人工知能と対話技法 16－2
（1980. 7. 18）

関係データベース上での演繹的質問応答についての一考察

若木利子　　国藤 進
（富士通株式会社・国際情報社会科学研究所）

§1. はじめに

最近、述語論理と、関係データベースモデル論を結びつけた理論を土台にした、データベースへの質問応答システムが、盛んに研究開発されつつある。[1,4,8,9,10,11,12,13]

そこでは、概念スキーマの表現形式の1つである関係モデルの 関係や関係間の意味の記述に、人工知能の分野で開発された「知識の表現方法」の1つの述語論理を適用し、それで記述された「知識」を利用して検索する手法に、推論機能を用いるアプローチをとる。このような知識を格納するデータベースは、「知識ベース」，或は、IDB (Intensional Data Base) とも呼ばれる。

そして、この「知識ベース」の記述や、それへの問い合せ(query) の記述の為に、PROLOG[14], DEDUCE[1] 等の述語論理プログラミング言語が 提案されてきた。

本稿では、PROLOG, DEDUCE 等で想定されていると同様、知識ベースに格納されている「知識」に対して、一階述語論理のみを使用するという制約を設けて考察する。その理由は、一階述語論理の命題が、充足不能かどうかを定める部分的決定手続が存在するからである。

Changは、このようなシステムの問い合せ評価方法を、Evaluational Approach と、Non-Evaluational Approachに分類している。前者は、入力されたqueryを、定理証明の手法により、知識ベースの公理を用いて変形し、変形されたqueryに対し、通常のデータベース管理システム(DBMS)によって、解を抽出する方法である。後者は、知識ベース(KB)とデータベース(DB)の全体を、命題集合とみなし、それらより query を証明して解を求める方法である。

本論文では、主に拡張仮想関係と、解の確定性について述べる。

Chang の DEDUCE[1] の特徴は、Horn 節公理で仮想関係を定義していること、そして、仮想関係を含むquery の評価に関しては、Evaluational Approach に従がって、定理証明における Sickel[15] の有向連結グラフより、基底関係のみを含む変形 query を生成する為の書換え規則を抽出している点にある。

§3.1 で、著者は、ある制約の下に、非Horn型の公理で、仮想関係を定義し、それを拡張仮想関係と称する。これは、我々が文献[16]で示した、フィルタリングされた関係を、関係データベース上での質問応答システムで利用可能にする必要性から考案されたものである。

仮想関係は、基底関係と仮想関係を用いて定義される。拡張仮想関係の場合、それらに加え、更に基底関係の任意の命題に対応した関係を用いて、定義することを可能にしたと解釈される。

§3.3 で、拡張仮想関係を定義する有向連結グラフ表現と、その書換え規則を述べる。これにより、拡張仮想関係が、Chang の query 評価法で利用可能となる。§3.4で、Chang の想定する公理と、query の否定形命題の量記号が、すべて全称記号の時、Reiter の"不確定解を持たない為の十分条件"を満足していることを指摘する。そして、拡張仮想関係を定義する公理を追加すると、その十分条件は満足されなくなるが、やはり解の確定性が保存されることを証明する。他方、一般に、Changの想定する公理と queryからは、確定解のみ得られることを示す。

§4で、拡張仮想関係の定義には、Reiter の DDB (Definitional Data Base) の機

能が反映されていることを示す。§5で、Reiterの閉世界仮説の下での、全称限定されたqueryの解の確定性について考察する。

§2. 関係の内包と外延に基づくデータベースの設計

一般に、関係の外延的定義と内包的定義が可能である。関係の外延的定義は、DBに格納されている関係の実例、即ち、タップルの集合である。関係の内包的定義は、その意味的性質を表わすものであり、ここでは一階述語論理命題として、KBに格納される。

Nicolas, Gallaire[9]らは、KBの公理を(a)統合性制約 (b)導出規則の2種に分類している。(a),(b)は、それぞれ、概念スキーマ，外部スキーマの仕様(意味)とも解釈される。我々が、既に報告したアプローチ[16]は、本来、運用論的に(a)の役割を果すFD/MVDの意味を、(b)の導出規則、即ち、FD/MVDフィルタリングされた関係を導出する公理の意味に利用したと解釈される。

(b)の代表例として、Changの仮想関係を定義する公理がある。この公理は、Horn節形式であり、FD/MVDフィルタリングされた関係は定義できない。拡張仮想関係により、定義可能となり、演繹的質問応答での利用が可能となった。

