

非観測データを含む画像系列からの相似復元に関して

渋沢英次郎[†] 三橋 渉[†]

[†] 電気通信大学 大学院電気通信学研究科 〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘 1-5-1
E-mail: †{ej-sib,mit}@ice.uec.ac.jp

あらまし 画像系列間で追跡された特徴点座標の軌跡から因子分解法による射影復元を行い、自己校正によって相似復元を達成する手法について記述する。ここで、非観測データを含む画像系列からの射影復元が可能な因子分解法の解法として交互法を用いる。射影復元は *Absolute Dual Quadric* の拘束による自己校正法によって相似復元に更新される。さらに、因子分解法での射影復元に特徴点の画像座標の信頼性を反映させる工夫と *Absolute Dual Quadric* の特異性制約を考慮した自己校正の線型解法を提案する。最後に、数値シミュレーションによって提案手法の有効性を検証する。

Euclidean Reconstruction from Image Sequences with missing data

Eijiro SHIBUSAWA[†] and Wataru MITSUHASHI[†]

[†] Graduate School of Electro-Communications, The University of Electro-Communications
Chofugaoka 1-5-1 Chofu-Shi, Tokyo, 182-8585 Japan
E-mail: †{ej-sib,mit}@ice.uec.ac.jp

Abstract In this paper we address the problem of estimating the Euclidean structure of a scene from uncalibrated perspective cameras. We use a stratified approach in which the projective structure is firstly recovered from image correspondences by the factorization method and in a subsequent step the previous reconstruction is upgraded to the Euclidean structure by self calibration based on the dual absolute quadric. For the matrix factorization involved in the projective reconstruction, we adopt the resection-intersection technique, which can readily handle image sequences with missing data by ignoring the corresponding components. We also provide a technique to incorporate a minimization on a covariance-weighted reprojection error into the projective factorization and a method to handle the singularity constraints of the absolute dual quadric in the linear solution for self-calibration.

1. はじめに

複数の視点で得られた画像系列からカメラの運動と空間の構造を推定する問題は計算機視覚における重要な問題の一つである。ここで、因子分解法による射影復元を自己校正によって相似復元に更新する二段階処理の構造復元法が広く利用されている。

Sturm/Triggs [1], [2] の因子分解法による射影復元は複数の画像データを等しく扱うことが可能であり、また、構造復元をデータで構成された行列の固有値問題に帰着することで、安定性と簡便さを両立する優れた手法である。一方で、この手法の原型には画像間に成立する幾何学的拘束をあらかじめ解いておく必要があるという点、非観測データや信頼性の異なるデータを扱うことが困難である、また、代数的な評価量を扱う手法であるという問題もまた存在する。Sturm/Triggs 法の拡張として、より一般的に高次元のデータに部分空間をあてはめる [3]~[7]

ことで射影復元を達成する手法が提案されている。

Seo [8] らの手法は Triggs [9] による *dual absolute quadric* を用いた自己校正法の反復的な線型解法である。線型解法であるために、*dual absolute quadric* の特異性が事後的に強制されるという性質があるが、カメラの内部パラメータの変動を許容でき、また自己校正の拘束条件を柔軟に選択可能であるなどの利点が多くある。

そこで、本稿では非観測データを扱うことのできる Hung/Tang の射影復元法に Seo らの自己校正法を組み合わせることで相似復元を行う。そして、これらの手法での構造復元の精度を向上させるための工夫を提案する。

本稿の構成は、まず、第 2 章で因子分解法による射影復元について俯瞰する。ここで、Sturm/Triggs 法の問題点を整理し、Hung/Tang の手法を扱う、そして、この手法にデータの信頼性を反映する重みを導入することを提案する。続く第 3 章は自己校正による相似復元の方法である Seo らによる方法について記述する、さらに、この

方法に dual absolute quadric の特異性制約を組み込むことを提案する。第4章でシミュレーションデータによる実験を行い、提案手法の性能評価を行う。

2. 射影復元

2.1 透視投影カメラモデルと射影復元

透視投影によるカメラモデルは外界とカメラの撮像面を射影空間でモデル化する。いま、3次元空間中の n の特徴点が m の画像にわたって観測されたとする。第 j 特徴点の3次元射影座標を表す4次元ベクトルを $\mathbf{X}_j$ とし、第 i 画像の 3×4 射影行列を $\mathbf{P}_i$ とすると、第 i 画像における第 j 特徴点の画像座標 (u_{ij}, v_{ij}) は以下で記述される。

$$\lambda_{ij} \mathbf{x}_{ij} = \lambda_{ij} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_i \mathbf{X}_j \quad (1)$$

