ B\sim C,\ \rightarrow A\ll C$

$R_9$ : $A\cong B\rightarrow [A]=[B]$

$R_{10}$ : $A\sim B\rightarrow [A]=[B]$

$R_{11}$ : $A\ll B\rightarrow -A\ll B$

$R_{12}$ : $[A]\neq 0,\ A\cong B\rightarrow \neg(A\ll B)$

$R_{13}$ : $[A]\neq 0,\ A\sim B\rightarrow \neg(A\ll B)$

$R_{14}$ : $[A+B]=+,\ [A]=-\rightarrow \neg(B\ll A),\ [B]=+$

$R_{15}$ : $[A]\neq 0, [A]=[B], A+B\cong C\rightarrow \neg(C\ll A),\ \neg(C\ll B)$

$R_{16}$ : $[A]=0,\ A+B\cong C\rightarrow B\cong C$

$R_{17}$ : $[A]=[B],\ A\cong C\rightarrow A+B\cong C+B$

$R_{18}$ : $A\ll C,\ B\cong D\rightarrow A\cdot B\ll C\cdot D$

$R_{19}$ : $A\ll B,\ C\cong D\rightarrow A\cdot C\ll B\cdot D$

$R_{20}$ : $A\ll C,\ B\ll D\rightarrow A\cdot B\ll C\cdot D$

$R_{21}$ : $A\sim B,\ C\sim D\rightarrow A\cdot C\sim B\cdot D$

$R_{22}$ : $A\cong B,\ C\cong D\rightarrow A\cdot C\cong B\cdot D$

$R_{23}$ : $A+B\cong C,\ B\ll A\rightarrow A\cong C$

$R_{24}$ : $A+B\cong A\rightarrow B\ll A$

$R_{25}$ : $A\cdot B\ll C\cdot D,\ C\ll A,\ [A]\neq 0\rightarrow B\ll D$

$R_{26}$ : $A\cdot B\cong C\cdot D,\ A\cong C,\ [A]\neq 0\rightarrow B\cong D$

$R_{27}$ : $A\cdot B\cong C\cdot D,\ A\ll C,\ [C]\neq 0\rightarrow D\ll B$

$R_{28}$ : $A\cdot B\sim C\cdot D,\ A\ll C,\ [C]\neq 0\rightarrow D\ll B$

$R_{29}$ : $[A]=-[D\cdot E]\neq 0, A+B\cdot C\cong D\cdot E, B\ll D\rightarrow E\ll C$

$R_{30}$ : $[A]=-[C],\ A+B\cong C,\ D\ll E\rightarrow D\cdot C\ll B\cdot E$

ここで，$[\alpha]$ は $\alpha$ の符号を表す．
また $\sim^+$ と $\sim^-$ は，オーダは同程度であるが，大きさの違いを無視できない二つの量を関係づけるために用いられる．$x\sim^+y$ は $x$ が $y$ よりはっきりと大きいとき，$x\sim^-y$ は $x$ が $y$ よりはっきりと小さいとき，用いられる．

図-8 Raiman の設定した量の大きさの程度に関する推論規則[20]

### 3.2 時間のモデル

B. Williams は定性推論システムの既存のアプローチにおいて時間に関する情報管理の方法に二つの問題があることを指摘している[41]．(1)イベントに全順序関係を課すため，無関係なイベント間の無意味な順序付けが強いられる．(2)時間変数を陽に用いた表現が使えない．この問題を含めて，広いクラスの時間に関する情報管理の手法として，TCP (Temporal Constraint Propagator) を提案している．

TCP では時間に関する情報を各状態変数ごとに定義される経歴 (history) の集まりとして管理する．経歴はその変数の経時的な挙動を連続的で重なりのない時区間-値の対 (エピソードと呼ばれる) の系列とし

て表したものである．無意味なイベントの生成を避けるためには，(定性）値の変化しない連続したエピソードは一つにまとめるのがよい．値の等しい隣接したエピソードを，それ以上大きくできなくなるまでマージしたものを極大エピソードと呼ぶ．極大エピソードのみからなる経歴を簡潔な経歴（concise history）と呼ぶ．時間に関する推論システムでは制約の伝播から得られる断片的なエピソードをいったんためておいて極大エピソードが得られたことを確認してから伝播させることによって時間に関する推論を効率化することが期待できる．このためには，経歴を，個々の制約伝播の結果を断片的なエピソードの系列としてとりあえず蓄積する部分（理由付けエピソード，justification episode）と変数に対する極大エピソードを作り出す部分（値エピソード，value episode）の二つの部分に分けておき，理由付けエピソードで値の変化が確認されてから値エピソードを伝播すれば良い．