以下で、ChangとReiterのデータベース構成法を述べる。

(1) Changのデータベース[1]

基底関係と仮想関係が想定されている。基底関係は、関係の外延的定義のみ、即ち、タップルの集合として定義される。仮想関係は、内包的定義のみ、即ち、Horn節公理の1個の正のリテラル部分で定義され、その外延は存在しない。

(2) Reiterのデータベース[11,12]

定義1　DBを(i)〜(iii)で定義されるデータベースとする。

(i) DBは、有限個数のtwffsで、構成される。i.e. $(\forall x_1/\tau_1)\cdots\cdots(\forall x_n/\tau_n)W$ (for $n \geq 0$)
ここでWは、関数記号と量記号を含まない一階述語命題。即ち、冠頭標準形のtwffは、存在記号を含まない。

(ii) 定数記号は、有限個数存在する。

(iii) 等号は、一つの述語として識別する。

定義2　EDBは、定義1のDBのうち、特に、基礎リテラル(ground literal)の集合として定義される。一方、IDBは、(DB−EDB)として定義される。

§3. 拡張仮想関係

3.1. 拡張仮想関係の定義

Changの仮想関係を含むqueryと公理は、一階タイプ類論理の表記法に従がって、次式で示す。[1]

query: $(Q_1 u_1/\theta_1)\cdots\cdots(Q_s u_s/\theta_s)(C_1 \wedge \cdots \wedge C_m \wedge F)$ ……①

公理: $(Q_1' v_1/\tau_1)\cdots(Q_\alpha' v_\alpha/\tau_\alpha)(L_1 \wedge \cdots \wedge L_n \wedge G \supset L)$ ……②

ここで、Q_i, Q_j'は、量記号，u_i, v_jは①②に出現する個体変数の全て、θ_i, τ_jは、u_i, v_jのそれぞれに対する定義域である。$C_1 \cdots C_m, L_1 \cdots, L_n$は基底関係、又は、仮想関係に対応する素命題，$L$は、仮想関係に対応する素命題，$F, G$は関係を含まず、しかも引数の値が与えられると真偽が定まるシステム定義の命題である。特に、Lに出現する全ての変数$v_1 \cdots v_\beta$ $(1 \leq \beta \leq \alpha)$に対する量記号$Q_1' \cdots Q_\beta'$は、全称記号である。

著者は、拡張仮想関係の公理として、次式③をも、許容する。

公理:

$(Q_{\vec{x}} \vec{x}/\tau_{\vec{x}})\{(Q_{\vec{y}} \vec{y}/\tau_{\vec{y}})B(\vec{x}, \vec{y}) \wedge H(\vec{x}, \vec{y}) \supset P_v(\vec{x})\}$ ……③

但し、$B(\vec{x}, \vec{y})$は、基底関係に対応する素命題と結合記号から構成される母式，$P_v(\vec{x})$は、仮想関係に対応する素命題，$H(\vec{x}, \vec{y})$は、システム定義の命題，Q_{x_i}, Q_{y_i}は量記号である。$\vec{x} \triangleq (x_1 \cdots x_k)$は、$P_v$に出現するすべての変数であり、それらの量記号$Q_{x_i}$は、②と同様、すべて

全称記号である。$\vec{y}$全$(y_1 \cdots y_l)$は、③式中の$\vec{x}$以外のすべての変数である。

3.2. 仮想関係の解釈

仮想関係（一般には、拡張仮想関係）の外延は、基底関係で与えられる。あらゆるモデル上で、仮想関係を定義する公理達が真であるとした時に、仮想関係述語が真となるような定数ベクトル（タップル）の集合として解釈される。即ち

$$V=\{\vec{s} \mid IDB \models_{EDB} P_V(\vec{s})\} \quad \cdots④$$

で定義できる。ここで$\models_{EDB}$は、基底関係で与えられるあらゆるモデル集合EDB上での評価を意味し、IDBは仮想関係を定義する公理集合を意味する。P_Vは仮想関係述語記号を意味する。

（例1）

属性Xに対応する定義域を$\tau_x=\{a, b, c\}$，属性Y の定義域を$\tau_y=\{d, e\}$とし、$\{X, Y\}$上の基底関係$B[X, Y]$が、図1で与えられたとする。この時、2つの仮想関係V_1, V_2が、次の公理で定義されているとする。（但しP_B, P_{V1}, P_{V2}は、関係B, V_1, V_2に対応する述語記号）