ここで、 λ_{ij} は特徴点の奥行きを表す定数であり、射影的な奥行きと呼ばれる。ところで、任意の 4×4 正則行列 $\mathbf{T}$ を用いて $\mathbf{T} \cdot \mathbf{P}_i \rightarrow \mathbf{P}_i \mathbf{T}$, $\mathbf{X}_j \rightarrow \mathbf{T}^{-1} \mathbf{X}_j$ としても、特徴点の像の位置は不変である。このとき、行列 $\mathbf{T}$ は空間全体に対する射影変換と解釈され、空間の構造やカメラ校正等の事前知識無しで構造復元は射影変換を含んでのみ行われることができる。こうした構造復元を射影復元と呼ぶ。

2.2 Sturm/Triggs の方法

Sturm/Triggs 法 [1], [2] による射影復元法とその問題点について簡単に記述する。式 (1) の $\mathbf{X}_j$ と $\mathbf{x}_{ij}$ の関係をまとめて行列の形で以下のように書くものとする。

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} \mathbf{x}_{11} & \dots & \lambda_{1n} \mathbf{x}_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \lambda_{m1} \mathbf{x}_{m1} & \dots & \lambda_{mn} \mathbf{x}_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & \dots & \mathbf{X}_n \end{bmatrix} = \mathbf{P} \mathbf{X} \quad (2)$$

したがって、射影的な奥行き λ_{ij} を含む観測行列は最大でもランク4である。画像間で計算された基礎行列から λ_{ij} を推定し、特異値分解などを用いて行列の分解を行う手法が Sturm/Triggs 法による射影復元法である。

しかしながら、Sturm/Triggs 法で最小化される評価量は幾何学的に有意な量では無い点に問題がある。誤差を含むデータから作られた式 (2) の行列 $\mathbf{W}$ は厳密にはランク4とはならない。この場合、 $\|\mathbf{W} - \mathbf{P}\mathbf{X}\|_F^2$ を最小化するようなランク4行列 $\mathbf{P}\mathbf{X}$ で観測行列を近似する。いま、積 $\mathbf{P}\mathbf{X}$ の要素を以下のように書くものとする。

$$\hat{\lambda}_{ij} \hat{\mathbf{x}}_{ij} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_{ij} \hat{u}_{ij} \\ \hat{\lambda}_{ij} \hat{v}_{ij} \\ \hat{\lambda}_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{p}_i^1)^T \mathbf{X}_j \\ (\mathbf{p}_i^2)^T \mathbf{X}_j \\ (\mathbf{p}_i^3)^T \mathbf{X}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^1 \\ \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^2 \\ \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{p}_i^1, \mathbf{p}_i^2, \mathbf{p}_i^3$ はそれぞれ $\mathbf{P}_i$ の第1, 第2, 第3行を縦に並べた4次元ベクトルである。このとき、行列の近似で最小化されるのは次の量である [10]。

$$\begin{aligned} \|\mathbf{W} - \mathbf{P}\mathbf{X}\|_F^2 &= \sum_{i,j} \|\lambda_{ij} \mathbf{x}_{ij} - \hat{\lambda}_{ij} \hat{\mathbf{x}}_{ij}\|_F^2 \\ &= \sum_{i,j} \lambda_{ij}^2 \left\| (\mathbf{x}_{ij} - \hat{\mathbf{x}}_{ij}) + \left(1 - \frac{\hat{\lambda}_{ij}}{\lambda_{ij}}\right) \hat{\mathbf{x}}_{ij} \right\|^2 \quad (4) \end{aligned}$$

ここで、真に最小化されるべき幾何学的誤差は $(\mathbf{x}_{ij} - \hat{\mathbf{x}}_{ij})$ のノルムの平方和である。したがって、この量は全体としては代数的誤差であり、 $\lambda_{ij} = \hat{\lambda}_{ij} = \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3$ になるとき、 λ_{ij} で重みづけされた幾何学的誤差となることがわかる。

2.3 代数的誤差の最小化

前節で導出された代数的誤差の最小化と等価な最小化問題を考える。この方法の優れた点は一般的な最小化問題の枠組みでデータを扱うことで、観測行列に非観測成分が生じた場合でも完全データと同様の手段で問題を解くことができる点である。評価量を以下で再定義する。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_j, \lambda_{ij}} \sum_{i,j} \left\| \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \\ 1 \end{bmatrix} - \lambda_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^1 \\ \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^2 \\ \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3 \end{bmatrix} \right\|^2 \\ \Leftrightarrow \min_{\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_j, \lambda_{ij}} \sum_{i,j} \left[(u_{ij} - \tilde{u}_{ij})^2 + (v_{ij} - \tilde{v}_{ij})^2 \right. \\ \left. + \sum_{i,j} (1 - \lambda_{ij}^{-1} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3)^2 \right] \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 $\tilde{u}_{ij}, \tilde{v}_{ij}$ は以下である。

$$\tilde{u}_{ij} = \lambda_{ij}^{-1} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^1, \quad \tilde{v}_{ij} = \lambda_{ij}^{-1} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^2 \quad (6)$$