この方法を用いると，系がフィードバックをもつ場合，変数の値は自分自身に依存するので極大エピソードの終了時点を予測できず，値の伝播がいつまでも開始できないという問題が生じる．この問題を解決するために，TCP ではエピソードの端点を定数としてではなく記号的に表現し，記号間の制約を維持する方法を取っている．

東工大の外山-米澤の動作系列別解析[37]はTCPの考え方に基づいて無関係なイベント間の無意味な順序づけによる曖昧性を抑止することをねらったものである．同一の原因によって引き起こされる動作を一まとめにした動作系列という概念と，それに基づく解析法が報告されている．

### 3.3 曖昧性の解決のための情報の追加と推論の制限

量に関する十分詳しい情報が得られているときでも，定性的な解析結果で十分な場合には定性推論は有効な手段である．しかし，情報の不完全性のために解析結果の曖昧性が極端に大きいと，この有効性は損なわれてしまう．

B. Kuipers と C. Chiu はこの問題を解決するための二つのアプローチを示している[17]．一つのアプローチは，解析の詳細度を解析の進行とともに動的に変化させていく方法であり，与えられたモデルで本来区別できる詳細度を越えた詳細度レベルの解析が行われないようにすることである（無意味な区別の無視）．もう一つのアプローチは，定性方程式のもとになる定量的な情報を含んだ方程式から，曖昧性を解決し得る高階の制約を導出して曖昧性解決に利用する方法である．Kuipers らが示した方式では，曖昧性が生じると系における HOD (Highest Order Derivative, 最高位の導関数）を記述した変数を求め，次に HOD を代数的に計算し曲率制約（curvature constraint）として用いる．

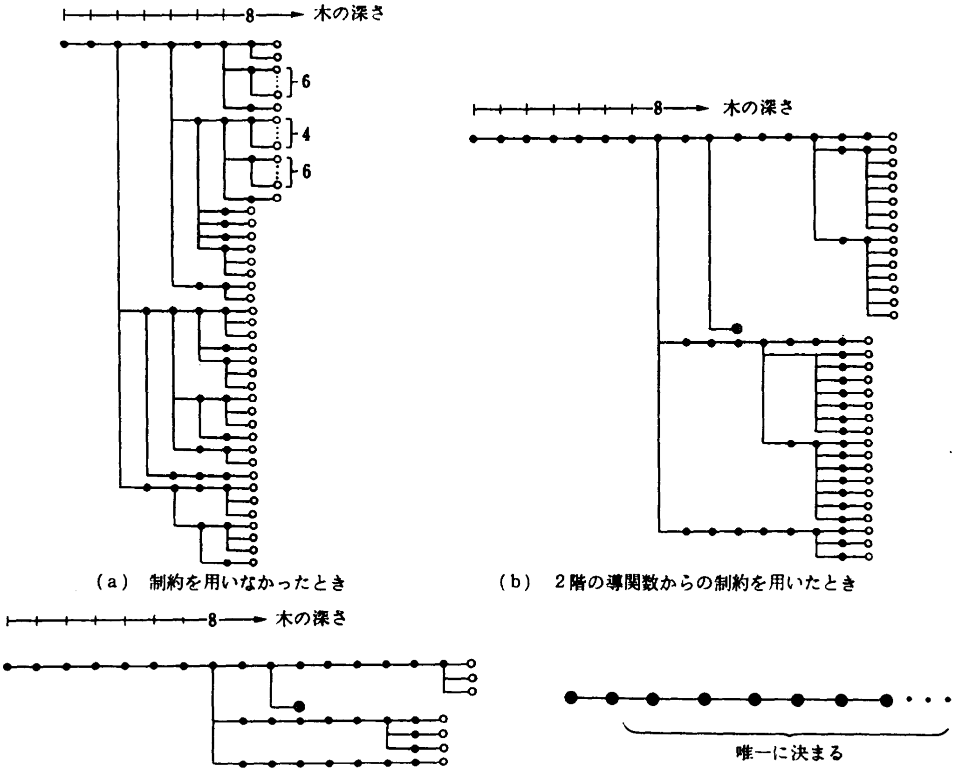
W. W. Lee はこの研究をさらに発展させ，Kuipers 型の定性方程式のもとになった定量的な方程式からの情報を大域的な情報として利用することによって曖昧性をさらに制限できることを示した[19]．Lee は減衰バネ振動を例に取り Kuipers らの第2階の導関数を利用した曲率制約に加えて，次の二つの制約が曖昧性の解消に有効であることを示した．

（1） 極値制約（extrema constraint)．対象系のエネルギが減少すれば，振幅が減少する．

（2） システム特性制約（system property constraint)．いくつかの曖昧性は，対象系の定数の間の（先天的な）関係に依存して発生する．たとえば，減衰バネ振動ではおもりが減衰振動するかそれとも制動による単調な動きをするかは，与えられた特定の系の定数（バネ定数，おもりの重さ，摩擦係数）がどのような関係にあるかによって定まり，挙動において両者が混在することはない．したがって，与えられた系に存在する先天的な曖昧性をあらかじめ同定することによって大域的な曖昧性が局所的な曖昧性の積となって発生することを防ぐことができる．