B

X	Y
a	d
a	e
b	d
c	e

（図1）

$$(\forall x/\tau_x)(\exists y/\tau_y)\{P_B(x, y) \supset P_{V1}(x)\}$$
$$(\forall x/\tau_x)(\forall y/\tau_y)\{P_B(x, y) \supset P_{V2}(x)\}$$

図1のモデルIは、$I=\{P_B(a, d), P_B(a, e), P_B(b, d), P_B(c, e)\}$である。

④に従がって計算すると$V_1=\{a\}$, $V_2=\{a, b, c\}$となる。

V_1
a

V_2
a
b
c

3.3. 有向連結グラフと書換え規則

Chang は、Sickel[15]の有向連結グラフより、変形queryを生成する為の書換え規則を抽出している。[1] そこでは、Horn節公理と、queryの否定形命題の冠頭連言標準形の母式を、節点で表示し、節内外の仮想関係の統一可能なリテラル同士を枝で連結する。各枝は、ラベル付けされ、ラベル情報より、どのリテラル同士が統一置換されるかが判別される。枝の向きは、正のリテラルから出て、負のリテラルへ入ることにより、決定される。（図2）

①の節点： | C_1 | | | C_m ‖ F | ……(a)

②の節点： | L_1 | ⋯ | ⋯ | L_n | G ‖ L | ……(b)

（図2）

｜の仕切りは選言を、各仕切りの中にはリテラルがはいり、‖の右側には正のリテラル、左側には、負のリテラルの符号を変えたものがはいる。拡張仮想関係の公理③は、図3で表現される。

③の節点： | B | H ‖ P_V | ……(c)

（図3）

Chang は、(a), (b)において、仮想関係リテラルL_iに、非終端記号$W(L_i)$を対応づけ、基底関係リテラルとラベルαを終端記号とみなして、文脈自由文法（CFG）の生成規則と類似の3種の書き換え規則を抽出している。

(c)の節点を、有向連結グラフに許容した時、(c)の右側仮想関係リテラルより枝が出ていれば、新たに、次の書換え規則が追加される。

書換え規則の追加：$W(P_V)= B \wedge H$ ……⑤

⑤は、非終端記号$W(P_V)$より、終端記号列$B \wedge H$を生成する書換え規則である。

かくして、拡張仮想関係リテラルと連結されたquery (a)からは以上の4種の規則を用いて、証明のあらゆるstrategyに対応したplanが、高速に自動生成され、これより基底関係リテラルのみ含む変形queryが生成される。

3.4. 拡張仮想関係と解の確定性

3.4.1. 確定性の条件

Reiterは、不完全な知識の世界では、不確定（indefinite）な解が生じることを喚起している。そして関係代数の、projection, devision operator を、不確

定な解の場合に拡張しているが、その操作の煩雑さと、高コスト性を回避すべく、確定的(definite)な解を与えるようなqueryとデータベースに対する十分条件を、定理1として求め証明している[11]。

次の定義3から定義7、及び定理1は、Reiter[11]の引用である。

定義3

queryが $Q=\langle \vec{x}/\vec{\tau} \mid (\vec{y}/\vec{\theta})W(\vec{x},\vec{y})\rangle$ の時、定数のn組の集合 $\{\vec{c}^{(1)},\cdots,\vec{c}^{(r)}\}$ が、DBに対する解である必要十分条件は、

1. $\vec{c}^{(i)}\in|\vec{\tau}|$ $i=1,\cdots,r$ でかつ
2. $DB \vdash \bigvee_{i\leq r}(\vec{y}/\vec{\theta})W(\vec{c}^{(i)},\vec{y})$ ここで $|\vec{\tau}|=|\tau_1|\times|\tau_2|\times\cdots\times|\tau_n|$ である。

Reiterは、DBの冠頭標準形命題に、存在記号と関数記号を許さないので、DBの命題集合のエルブラン領域 H_∞ は定数の有限集合となる。故に、各 τ_i は H_∞ の部分集合だから、有限集合となる。

定義4

query: Qの解Aが最小であるのは、Aの真部分集合で、Qの解となるものがない時、かつ、その時に限る。

定義5

query: Qの最小な解Aが、単一のn組の時、Aを確定解(definite answer)とよび、そうでない時、不確定解(indefinite answer)とよぶ。