前節と同様に $\lambda_{ij} = \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3$ になるとき、この最小化問題は幾何学的誤差の最小化問題となる。上記の評価関数は λ_{ij} に関して非線型であるために、新たな変数 $\beta_{ij} = (\lambda_{ij})^{-1}$ を導入する。これに対応する最小化問題は以下である。

$$\min_{\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_j, \beta_{ij}} \sum_{i,j} \left[(u_{ij} - \tilde{u}_{ij})^2 + (v_{ij} - \tilde{v}_{ij})^2 + (1 - \beta_{ij} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3)^2 \right] \quad (7)$$

この最小化問題の評価量は先と同様に、 $\beta_{ij} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3 = 1$ になるとき、総和演算の第3項が消滅し、残りが幾何学的誤差 $(u_{ij} - \tilde{u}_{ij}), (v_{ij} - \tilde{v}_{ij})$ の平方和となる。以降、この評価量を元に議論を進める。

2.4 Hung/Tang の方法

前節で最小化問題 (7) を制約 $\beta_{ij} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3 = 1$ のもとで解くことが幾何学的誤差の最小化に対応することを示した。Hung/Tang の方法 [5] はこの制約付き最小化問題を重み付きの制約なし最小化問題として解くものである。

最小化問題 (7) の評価量は $\beta_{ij} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3 \approx 1$ が成立すると

き、より強く幾何学的誤差を反映する。そこで、新たな変数 γ 、係数 γ_{ij} を導入する。

$$\min_{\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_j, \beta_{ij}, \gamma} \sum_{ij} \left[(u_{ij} - \tilde{u}_{ij})^2 + (v_{ij} - \tilde{v}_{ij})^2 \right] + \sum_{ij} \gamma^2 \gamma_{ij}^2 (1 - \beta_{ij} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3)^2 \quad (8)$$

これにより、積 $\gamma \gamma_{ij}$ だけ第3項の誤差がその他の項の誤差よりも優先されるようになる。さらに、大きな画像座標を持つ特徴点ほど評価量が幾何学的誤差を反映するように $\gamma_{ij} = \max(|u_{ij}|, |v_{ij}|)$ とする。

γ を定数とした最小化問題 (8) は変数 $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{X}_j$, β_{ij} に関して、3重線型であるから、交互法で評価量を最小化できる。 $\gamma=1$ から始めて、 $\mathbf{P}_i$, $\mathbf{X}_j$, β_{ij} の交互法を収束させてから、再び γ を大きく (例えば 1.1 倍) して最小化問題 (8) に戻るのが Hung/Tang の方法である。ここで γ に関して、幾何学的誤差は単調減少、代数的誤差 (8) が単調増加する。これらが (少なくとも完全データに関しては) 幾何学的誤差の最小値に収束することが示されている [5]。

2.5 重みつき幾何学的誤差の最小化

本節で Hung/Tang の方法に特徴点の信頼性を反映する新たな評価量を提案する。一般に画像系列で追跡された特徴点の位置の信頼性は場所によって異なる、よって、全ての特徴点を等しく扱うのではなく、その信頼性に応じてデータを扱うことで構造復元の精度向上が期待できる。そこで、評価量 (8) の幾何学的誤差に相当する項に特徴点の信頼性を表現する 2×2 半正定値対称行列 $\mathbf{C}_{ij}^{-1}$ を導入し、この平方和を二次形式に置き換える。

$$\min_{\mathbf{P}_i, \mathbf{X}_j, \beta_{ij}, \gamma} \sum_{ij} \left[\begin{bmatrix} u_{ij} - \tilde{u}_{ij} \\ v_{ij} - \tilde{v}_{ij} \end{bmatrix}^T \mathbf{C}_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} u_{ij} - \tilde{u}_{ij} \\ v_{ij} - \tilde{v}_{ij} \end{bmatrix} \right] + \sum_{ij} \gamma^2 \gamma_{ij}^2 (1 - \beta_{ij} \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3)^2 \quad (9)$$

上記の評価量は重みなし ($\mathbf{C}_{ij}^{-1}$ を 2×2 単位行列 $\mathbf{I}_{2 \times 2}$ とする) の場合に評価量 (8) に一致する、故に、ここで提案した評価量 (9) は Hung/Tang 法の拡張であると言える。