減衰バネ振動の問題におけるこれらの制約の効用を**図-9** に示す．制約を考慮に入れていくにつれて，挙動予測の枝分かれが少なくなり，同じ探索量でより長い時間にわたる挙動予測が可能になる．ただし，上の二つの制約は解析に先立ってあらかじめ与えておく必要がある．曲率制約の場合と異なり，与えられた系に対して極値制約とシステム特性制約を具体的にどのような形で与えれば良いかは，個別的な判断に依存し，一般的には解決されていない．（曲率制約の場合，求めるものは導関数の値が0であるときに，0以外の値を取る最も低い階の導関数の符号であることは明確である．ただし，これを自動的に計算するためには数式処理機能が必要である．）

一方，D'Ambrosio は Forbus の QP 理論を適用したときに生じる曖昧性を分析し，解決法を提案している[4]．QP 理論で曖昧性の生じる原因の一つは，量の間に符号の異なる影響（influence）が存在する場合




(a) 制約を用いなかったとき
(b) 2階の導関数からの制約を用いたとき
(c) (b)に加えて極値制約を用いたとき
(d) (c)に加えてシステム特性制約を用いたとき

図-9 減衰バネの振動の挙動解析における曖昧性解決のための制約の効用[17]

や，フィードバックループが存在する場合である．たとえば，図-10において $x$ から $y$ へのパス $a$ は，$x$ が増加するとき $y$ も（定性的に比例して）増加すること（正の影響）を示しているが，$x$ から $z$ を経て $y$ に至るもう一つのパス $b$ があり，これは $x$ が増加すると $y$ が減少すること（負の影響）を示している．このようなモデル内のある種の矛盾のために，システムは $x$ から $y$ への影響を決定できないと判断し，曖昧な解析結果を出力する．

このような曖昧性は挙動推定プログラムに入力されたモデルの不完全性によって生じたものである．D'Ambrosio の提案はモデル内に影響の強さを示す定量的な感度情報を付与することによって曖昧性を解消することをねらったものである．感度情報が十分な精度で得られない場合を考慮して，感度情報をファジィな測度として与えることを許している．

Wellman は，挙動が確率的な要因によって定まるとき，定性的な影響という概念をどのように定式化すべきかという問題に関する議論を行っている[39]．

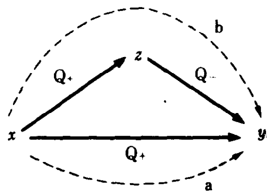



図-10 二つの量の間に符号の異なる影響が存在する場合[4]

### 3.4 不連続変化の解析

従来の定性推論システムでは，主として変数及び導関数の連続的な変化を仮定した解析が中心であり，不連続な変化はかなり例外的でアドホックな取り扱いを受けてきた．そもそも，不連続な変化という概念は対象系そのものの性質ではなく，対象系をある詳細度で近似したモデルの性質である．モデル化で用いられる時間の詳細度（あるいは，粒の粗さ (grain size, granurality)）よりも速い速度の変化は，モデルでは不連続な変化として捉えられる．挙動推定において不連続な変化のもたらす問題は，連続な変化に比べて予測

に利用できる制約が乏しいので，曖昧性が生じたり，因果的な説明を生成できなくなることである．

一般に，時間軸の詳細度を上げると不連続変化として捉えられていた現象を連続変化として捉えることが可能である．しかし，単純に詳細度を上げると計算量の増加や新たな曖昧性の発生などの問題が生じる．

西田-堂下は，折線線形方程式による電子回路モデルにおいて不連続な変化の生じる原因を分析し，モデルの詳細度を上げることなく不連続な変化を因果的に追跡するヒューリスティックな方法を示した[23),25),26)]．折線近似モデルで不連続な変化が生じる場合は，次の3通りに整理できる．

（1） 外部から不連続変化が与えられたとき．

（2） 折線近似された素子の動作領域の遷移が生じたとき．

（3） （モデル化されたレベルで）時間遅れのない正のフィードバックが生じたとき．

西田-堂下の示した解析法では，積分によって値の決まる変数のように不連続変化の前後で値の持続する状態変数を因果解析によって同定し，そこから残りの状態変数の不連続変化後の値を決定する．次の状態遷移で不連続変化が生じるかどうかは，次状態予測において矛盾が生じるかどうかから判定できる．次状態予測に矛盾が含まれていて，それが次状態予測のとき暗黙的に用いられた仮定を修正することによって修正可能である場合が不連続変化が生じる場合である．不連続変化後の状態を求めるには，矛盾の原因となる仮定（主として素子の動作領域に関する仮定）を見つけ出し，それを適切なものに置き換え，さらに値の持続する変数の値を因果構造（変数値の依存関係）に従って他の変数に伝播する．複雑な連鎖をもつ不連続変化は，この次状態予測-矛盾の検出-矛盾の原因となる仮定の修正というサイクルを何回か繰り返すことによって解析する．