定義6

query: Qが、次の形式

$\langle \vec{x}/\vec{\tau} \mid (\exists\vec{y}/\vec{\theta})K_1\vee\cdots\cdots\vee K_r\rangle$ ……⑥

（但し、各 K_i は、正のリテラルの連言）の時、肯定的(positive)であるという。

定義7

DBを構成する各節がHornならば、DBは、Hornであるという。

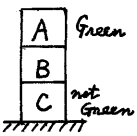
定理1（Reiter[11]）

DBが、Hornで充足可能、そして、query: Qが肯定的ならば、Qはいかなる不確定な解も持たない。(但し、ここで想定されるDBは§2.(2)で定義されたもの)

Reiter[13]は、DBが非Hornで、queryが肯定的な場合、不確定な解が生じる例を示している。次の例2は、DBがHornであるが、不完全な知識のため、不確定解が生じている。

（例2）

$ON(x,y)$ は、"積木xが、積木yの上にのっている。"という素命題、$G(x)$ は、"積木xは、緑色である"という素命題であるとする。



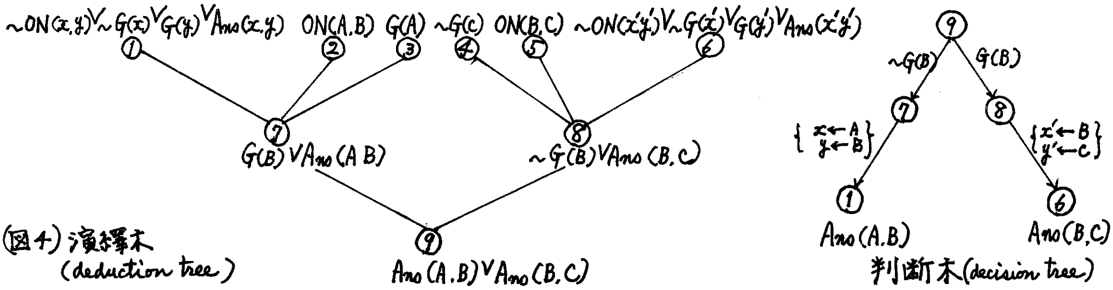
個体定数A, B, C, 個体変数x, y, 定義域 $\tau=\{A, B, C\}$ とした時、

DB: $ON(A, B)$, $ON(B, C)$
$G(A)$, $\sim G(C)$

query: $\langle x/\tau, y/\tau \mid ON(x,y)\wedge G(x)\wedge\sim G(y)\rangle$

即ち、queryは"積木xが、積木yの上にあり、xが緑で、yが緑でないようなx, yは？"の意味である。

queryの否定は、$\sim ON(x,y)\vee\sim G(x)\vee G(y)$ であるが、解の抽出の為に、文献[2]に従がってAns述語を付加する。分解証明法で解いた時の演繹木と判断木は、図4で示される。判断木より"積木Bが



(図4) 演繹木 (deduction tree)

判断木(decision tree)

緑でなければ、AがBの上にあり、Bが緑ならば、BがCの上にある。" という不解定解が得られる。

3.4.2. 確定性の証明

ここでは、拡張仮想関係を定義する公理が存在する場合の、解の確定性を、Reiterのquery評価の定義に基づいて証明する。定理2が その結果である。証明の前に、次の定義を準備する。

定義8

拡大されたデータベース$DB^{(e)}$は、ReiterのDBの(i)のみを(i)'のように変更したものである。((ii), (iii)は、そのまま)

(i)' DBは、有限個数のtwffで構成される。i.e. $(g_1 x_1/\tau_1)\cdots\cdots(g_n x_n/\tau_n)W$ (for $n\geq 0$) ここで、g_iは全称記号$\forall$，又は存在記号$\exists$である。Wに関数記号は含まれない。

(注)

(i)'のように拡大すると節形式に変換した際、Wの中にスコーレム関数が出現して、一般にエルブラン領域H_∞は、無限集合となる。そして、その部分集合として、一般に各τ_iも無限集合となる。以後、DBのすべての定数記号の有限集合をH_0とする。$H_0\subset H_\infty$である。

定義9

queryが $Q=\langle \vec{x}/\vec{\tau} \mid (g\,\vec{y}/\vec{\theta})W(\vec{x},\vec{y})\rangle$ の時、H_∞の要素のn組の集合$\{\vec{x}^{(1)},\cdots\vec{x}^{(r)}\}$が、$DB^{(e)}$に対する解である必要十分条件は、