2.6 最小化問題の解法

本節で前述した最小化問題 (9) の交互法による解法について記述する。ただし、ある特徴点 $\mathbf{x}_{ij}$ が非観測の場合、その特徴点に関する方程式を無視するものとする。

$\mathbf{X}_j$ の推定は $\mathbf{P}_i$ と β_{ij} を定数と見なして行われる。まず、行列 $\mathbf{C}_{ij}^{-1}$ の Cholesky 分解を $\mathbf{C}_{ij}^{-1} = \mathbf{U}_{ij}^T \mathbf{U}_{ij}$ とすると、 $\mathbf{X}_j$ に関して以下の式が成立する。

$$\beta_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^1 \\ \mathbf{p}_i^2 \end{bmatrix}^T \\ \gamma \gamma_{ij} (\mathbf{p}_i^3)^T \end{bmatrix} \mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{ij} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \end{bmatrix} \\ \gamma \gamma_{ij} \end{bmatrix} \quad (10)$$

これらを有意な画像に関して集めることで構成した最小二乗問題の正規方程式 $\mathbf{A}_j \mathbf{X}_j = \mathbf{b}_j$ は以下ようになる。

$$\mathbf{A}_j = \sum_i \beta_{ij}^2 \left(\mathbf{P}_i^{1,2} \mathbf{C}_{ij}^{-1} (\mathbf{P}_i^{1,2})^T + (\gamma \gamma_{ij})^2 \mathbf{P}_i^3 (\mathbf{P}_i^3)^T \right) \quad (11)$$

$$\mathbf{b}_j = \sum_i \beta_{ij} \left(\mathbf{P}_i^{1,2} \mathbf{C}_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \end{bmatrix} + (\gamma \gamma_{ij})^2 \mathbf{P}_i^3 \right) \quad (12)$$

ただし、 $\mathbf{P}_i^{1,2}$ は $\mathbf{p}_i^1$ を第1列、 $\mathbf{p}_i^2$ を第2列とする 4×2 行列である。

$\mathbf{P}_i$ の推定は $\mathbf{X}_j$ と β_{ij} を定数と見なして行う。第 j 特徴点に関して以下の方程式が成立する。

$$\beta_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{ij} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_j^T & \mathbf{0}_4^T \\ \mathbf{0}_4^T & \mathbf{X}_j^T \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ \mathbf{0}_8^T & \gamma \gamma_{ij} \mathbf{X}_j^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^1 \\ \mathbf{p}_i^2 \\ \mathbf{p}_i^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{ij} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \end{bmatrix} \\ \gamma \gamma_{ij} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{p}_i^1$, $\mathbf{p}_i^2$, $\mathbf{p}_i^3$ を縦に並べたベクトルを $\mathbf{p}_i$ と書くとき、上式を有意な特徴点毎に集めて構成した最小二乗問題の正規方程式 $\mathbf{B}_i \mathbf{p}_i = \mathbf{a}_i$ は以下ようになる。

$$\mathbf{B}_i = \sum_j \beta_{ij}^2 \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_j & \mathbf{0}_4 \\ \mathbf{0}_4 & \mathbf{X}_j \end{bmatrix} \mathbf{C}_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_j^T & \mathbf{0}_4^T \\ \mathbf{0}_4^T & \mathbf{X}_j^T \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{8 \times 4} \\ \mathbf{0}_{4 \times 8} & (\gamma \gamma_{ij})^2 \mathbf{X}_j \mathbf{X}_j^T \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{a}_i = \sum_j \beta_{ij} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_j & \mathbf{0}_4 \\ \mathbf{0}_4 & \mathbf{X}_j \end{bmatrix} \mathbf{C}_{ij}^{-1} \begin{bmatrix} u_{ij} \\ v_{ij} \end{bmatrix} \\ (\gamma \gamma_{ij})^2 \mathbf{X}_j \end{bmatrix} \quad (15)$$

β_{ij} は $\mathbf{P}_i$ と $\mathbf{X}_j$ を定数と見なして評価量 (9) を β_{ij} で偏微分して 0 とおくことで推定できる。

$$\beta_{ij} = \frac{\begin{bmatrix} u_{ij} & v_{ij} \end{bmatrix} \mathbf{C}_{ij}^{-1} (\mathbf{X}_j^T \mathbf{P}_i^{1,2})^T + (\gamma \gamma_{ij})^2 \mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3}{(\mathbf{X}_j^T \mathbf{P}_i^{1,2}) \mathbf{C}_{ij}^{-1} (\mathbf{X}_j^T \mathbf{P}_i^{1,2})^T + (\gamma \gamma_{ij})^2 (\mathbf{X}_j^T \mathbf{p}_i^3)^2} \quad (16)$$