（例） 図-11 の回路は無安定マルチバイブレータと呼ばれる回路である．簡単のためトランジスタはオンとオフの単純な2状態モデルによってモデル化することにしよう．つまり，

トランジスタ TR*i* がオフ

⇅

TR*i* のベース・エミッタ電圧（ここでは TR*i*-VBE と標記する）が閾値（Vs≅0.5〜0.7）未満．

このとき TR*i* のベース電流（TR*i*-IB），コレクタ電流（TR*i*-IC），エミッタ電流（TR*i*-IE）はすべて 0．

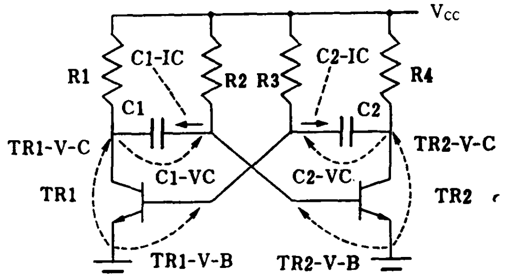



**図-11** 無安定マルチバイブレータ

トランジスタTR*i* がオン

⇅

TR*i*-VBE＝V*s*.

このときコレクタ・エミッタ電圧（TR*i*-VCE）は 0，かつ TR*i*-IC は任意の非負の値をとる．

このようなモデル化のもとでは，無安定マルチバイブレータは二つのトランジスタ TR1，TR2 が交互にオン・オフを繰り返す回路であると特性づけられる．

現在の回路の状態が TR1：オン，TR2：オフであるとしよう．また，二つのコンデンサ C1，C2 の電圧は0であったとする．この状態での回路の因果構造を図-12 に示す．ここからたとえば，抵抗 R2 にかかる電圧 R2-VR はコンデンサ C1 に流れ込む電流 C1-IC の積分によって決まること，R2-VR は R2 を流れる電流 R2-IR を決定し，R2-IR は C1-IC を決定していること，などが分かる．