1. $\vec{x}^{(i)}\in|\vec{\tau}|$ $i=1,\cdots,r$ でかつ
2. $DB^{(e)}\vdash \bigvee_{i\leq r}(g\,\vec{y}/\vec{\theta})W(\vec{x}^{(i)},\vec{y})$

(但し、$|\tau|=|\tau_1|\times\cdots\times|\tau_n|$であり、各$\tau_i$ θ_iは、H_∞の部分集合である。)

確定性の証明の為には、一般性を失なわず①②③式より、システム定義の命題F, G, H を除去した式で考察する。

更に、ここでは、query①の量記号をすべて存在記号$\exists$，公理②の量記号をすべて全称記号$\forall$に限って証明する。

定理2

queryは⑦式で与えられる。DBは、公理⑧⑨式と、基底関係のタップルの集合で構成され、関数記号を含まず、無矛盾とする。

query: $(\exists u_1/\theta_1)\cdots\cdots(\exists u_s/\theta_s)(C_1\wedge\cdots\wedge C_m)$ ……⑦

公理: $(\forall v_1/\tau_1)\cdots\cdots(\forall v_q/\tau_q)(L_1\wedge\cdots\wedge L_n\supset L)$ ……⑧

: $(\forall \vec{x}/\vec{\tau}_x)\{(\vec{Q}_y\vec{y}/\vec{\tau}_y)B(\vec{x},\vec{y})\supset P_V(\vec{x})\}$ ……⑨

すると、query⑦は、DBに対して、いかなる不確定な解も持たない。

(注)

⑦は、⑥の$r=1$の場合で肯定的である。よって公理⑨が存在しなければ、Reiterの定理1より、いかなる不解定解も持たないことになる。公理⑨の量記号Q_yに、全称記号が含まれれば、⑨の冠頭標準形に存在記号が出現し、定理2のDBは、定義8の$DB^{(e)}$に属する。従がって、query⑦の答は、一般に定義3ではなく、定義9に属する。

DBは、定理2で与えられたものを仮定し、更に、次の定義と補題1, 2, 2', 3を準備する。

定義10

基底関係$b_1\cdots b_n$に対し、基底関係述語定数$P_{b_1}\cdots P_{b_n}$を対応づける。タップル$\vec{c}$が
- (イ) b_iに属せば、$P_{b_i}(\vec{c})$は真。
- (ロ) b_iに属さなければ、$P_{b_i}(\vec{c})$の真偽は定まらない。

と解釈した時、(イ)の$P_{b_i}(\vec{c})$の集合をEDBとする。又、特に(ロ)を、"$P_{b_i}(\vec{c})$は偽"と解釈する場合には、その$\sim P_{b_i}(\vec{c})$を、前者の場合のEDBに追加したものをEDBとする。即ち、前者のEDBは、正の基礎リテラルの集合，後者のEDBの場合、正、負の基礎リテラルの集合となる。

補題1

タップル$\vec{c}\in\vec{\tau}$が、基底関係b_iに属す必要十分条件は、$EDB\vdash P_{b_i}(\vec{c})$である。(但し、各$\tau_i$について、$\tau_i\subset H_0$)(証明略)

補題2

DBの基底関係b_iは、n属性とする。

すると、あるH_∞の要素のn組の集合$\{\vec{h}^{(1)},\cdots,\vec{h}^{(r)}\}$について、

$$DB \vdash P_\alpha(\vec{h}^{(1)}) \vee \cdots\cdots \vee P_\alpha(\vec{h}^{(r)})$$

である必要十分条件は、あるiについて、$DB \vdash P_\alpha(\vec{h}^{(i)})$が成り立ち、そのような$\vec{h}^{(i)}$について、必ず$EDB \vdash P_\alpha(\vec{h}^{(i)})$である。即ち、$\vec{h}^{(i)}$は、$H_0$の要素の$n$組である。

[証明]

⇐ 明か。

⇒ 記号P_{α_i}, P_αの代りにb_i, bを用いる。

仮定より、DBは充足可能だから、{公理⑧⑨}$\cup$EDBより、空節は導けない。さて、$DB \vdash b(\vec{h}^{(1)}) \vee \cdots\cdots \vee b(\vec{h}^{(r)})$より、

$$\{公理⑧⑨\} \cup EDB \cup \{\bigcup_{j=1\cdots r} \sim b(\vec{h}^{(j)})\} \quad \cdots\cdots(イ)$$