$\mathbf{P}_i$, $\mathbf{X}_j$, β_{ij} の推定は最小化問題の評価量が収束するまで反復する。既述のように上記の最小化は $\mathbf{C}_{ij}^{-1} = \mathbf{U}_{ij} = \mathbf{I}_{2 \times 2}$ とすることで Hung/Tang の方法となる。

3. 相似復元

3.1 射影変換の特定

前節までの方法で得られた構造復元は射影復元である。したがって、実際の空間構造に対応する、ある射影変換 $\mathbf{T}$ を特定することで、これを相似復元に更新する。

いま、相似復元に対応する射影行列 $\bar{\mathbf{P}}_i$ を以下のように書く (ただし、 $\approx$ は定数倍を許して等しいことを表す)。

$$\bar{P}_i \approx K_i [R_i \quad t_i] \quad (17)$$

このとき、 R_i は任意にとった世界座標系からの回転を表わす 3×3 直交行列、 t_i は i 番目のカメラ座標基準で書いた世界座標系原点を表す 3 次元ベクタである。 K_i は以下の内部パラメータ行列である。

$$K_i = \begin{bmatrix} f_i & 0 & u_{0i} \\ 0 & f_i & v_{0i} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

ここで、 f_i は画素単位で記述した焦点距離、 (u_{0i}, v_{0i}) は光軸点の位置である。射影復元を相似復元へ更新する所望の射影変換を T とするとき、ある射影復元 P_i と相似復元 $\bar{P}_i$ は以下のように記述できる。

$$P_i T \approx \bar{P}_i \quad (19)$$

このとき、 T の最初の 3 列を $\tilde{T}$ と書くことで以下を得る。

$$P_i \tilde{T} \approx K_i R_i \quad (20)$$

回転行列 R_i の直交性を用い、上式から以下を得る。

$$P_i \tilde{T} \tilde{T}^T P_i^T \approx K_i K_i^T \quad (21)$$

半正定値対称行列 $\Omega = \tilde{T} \tilde{T}^T$ を定義し、上式に代入する。

$$P_i \Omega P_i^T \approx K_i K_i^T \quad (22)$$

上式の Ω は dual absolute quadric [9] と呼ばれる。相似復元の達成はこの Ω を推定することで行われる。

3.2 Ω の線型解法

本節では Seo らの方法 [8] を用いた自己校正法を用いる。Seo らの方法は光軸点 (u_{0i}, v_{0i}) の近似値を用いて、 Ω を反復推定することで相似復元を達成する手法である。

いま、 P_i に光軸点 (u_{0i}, v_{0i}) を画像座標の原点とするようなアフィン変換を施した射影行列 Q_i を考える。このとき、式 (22) の右辺は対角行列となる。よって、対角項と非対角項に関して両辺を比較することで以下を得る。

$$\begin{pmatrix} q_i^1 \end{pmatrix}^T \Omega q_i^1 - \begin{pmatrix} q_i^2 \end{pmatrix}^T \Omega q_i^2 = 0 \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} q_i^1 \end{pmatrix}^T \Omega q_i^2 = \begin{pmatrix} q_i^1 \end{pmatrix}^T \Omega q_i^3 = \begin{pmatrix} q_i^2 \end{pmatrix}^T \Omega q_i^3 = 0 \quad (24)$$

ここで、 q_i^1, q_i^2, q_i^3 はそれぞれ Q_i の第 1, 第 2, 第 3 行を縦に並べた 4 次元ベクタである。式 (23), (24) は Ω の要素に関する線型方程式であるから、これらを画像ごとに集めることで、 Ω の未知要素からなる 10 次元ベクタ w に関する $Mw = 0$ なる斉次方程式系を構成できる。 w はこの M の最小特異値に対応する右特異ベクタとして線型に推定可能である。ただし、 Ω が半正定値となるように w の符号を選択するものとする。光軸点が近似値である場合は式 (23), (24) は厳密には満足されない、したがって、光軸点の近似値から推定された Ω を用いて近似値を補正し、再び Ω の推定に戻るということを反復する。

3.3 Ω の分解と特異性制約

前節で線型解法の反復によって Ω を推定可能であることを示した。射影変換 $\tilde{T}$ は Ω を $\Omega = V D V^T$, $V = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]$, $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \sigma_4$ と固有値分解することで以下のように得られる。

$$T = [\sqrt{\sigma_1} v_1 \quad \sqrt{\sigma_2} v_2 \quad \sqrt{\sigma_3} v_3 \quad \sqrt{\sigma_4} v_4] \quad (25)$$