この状態で回路の挙動に質的な変化をもたらし得る変数の値の動きは次のようなものである．

（a） TR2-VBE：トランジスタ TR2 のベース電圧

V*s* に向かいつつある⇒やがて TR2 がオンになるかもしれない．

（b） TR1-IB：TR1 のベース電流

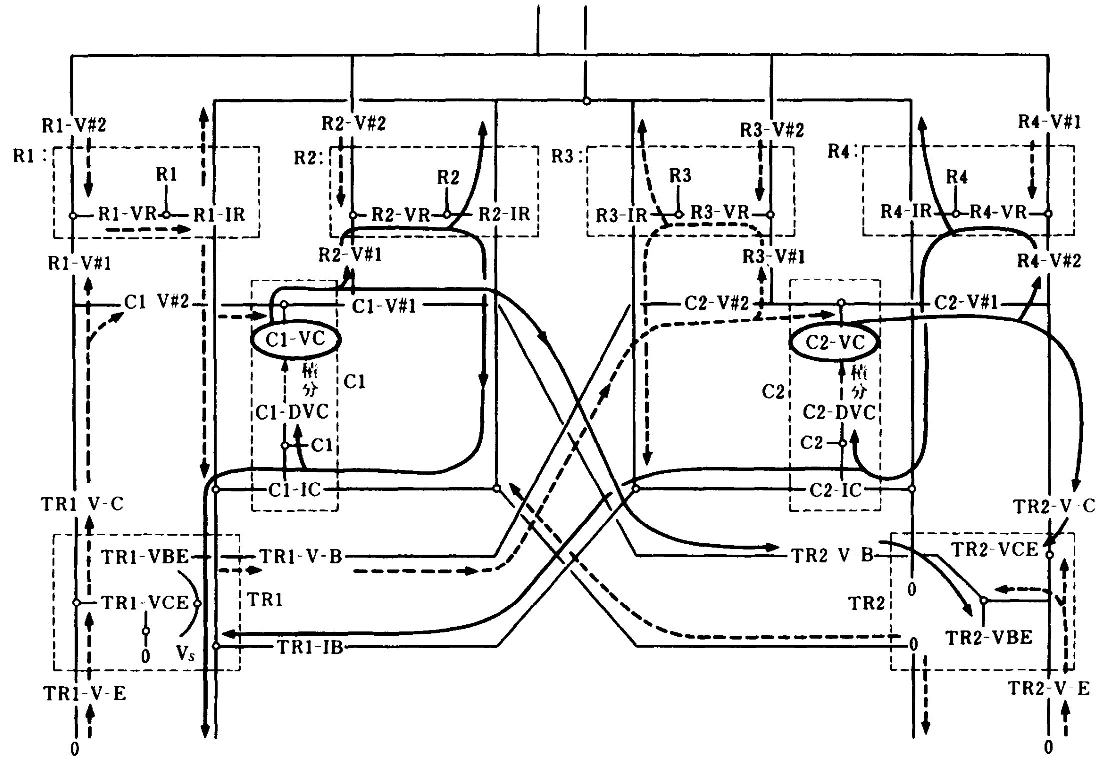
0に向かいつつある⇒やがてこの電流が0になるかもしれない．

（c） C2-IC：C2 への流入電流

0に向かいつつある⇒やがてこの電流が0になるかもしれない．

……

さらに解析すると（b）と（c）は同一の原因に基づいており，（c）の方が先に起きることがわかる．しかし，（a）と（c）は異なる原因に基づいているので，どちらが先に起きるか判定できない．このため，次の瞬間に起き得るイベントは一意に予測できず，（a）と（c）の2通りの曖昧性が生じる．




記法の概要 ① ◦は線形の方程式を表す

たとえば R 1-V #2　　R 1

◦—R 1-VR—◦—R 1-IR　の部分は

R 1-V #1

$\begin{cases} \text{R 1-V \#2} = \text{R 1-V \#1} + \text{R 1-VR} \\ \text{R 1-VR} = \text{R 1} \times \text{R 1-IR} \end{cases}$ に対応する

ただし, R 1-V #1, R 1-V #2 : R 1 の端子 #1, #2 の電位,
R 1-VR : R 1 にかかる電圧, R 1-IR : R 1 を流れる電流

② α の内部の◦ノードは回路素子 α の素子モデルに含まれる方程式に対応する.

それ以外の◦ノードはキルヒホフの電流・電圧則を表す方程式に対応する.

③ → と ⇢ は情報の伝達経路を表す.

ただし, → 値の変化をともなう　⇢ 値は変化しない

**図-12** 図-11 の回路で TR 1 がオン, TR 2 がオフのときの変数の依存関係

(a)が起きる(TR 2 がオンになる)場合について考えてみよう. 値が積分によって決められている C 2-VC はその直前の値であり続けるはずである (積分結果の値の持続性の仮定). TR 2 がオンになる直前まではコンデンサ C 2 には図-11 で右から左に電流が流れ込んでこのコンデンサの電圧 C 2-VC は負になっている. 一方, TR 1 がオンであり続けるとすると TR 1-VBE=Vs であるはずである. すると C 2-VC=Vs であることになり, 矛盾が生じる (**図-13**). この矛盾は次状態でも TR 1 がオンであるという仮定によって生じたものである. 動作領域持続の仮定は積分結果の値の持続性の仮定よりも弱い仮定であると考えられるので, トランジスタ TR 1 が引続きオンであるという仮定が捨てられ, 次の瞬間にトランジスタ TR 1 はオンからオフに遷移すると予測される.

本来, 不連続変化が予測されたモデルには十分な情報が含まれていないので, 上の方法は完全ではなく, 多くの場合うまくいくというヒューリスティックな性

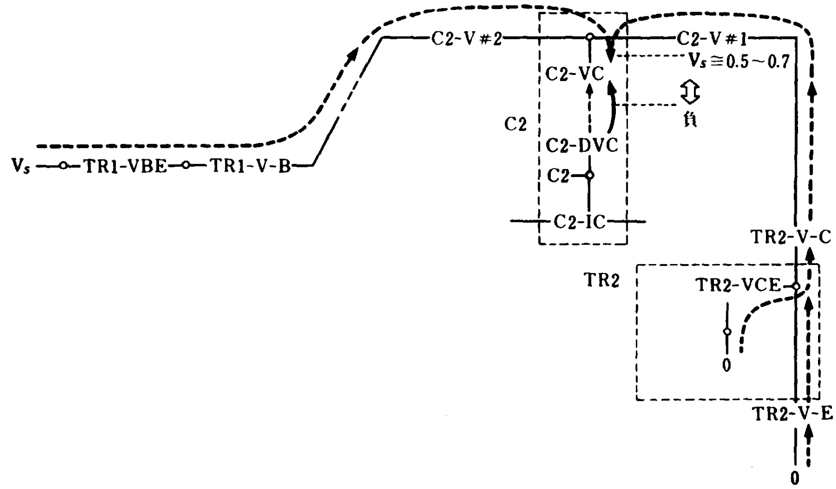



図-13 図-11の回路でTR2がオンになったときの回路内の情報の流れ

格のものである．（この方法によって次状態をうまく予測できない例が文献27) に示されている．）しかし，この方法は多くの場合，不連続な変化が連鎖的に生じる場合でも的確な解析ができ，しかも因果的な説明が生成できるという利点がある．