は充足不能であり、空節が導出される。

正の仮想関係リテラルを、V_α, V_p, $V_{p'}$とすると、公理⑧の節形式は、

$$\{\bigvee_{l,\alpha} (\sim b_l \vee \sim V_\alpha)\} \vee V_p \quad (但し、l+\alpha \neq 0) \cdots\cdots(ロ)$$

の一個の節、一方、公理⑨の節形式は、

$$\{\bigvee_{m',n'} (\sim b_{m'} \vee b_{n'})\} \vee V_{p'} \quad (但し、m'+n' \neq 0) \cdots\cdots(ハ)$$

の複数個の、節集合に変換される。(但し、$\bigvee_l b_l$は、b_lのl個の選言を意味する。)

ここで、(イ)の{公理⑧⑨}、即ち、{(ロ)(ハ)}の節集合が、必ず、(イ)の反ばくプロセスに加わると仮定する。 ……(ニ)

先ず、(イ)の$\sim b(\vec{h}^{(j)})$が、(ハ)の$b_{n'}$で統一可能であったとしても分解式に$V_{p'}$が残り、空節は導出されない。又、その分解式の$V_{p'}$が、(ロ)の$\sim V_\alpha$と統一可能であったとしても、それらの分解式にV_pが残る。再び、(ロ)の形式の節の$\sim V_\alpha$で、残ったV_pを統一したとしても、必ず統一置換により生じた分解式に、正の仮想関係リテラルが存在して、空節を導く反ばくプロセスは、永久に存在しえない。故に、(ニ)の仮定に矛盾する。

よって、(イ)において、$EDB \cup \{\bigcup_{j=1\cdots r} \sim b(\vec{h}^{(j)})\}$からのみ空節が導出される。EDBには、bについて、基礎リテラルのみ存在するので、結局、反ばくに加わるのは、$\{\bigcup_{j=1\cdots r} \sim b(\vec{h}^{(j)})\}$の集合の中の、ある単一の$\sim b(\vec{h}^{(i)})$のみとなる。しかも、その基礎リテラルと統一可能である為には、$\vec{h}^{(i)}$は、H_0の要素のn組でなくてはならない。即ち、そのような$\vec{h}^{(i)}$について、$EDB \cup \sim b(\vec{h}^{(i)})$, $DB \cup \sim b(\vec{h}^{(i)})$が充足不能となり $EDB \vdash b(\vec{h}^{(i)})$, $DB \vdash b(\vec{h}^{(i)})$が成り立つ。

q.e.d.

<u>補題2'</u>

EDBに、負の基底関係の基礎リテラルが含まれれば、補題2のP_αを、$\sim P_\alpha$で置換した主張が成り立つ。

<u>補題3</u>

$B(\vec{x},\vec{y})$において、$\vec{x}=(x_1,\cdots,x_m)$, $\vec{y}=(y_1,\cdots,y_n)$とする。すると、あるH_∞の要素の$(m+n)$組の集合$\{\vec{h}^{(1)},\cdots\vec{h}^{(r)}\}$について

$$DB \vdash B(\vec{h}^{(1)}) \vee B(\vec{h}^{(2)}) \vee \cdots\cdots \vee B(\vec{h}^{(r)})$$

である必要十分条件は、

あるiについて、$DB \vdash B(\vec{h}^{(i)})$が成り立ち、そのような$\vec{h}^{(i)}$について、必ず、$EDB \vdash B(\vec{h}^{(i)})$である。即ち、$\vec{h}^{(i)}$は、$H_0$の要素の$(m+n)$組である。

(証明略。Bは、$b_1(\vec{x}) \vee b_2(\vec{x})$, $b_1(\vec{x}) \wedge b_2(\vec{x})$, $\sim b_1(\vec{x}) \vee b_2(\vec{x})$, $\sim b_1(\vec{x}) \wedge b_2(\vec{x})$ 等の組み合せの一般形であり、EDBは、b_iについての基礎リテラルの集合である。よって補題2と同様にして、証明される。)

以上の準備の下に、定理2を証明する。

[定理2の証明]

$P_\beta[\vec{x}] \triangleq (Q_{\vec{y}}\, \vec{y}/\tau_{\vec{y}}) B(\vec{x},\vec{y})$ ……⑩ と定義する。