T の第 4 列は T を特異にしない範囲で任意であるため、 $\tilde{T}$ の列ベクタに直交する v_4 をスケールして用いる。

ところで、式 (25) は Ω の固有値 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が同符号である事を前提としている。とはいえ、線型解法は Ω にかかる幾何学的な制約を無視した解法であるために、一般に本来 0 であるはずの σ_4 が 0 とはならず、最悪の場合、式 (25) のような分解が不可能な Ω が推定されることがある。

3.4 特異性制約を考慮した線型解法

本節で特異性制約を考慮した Ω の線型解法を提案する。線型解法で推定された Ω が特異とならないのは、方程式系 $Mw = 0$ が Ω のパラメータ間で成立する条件を考慮しないことが一因である。そこで、Faugeras らによる基礎行列の解法 [11] を参考に特異性を満足するように Ω を推定することを考える。

まず、 w の中から、ある要素 w_k, w_l を選択し、これらを取り除いた w を $\tilde{w}$ と書く。同様に、 M の w_k と w_l に対応する列を m_k と m_l とし、これらを取り除いた行列を $\tilde{M}$ と書く。このとき、以下の式が成立する。

$$\tilde{M} \tilde{w} = -w_k m_k - w_l m_l \quad (26)$$

この方程式を次のように解くことで $\tilde{w}$ の要素を w_k と w_l で記述できる。ただし、 $(\tilde{M})^+$ は $\tilde{M}$ の疑似逆行列である。

$$\tilde{w} = -w_k (\tilde{M})^+ m_k - w_l (\tilde{M})^+ m_l \quad (27)$$

したがって、 Ω は残りのパラメータ w_k, w_l と、ある定数行列 Ω_k, Ω_l によって $\Omega = w_k \Omega_k + w_l \Omega_l$ と記述される。特異性を満足する Ω を推定するには、これを $\det(\Omega) = 0$ に代入して得られる w_k と w_l の比に関する 4 次多項式を解けば良い。 k と l の選択方法は任意であるが、4 次多項式が実の根をもつ保証がないことを考慮して全ての組み合わせを考慮する。ここでは $45 = \binom{10}{2}$ 通りの組み合わせが存在する。この中で $\|w\|^2 = 1$ と正規化したときに $\|Mw\|^2$ が最小になるものを解として選択する。

4. 実装と実験

4.1 数値計算上の問題

数値計算上の安定性のためにアフィン変換によって画像座標系を標準化 [1] しておく必要がある。ここでは Hartley [12] による画像座標系の原点移動を含む座標標準

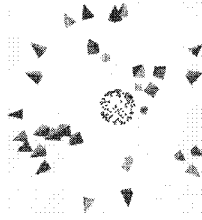


図1 シミュレーションデータの例 (図中の四角錐の頂点がカメラの位置である)

化を用いた。ただし、誤差の尺度を画像系列中でそろえるために、画像の縮小率は全ての画像で共通とした。

また、交互法で用いるパラメータの反復推定は正規方程式を構成してこれを解くよりも、式(10)(13)を集めた過剰決定系をQR分解を用いて解いた方が効率が良い。したがって、実際の計算ではこちらを用いた。

4.2 シミュレーションデータ

Seoらによるシミュレーションを参考にデータを生成して数値実験を行った。単位球面上にランダムに選択した100の特徴点を球の半径の6倍程度の位置からランダムな向きの33のカメラで撮影したデータを生成した(図1)。カメラの内部パラメータは可変とし焦点距離 $f_i \sim N(1000, 50)$ 、光軸点は $u_{0i} \sim N(320, 10)$ 、 $v_{0i} \sim N(240, 10)$ とした。ただし、 $N(\mu, \sigma)$ は平均 μ 、標準偏差 σ の正規分布とする。また、画像座標は平均0の異方性正規分布に従うランダム誤差を付加した。この誤差の分布は標準偏差 (σ, σ) の異方性分布をランダムな角度で回転させて生成した。ここで、 s は 5.0^{-1} から 5.0 の一様分布から選択した。また、観測行列が非観測成分を有することを想定し、特徴点の存在する球面が透明な場合と不透明な場合を考えた。

構造復元の精度の比較のために、画像座標に非観測成分が含まれない場合に関して、金谷らの双対法[4]による自己校正法を用いた。光軸点の近似値は $u_{0i} = 320$ 、 $v_{0i} = 240$ とし、金谷らの手法に関しては $f_i = 1000$ とした。また、提案法における特徴点の誤差の重み行列 C_{ij}^{-1} は付加したランダム誤差の共分散行列の逆行列 Σ_{ij}^{-1} とした。