富士通の吉田らも不連続変化の解析法を提案している．吉田らの方法[43]は，不連続変化のために状態遷移の曖昧性が生じたとき，不連続変化を起こす変数の数が少ないものを選ぶヒューリスティックを用いている．テキサス大学の Laughton は Kuipers の QSIM に不連続変化のための遷移規則を付加情報として与えることによって不連続変化を解析する方法を用いている[18]．これらの研究では，不連続変化の連鎖の問題には着手されていない．

### 3.5 集　積

D. Weld の提案した集積 (Aggregation)[38] は繰り返し起きる挙動を検出してまとめてゆく手法である．集積器 (Aggregator) と呼ばれるプロセスへの入力は，イベントの経歴 (history), 活性化されたプロセスの集まり，プロセスの定義，全順序づけされたパラメータである．集積器は，繰り返し生じるイベントを検出すると，それがサイクルを形成するかどうかを検査する．イベントの系列が実際にサイクルであることが判明すると，そのサイクルを一つの連続プロセスとしてまとめる．集積器はそれを結果として出力し，遷移解析に送り，サイクルが繰り返された結果到達する定性的に異なる状態が予測される．

遷移解析を行うプログラムは定性推論を行うプログラムの中心的なコンポーネントである．Weld は傾向 (trend), 厳密な傾向 (meticulous trend) という概念を導入して従来の遷移解析のプログラムを連続的な入力以外も入力として取れるように拡張した．しかし，現在の集積理論にはいくつかの課題も残されている．たとえば，プロセス間の干渉のため検出されたサイクルが正しくないことや，部分的に発生するサイクルが検出できないことなどがある．

### 3.6 詳細度の異なるモデルの使用

大規模系（例　原子力プラントや生体系）では考慮すべき最も速い現象と最も遅い現象との間には数桁以上の開きがある．また，量の大きさに関しても同様の広がりが生じる．このような場合，時間軸，空間軸を一様に扱うのではなく，詳細度（粒の粗さ (grain size, granularity)）によっていくつかの階層に分けることが必要である．

J. Hobbs は，区別不能性という視点から与えられたモデルを単純化する方法について論じている[13]．$x \sim y$（$x$ と $y$ は区別不能）という関係が次のように定義される．

$$x \sim y \Leftrightarrow \forall p \in R[p(x) \equiv p(y)]$$

（$R$：領域理論に含まれる述語の集合，$p(x)$ と $p(y)$ がともに定義されていなければならない）

つまり $x$ と $y$ が区別不能とは，$x$ と $y$ が領域理論に含まれるいかなる述語によっても区別できないことを言う．このように定義される関係～は同値関係であるので区別不能な対象を同値類にまとめることによって領域理論は簡単化できる．しかし，上の定義において

$p(x)$, $p(y)$ が未定義であることを許さないという条件はやや厳しすぎるので，それを少し緩めて，

$x\sim y \Leftrightarrow \forall p\in R$ に対して $p(x)$ と $p(y)$ がともに定義されているとき $p(x)\equiv p(y)$

とすることが考えられる．たとえば，領域理論として

$R=\{\lambda x p_t(x):$ is-around$(x,t)\,|\,t$ は定数$\}$

ただし，

is-around $(x,t)$:

$t-3<x<t+3$ のとき真，

$x<t-4-\varepsilon$ または $t+4+\varepsilon<x$ のとき偽，

それ以外の場合は未定義

（ただし，$0<\varepsilon<1$）

を設定すると，10 と 11 は $R$ に関して区別不能になる．

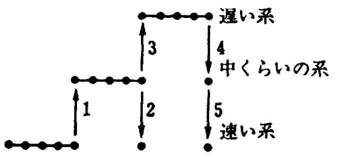
この定義を用いると適用範囲は大きくなるが，$\sim$は同値関係にならないのでやや不都合が生じる．いずれを用いるかは問題に依存する．

### 3.6.1 時間軸の階層化

変化の速さに注目して系の記述を階層化する方法である．系の記述は速い系から遅い系までの階層に分けられる．生体系を対象にした研究が Kuipers[16] や田中ら[36]によって行われている．系への入力の変化が与えられるとまず速い系が解析される．このとき遅い系の変数は速い系では定数とみなされる．次に速い系の解析結果が遅い系に返され，遅い系の解析が行われる(図-14)．

### 3.6.2 多重モデルの使用とモデル束

一般に，複雑なシステムを解析するにはさまざまな




丸印は定性的な状態を表す．
挙動推定は左から右にすすむ．
焦点の移動は矢印につけられた番号順に次のようにすすむ：
(1) 最も速い系が平衡状態に達するともう一段遅い系における挙動予測が開始される．
(2) 2番目に速い系が平衡状態に達すると，その情報は最も速い系に伝達され，それによって最も速い系の平衡状態が決定される．
(3) 最も速い系と2番目に速い系からの値によって最も遅い系の挙動推定が開始される．
………