ここで$\vec{x}=(x_1\cdots x_m)$, $\vec{y}=(y_1\cdots y_n)$とすると、

$P_\beta[\vec{x}] \triangleq (Q_{y_1} y_1/\tau_{y_1})\cdots\cdots(Q_{y_n} y_n/\tau_{y_n}) B(x_1\cdots x_m\, y_1\cdots y_n)$ となる。

ところで補題3より、あるH_0の要素の$(m+n)$組の$\vec{h}$について$DB \vdash B(h_1\cdots h_{m+n})$であれば、必ず$EDB \vdash B(h_1\cdots h_{m+n})$であり、その逆も成り立つ。よって、そのような$\vec{h}$は、集合$S_0 \triangleq \{\vec{x}/\tau_{\vec{x}}\ \vec{y}/\tau_{\vec{y}} \mid EDB \vdash B(\vec{x},\vec{y})\}$に属す。

集合S_0に属す、ある$\vec{h}$の、はじめの$(m+n-1)$組、$(h_1, h_2, \cdots h_{m+n-1})$について、

(i) $Q_{y_n}=\forall$ の時

$DB \vdash (\forall y_n/\tau_{y_n}) B(h_1\cdots h_{m+n-1}, y_n)$ ……⑪

である必要十分条件は、

$\tau_{y_n}\ni C$ である。すべての C について

$DB\vdash B(h_1,\cdots,h_{m+n-1},C)$ ……⑫

でなくてはならない。即ち⑫を満足するすべての$(h_1,\cdots,h_{m+n-1},C)$が、集合S_0に存在すれば、⑪が成り立つ。その為には、$C\in H_0$でなくてはならない。故に、$\tau_{y_n}\subseteq H_0$でなくてはならない。よって、この時⑪を満足する$(h_1\cdots h_{m+n-1})$は、必ず

$(h_1\cdots h_{m+n-1})\in\Delta_{y_n}\{\bar{x}_{\tau_x}\bar{y}_{\tau_y}\mid EDB\vdash B(\bar{x},\bar{y})\}$

(但し、Δ_{y_n}は、$\tau_{y_n}\subseteq H_0$であるτ_{y_n}についての devision operator) となる。

(ii) $Q_{y_n}=\exists$ の時

$DB\vdash(\exists y_n/\tau_{y_n})B(h_1,\cdots,h_{m+n-1},y_n)$ ……⑬

である必要十分条件は、

ある$C^{(1)},\cdots,C^{(r)}$(但し、各$C^{(i)}\in\tau_{y_n}$)について

$DB\vdash B(h_1\cdots h_{m+n-1},C^{(1)})\vee\cdots\vee B(h_1\cdots h_{m+n-1},C^{(r)})$ ……⑭

が成り立つことである。この時、補題3より、⑭のある$C^{(i)}$について必ず

$DB\vdash B(h_1\cdots h_{m+n-1},C^{(i)})$ ……⑮

で、しかも、この$(h_1\cdots h_{m+n-1},C^{(i)})$は集合$S_0$に属していなくてはならない。故に、$C^{(i)}\in H_0$である。よって⑬が成り立てば、$\tau_{y_n}$より、$H_0$に含まれない要素を除去した$\tau'_{y_n}$($\tau'_{y_n}\subseteq H_0$)について、$DB\vdash(\exists y_n/\tau'_{y_n})B(h_1\cdots h_{m+n-1},y_n)$が成り立ち、そのような$(h_1\cdots h_{m+n-1})$は、

$(h_1\cdots h_{m+n-1})\in\Pi_{y'_n}\{\bar{x}_{\tau_x}\bar{y}_{\tau_y}\mid EDB\vdash B(\bar{x},\bar{y})\}$

(但し、$\Pi_{y'_n}$は、τ'_{y_n}についての projection operator) となる。

そこで集合S_0より、$Q_{y_n}=\forall$ならば⑫を満足するすべての$(h_1\cdots h_{m+n},C)$を、$Q_{y_n}=\exists$ならば⑮を満足するすべての$(h_1\cdots h_{m+n-1}C^{(i)})$を取り出して、それらを要素とする$(m+n)$組の集合$S_1$をもとめる。