4.3 実験結果：精度の比較

結果を図2、図3に示す。各グラフの横軸は付加した誤差の標準偏差である、試行は各 σ ごとに1回行った。画像座標の観測率は44.1%であった。グラフ中の英字は金谷らによる自己校正法(KD)、Hung/Tangによる射影復元とSeoらによる自己校正法(HS)、重みつき射影復元とSeoらによる自己校正法(WHS)、重みつき射影復元と特異性制約を考慮した自己校正法(WHSS)である。

図2、図3は構造復元の精度の比較である。それぞれの図の(a)は以下のように測った再投影誤差である。

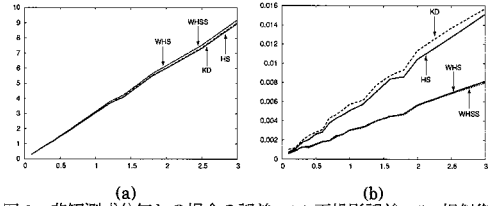


図2 非観測成分無しの場合の誤差。(a)再投影誤差、(b)相似復元の誤差

$$\sqrt{\frac{1}{mn} \sum_i^m \sum_j^n [(u_{ij} - \hat{u}_{ij})^2 + (v_{ij} - \hat{v}_{ij})^2]} \quad (28)$$

ただし、非観測成分がある場合は総和演算と除算は有意なデータに関して行った。図の(b)は特徴点の三次元座標の真値 $\mathbf{X}_j = [X_j \ Y_j \ Z_j \ 1]^T$ と推定値 $\hat{\mathbf{X}}_j = [\hat{X}_j \ \hat{Y}_j \ \hat{Z}_j \ 1]^T$ に関して次のように測った相似復元の誤差である。

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_j^n [(X_j - \hat{X}_j)^2 + (Y_j - \hat{Y}_j)^2 + (Z_j - \hat{Z}_j)^2]} \quad (29)$$

この結果から完全データの場合について、射影復元の精度の指標である再投影誤差がほぼ全ての手法で同等であるということが分かる。一方で、相似復元の精度については重み付き射影復元を用いた手法が重み無しのそれに比べて良好な復元精度を達成している事が分かる。とはいえ、相似復元に特異性制約を考慮した場合とそうでない場合については前者の方がわずかに高精度であるが、ほぼ同等と言える結果であった。よって、今回のシミュレーションのようにカメラの運動が十分に一般的なものである場合は特異性制約を考慮せずとも良いと考えられる。ただし、極端に画像数が少ない場合や、式(23)、(24)を通る2次曲面が存在する場合は特異性の制約によって独立な制約を補うことができることから、この限りではないと予想される。

データに非観測成分が含まれる場合、全ての手法について、そうでない場合よりも再投影誤差が小さいことが分かる。相似復元の誤差については非観測成分が無い場合とはやや異なる結果となった。全体的に見ると重み付き射影復元を用いた手法の方が高精度であることが多いが、一部の σ において結果が反転している。ただし、カメラと特徴点の位置を選択し直してシミュレーションを行うと完全データの場合と同じ傾向の結果が得られることもあった。また、誤差が大きいき、相似復元に特異性制約を考慮した場合、そうでない場合に比べ復元精度の変動がかなり大きくなっている。

4.4 実験結果：実行時間の比較

図4、図5が各手法の実行時間(秒)である。それぞれの図中の(a)は標準化前の座標系での再投影誤差の変動量が

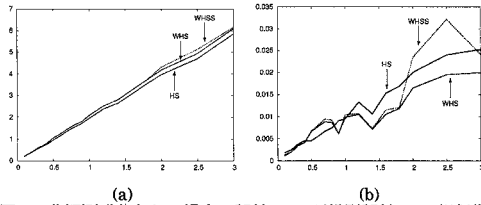


図3 非観測成分ありの場合の誤差。(a) 再投影誤差, (b) 相似復元の誤差

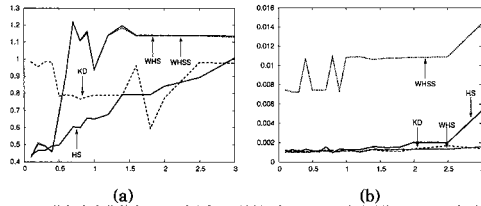


図4 非観測成分無しの場合の計算時間。(a) 射影復元, (b) 相似復元

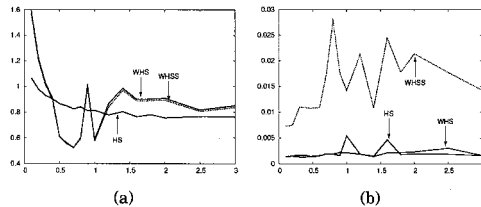


図5 非観測成分ありの場合の計算時間。(a) 射影復元, (b) 相似復元

10^{-3} を割り込むまでに要した時間である, (b) が相似復元の収束に要した時間である。ただし, CPU には Athlon 64X2 2GHz, メモリ 1GB, OS は FreeBSD を用いた。