図-14 変化の速さのちがいによって階層化された系の挙動推定における制御の流れ[16]

詳細度からの多重のモデル化が必要である．粗いモデルは曖昧性が生じやすいが，計算量が少ない．定性推論における多重モデルの使用はいくつか試みられているが，西田-竹下-堂下のモデル束[27]の考え方を用いるとうまく整理できる．すなわち，対象のモデル化において $n$ 個の属性 $\{A_1,\cdots,A_n\}$ が与えられているとき，そのうちのどれを考慮するかにより $2^n$ 個のモデル化が可能である．モデル $M_1$, $M_2$ の考慮している属性 $As(M_1)$, $As(M_2)$ が与えられたとき，

$\sup(M_1,M_2)=M:\ As(M)=As(M_1)\cup As(M_2)$,

$\inf(M_1,M_2)=M:\ As(M)=As(M_1)\cap As(M_2)$

によって $\{M_i\}$ は束の形に整理できる．

与えられた問題はモデル束において適切なモデルを探索する問題として定式化される．この探索過程は因果解析を用いることによって効率化される．因果的な視点からのモデルの詳細化の問題は R. Doyle も取り上げている[8]が，詳細化のレベルはあらかじめ固定されている．最近，吉田-元田らは詳細度の異なる知識を併用して定性推論を階層的に行い，逆に挙動の説明と詳細なレベルの知識を用いて解析を効率化するための浅い知識を導出する研究[44]を報告している．

## 4. まとめ

定性推論の研究の目的は，物理系，生体系，経済系など，時々刻々と状態の変化する動的な系の挙動の定性的な性質を人間の思考法を参考にして定性的に解析する方法を確立することである．これまで定性推論の興味の中心は，複雑で厳密な計算をしないで系の挙動の定性的な性質を推定する方法を開発することであった．最近では，定性推論を診断・設計・プロセス制御・知識獲得などの工学的問題解決 (Engineering Problem Solving) に応用する研究が盛んになってきている．

本稿では，従来からの研究方向での基礎的な研究を中心に紹介した．新しい研究分野と応用技術については続稿で紹介する．

**謝辞** 査読者は本稿を大変ていねいに読み，多くの有益なご助言をくださいました．末筆ながら感謝いたします．

## 参考文献

1) Bobrow, D.G.: Qualitative Reasoning about Physical Systems: An Introduction, Artificial Intelligence, Vol. 24, pp. 1-5 (1984).
2) Brown, J.S., Burton, R.R. and de Kleer, J.:

Pedagogical, Natural Language and Knowledge Engineering Techniques in SOPHIE I, II, III, in D. Sleeman and J. S. Brown (eds.): Intelligent Tutoring Systems, Academic Press, pp. 227-282 (1982).
3) Dague, P., Raiman, O. and Deves, P.: Troubleshooting: when modeling is the trouble, in Proc. AAAI-87, pp. 600-605 (1987).
4) D'Ambrosio, Bruce: Extending the Mathematics in Qualitative Process Theory, in Proc. AAAI-87, pp. 595-599 (1987).
5) de Kleer, J.: Multiple Representations of Knowledge in a Mechanics Problem Solver, in Proc. IJCAI-77, pp. 299-304 (1977).
6) de Kleer, J. and Brown, J. S.: A Qualitative Physics based on Confluences, Artificial Intelligence, Vol. 24, pp. 7-83 (1984).
7) de Kleer, J.: How Circuits Work, Artificial Intelligence, Vol. 24, pp. 205-280 (1984).
8) Doyle, R. J.: Constructing and Refining Causal Explanations from an Inconsistent Domain Theory, in Proc. AAAI-86, pp. 538-544 (1986).
9) Forbus, K. D.: Qualitative Process Theory, Artificial Intelligence, Vol. 24, pp. 95-168 (1984).
10) Forbus, K. D.: The Logic of Occurrence, in Proc. IJCAI-87, pp. 409-415 (1987).
11) Hayes, P.: Naive Physics Manifesto I: Ontology for Liquids, in Hobbs, J. and Moore, R. C. (eds.), Formal Theories of the Commonsense World, pp. 71-107 (1985).
12) Hayes, P.: The Second Naive Physics Manifesto, in Hobbs, J. and Moore, R. C. (eds.), Formal Theories of the Commonsense World, pp. 1-36 (1985).
13) Hobbs, J. R.: Granularity, in Proc. IJCAI-85, pp. 432-435 (1985).
14) Iwasaki, Y. and Simon, H. A.: Causality in Device Behavior, Artificial Intelligence, Vol. 29, No. 1, pp. 3-32 (1986).
15) Kuipers, B. J.: Commonsense Reasoning about Causality: Deriving Behavior from Structure, Artificial Intelligence, Vol. 24, pp. 169-203 (1984).
16) Kuipers, B. J.: Abstraction by Time-Scale in Qualitative Simulation, in Proc. AAAI-87, pp. 621-625 (1987).
17) Kuipers, B. J. and Chiu, C.: Taming Intractible Branching in Qualitative Simulation, in: Proc. IJCAI-87.
18) Laughton, Stuart: Explanation of Mechanical Systems through Qualitative Simulation, AI-TR 85-19, University of Texas at Austin (Dec. 1985).
19) Lee, W. W., Chiu, C. and Kuipers, B.J.: Development towards Constraining Qualitative Simulation, AI-TR 87-44 (Jan. 1987).
20) Mavrovouniotis, M. and Stephanopoulos, G.: Reasoning with Orders of Magnitude and Approximate Retations, in Proc. AAAI-87, pp. 626-630 (1987).
21) 西田，川村，堂下：定性的推論におけるあいまい性と不連続性の取り扱いについて，情報処理学会知識情報処理シンポジウム論文集，pp. 67-76 (1985).
22) 西田：定性的推論，数理科学，No. 279, pp. 48-54 (1986).
23) 西田，川村，堂下：動的因果関係解析法による電子回路の定性的解析，情報処理学会論文誌，Vol. 28, No. 2, pp. 177-188 (1987).
24) 西田：定性的推論…常識的思考法のモデル…，人工知能学会誌，Vol. 2, No. 1, pp. 30-43 (1987).
25) Nishida, T. and Doshita, S.: Reasoning about Discontinuous Change, Proc. AAAI-87, pp. 643-648 (1987).
26) 西田，堂下：簡単なパルス回路における不連続変化の定性的解析法，人工知能学会誌，Vol. 2, No. 4, pp. 501-510 (1987).
27) 西田，竹下，堂下：モデル束に基づくモデル推論，情報処理学会知識工学と人工知能研究会，57-8 (1988).
28) 西田：定性推論とその応用，日本シミュレーション学会誌，1988年6月号（掲載予定）.
29) 西田：定性推論に関する最近の研究動向（II）新しい研究分野・応用，情報処理，Vol. 29, No. 11, (1988)（予定）.
30) Raiman, O.: Order of Magnitude Reasoning in Proc. AAAI-86, pp. 100-104 (1986).
31) Rieger, C. and Grinberg, M.: The Declarative Representation and Procedural Simulation of Causality in Physical Mechanisms, in Proc. IJCAI-77, pp. 250-256 (1977).
32) Sacks, Elisha: Hierarchical Reasoning about Inequalities, in Proc. AAAI-87, pp. 649-654 (1987).
33) Sacks, Elisha: Piecewise Linear Reasoning, in Proc. AAAI-87, pp. 655-659 (1987).
34) Simmons, R.: "Commonsense" Arithmetic Reasoning, in Proc. AAAI-86, pp. 118-124 (1986).
35) Stallman, R. and Sussman, G. J.: Forward Reasoning and Dependency-directed Backtracking in a System for Computer-Aided Circuit Anlysis, Artificial Intelligence, Vol. 9, pp. 135-196 (1977).
36) 田中：定性推論による生体動態解析，情報処理学会知識工学と人工知能研究会 49-3 (1986).
37) 外山，米澤：動作系列別解析法による定性的回路解析とその表現，人工知能学会誌，Vol. 3, No. 1, pp. 69-77 (1988).

38) Weld, Daniel: The Use of Aggregation in Causal Simulation, Artificial Intelligence, Vol. 30, pp. 1-34 (1986).

39) Wellman, Michael P.: Probabilistic Semantics for Qualitative Influences, in Proc. AAAI-87, pp. 660-664 (1987).

40) Williams, B. C.: Qualitative Analysis of MOS Circuits, Artificial Intelligence, Vol. 24, pp. 281-346 (1984).

41) Williams, B. C.: Doing Time: Putting Qualitative Reasoning on Firmer Ground, in Proc. AAAI-86, pp. 105-112 (1986).

42) Williams, Michael D., Hollan, James D. and Stevens, Albert L.: Human Reasoning about a Simple Physical System, in: Gentner, Dedre and Stevens, Albert L. (eds.): Mental Models, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 131-153 (1983).

43) 吉田, 泉, 成田, 飯島：深い知識に基づくエキスパートシステム, 情報処理学会人工知能システムの枠組みシンポジウム論文集, pp. 65-74 (1987).

44) 吉田, 元田：階層的定性推論, 人工知能学会研究会資料 SIG-KBS-8801-4 (1988).

(昭和 63 年 4 月 27 日受付)