計算時間に関してはデータの非観測成分の有無によらず似たような傾向が見られた。射影復元に関しては Hung/Tang の手法が最も高速であることが分かる。Hungらに次いで高速であるのが金谷らの双対法である, 他の手法と異なり, この手法は誤差によってそれほど計算時間が変化しないという特徴がある。最も低速なのは提案法である。交互法を採用した手法が高速なのはパラメータの反復推定の過程で前段階の解を初期解として解を更新するためであると考えられる。相似復元の計算時間は特異性制約を考慮するものが最も低速である。これは他の手法が方程式系を構成したあと固有値問題によって解を得るところを方程式系をパラメータによって分割して解くためである。

5. おわりに

本稿は複数視点の画像で観測された特徴点座標から因子分解法による射影復元を行い, 自己校正によって相似復元を達成する手法について述べた。また, Sturm/Triggs

法の因子分解法で最小化される量が代数的誤差であることに言及し, 幾何学的誤差を最小化する Hung/Tang 法を拡張し, 特徴点の信頼性を反映する重み行列を導入することを提案した。さらに, 自己校正の線型解法に dual absolute quadric の特異性を組み入れる手法を提案した。

数値シミュレーションによる比較の結果, 画像系列に非観測成分が存在しない場合においては, 異方性正規分布の誤差に対する共分散行列の逆行列など, 適切な重み行列を与えることができれば構造復元を高精度化することができると分かった。今後は特徴点近傍の輝度分布などから重み行列を構成し, 実際のデータで復元精度を検証することが課題となる。

画像系列に非観測成分が含まれる場合においては, 適切な重み付けを行っても必ずしも構造復元の精度向上に寄与しない事が分かった。とはいえ, 不完全な観測データから構成した評価量の最小化問題は必ず局所解の問題を考慮する必要がある, 本稿のような限定されたシミュレーションからその性能を判断することは困難である。この問題はさらなる議論が必要である。

文 献

- [1] B. Triggs: "Factorization methods for projective structure and motion", Proc. of the Conf. on Comput. Vision and Patt. Recog., pp. 845-851 (1996).
- [2] P. F. Sturm and B. Triggs: "Factorization based algorithm for multi-image projective structure and motion", Proc. of 4th Euro. Conf. on Comput. Vision, pp. 709-720 (1996).
- [3] 金谷, 森, 菅谷: "自己校正法の最新レビュー", 情報処理学会研究報告, 2006-CVIM-153-31, pp. 199-206 (2006).
- [4] 森, 金谷, 菅谷: "最新の自己校正法の性能評価", 情報処理学会研究報告, 2006-CVIM-154-37, pp. 347-354 (2006).
- [5] Y. S. Hung and W. K. Tang: "Projective Reconstruction from Multiple Views with Minimization of 2D Reprojection Error", Int. J. of Comput. Vision, **66**, 3, pp. 305-317 (2006).
- [6] A. Heyden, R. Berthilsson and G. Sparr: "An iterative factorization method for projective structure and motion from image sequences", Image Vision Computing, **17**, 13, pp. 981-991 (1999).
- [7] S. Mahamud and M. Hebert: "Iterative projective reconstruction from multiple views", Proc. of IEEE Conf. on Comput. Vision and Patt. Recog., pp. 430-437 (2000).
- [8] Y. Seo and A. Heyden: "Auto-calibration by linear iteration using the DAC equation", Image and Vision Computing, **22**, 11, pp. 919-926 (2004).
- [9] B. Triggs: "Autocalibration and the absolute quadric", Proc. of IEEE Conf. on Comput. Vision and Patt. Recog., pp. 609-614 (1997).
- [10] B. Triggs: "Some Notes on Factorization Methods for Projective Structure and Motion", Unpublished year (1996), <http://lear.inrialpes.fr/people/triggs/>.
- [11] O. D. Faugeras: "Stratification of three-dimensional vision: projective, affine, and metric representations", J. Opt., **12**, 3, pp. 465-484 (1995).
- [12] R. I. Hartley: "In Defense of the Eight-Point Algorithm", IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell., **19**, 6, pp. 580-593 (1997).