すると集合S_1の任意の要素のはじめの$(m+n-1)$組$(h_1\cdots h_{m+n-1})$について、必ず

$DB\vdash(Q_{y_n}/\tau_{y_n})B(h_1\cdots h_{m+n-1},y_n)$が成り立つ。

次に、集合S_1の、ある要素のはじめの$(m+n-2)$組$(h_1\cdots h_{m+n-2})$について、

(i)' $Q_{y_{n-1}}=\forall$ の時

$DB\vdash(\forall y_{n-1}/\tau_{y_{n-1}})B(h_1,\cdots,h_{m+n-2},y_{n-1},C)$ ……⑯

である必要十分条件より、(i)と同様にして、⑯を満足する$(h_1\cdots h_{m+n-2})$は、集合

$\Delta_{y_{n-1}}[\Delta_{y_n}\text{ or }\Pi_{y'_n}]\{\bar{x}_{\tau_x}\bar{y}_{\tau_y}\mid EDB\vdash B(\bar{x},\bar{y})\}$

に属することがいえる。(但し、$[\Delta_{y_n}\text{ or }\Pi_{y'_n}]$は、$Q_{y_n}=\forall$ならば$\Delta_{y_n}$を、$Q_{y_n}=\exists$ならば$\Pi_{y'_n}$を作用する意味である。)

(ii)' $Q_{y_{n-1}}=\exists$ の時

$DB\vdash(\exists y_{n-1}/\tau_{y_{n-1}})B(h_1\cdots h_{m+n-2},y_{n-1},C)$ ……⑰

である必要十分条件は、(ii)と同様にして、⑰を満足する$(h_1\cdots h_{m+n-2})$は、集合

$\Pi_{y'_{n-1}}[\Delta_{y_n}\text{ or }\Pi_{y'_n}]\{\bar{x}_{\tau_x}\bar{y}_{\tau_y}\mid EDB\vdash B(\bar{x},\bar{y})\}$

に属すことがいえる。

そして、集合S_0より集合S_1をもとめたと同様に、集合S_1より集合S_2がもとまり、S_2の任意の要素の、はじめの$(m+n-2)$組$(h_1\cdots h_{m+n-2})$について、必ず

$DB\vdash(Q_{y_{n-1}}/\tau_{y_{n-1}})(Q_{y_n}/\tau_{y_n})B(h_1\cdots h_{m+n-2},y_{n-1},y_n)$

が成り立つ。

この操作を、逐次$Q_{y_{n-2}},\cdots Q_{y_1}$まで続けると、最終的に、$(m+n)$組を要素とする集合$S_n$が得られる。この$S_n$の任意の要素のはじめの$m$組$(h_1\cdots h_m)$について、

$DB\vdash(Q_{y_1}/\tau_{y_1})\cdots(Q_{y_n}/\tau_{y_n})B(h_1\cdots h_m,y_1\cdots y_n)$

i.e. $DB\vdash P_\beta(h_1\cdots h_m)$ ……⑱

が成り立ち、その必要十分条件から、$(h_1\cdots h_m)$は、集合$\beta\triangleq[\Delta_{y_i}\text{ or }\Pi_{y'_i}]_{i=1\sim n}\{\bar{x}_{\tau_x}\bar{y}_{\tau_y}\mid EDB\vdash B(\bar{x},\bar{y})\}$

に属す。(但し、$[\Delta_{y_i}\text{ or }\Pi_{y'_i}]_{i=1\sim n}$は、$Q_{y_i}$が$\forall$ならば$\Delta_{y_i}$を、$Q_{y_i}$が$\exists$ならば$\Pi_{y'_i}$として、それらの$i=1$から$l$までの$l$個のoperationの系列である。又、$\{\bar{x}_{\tau_x}\bar{y}_{\tau_y}\mid EDB\vdash B(\bar{x},\bar{y})\}$の集合は、Appendixで示されるように、補題1を用いて、基底関係E_iの集合演算としてもとまる。)

さて、⑱の$P_\beta(h_1\cdots h_m)$は、DBより演繹された。よってDBより演繹されるqueryの答は、DBに$P_\beta(h_1\cdots h_m)$を追加した命題集合をDB'とすると、DB'より演繹されるqueryの答と等しくなる。

i.e. $DB'\triangleq\{公理⑧⑨\}\cup EDB\cup\{\bigcup_{\bar{h}\in\beta}P_\beta(\bar{h})\}$

公理⑨は、P_βの定義⑩より次式と等価である。$(\forall\bar{x}/\tau_x)\{P_\beta(\bar{x})\supset P_r(\bar{x})\}$ ……⑲

故に、DB'の公理は{⑧⑲}となりHornである。一方、それらの量記号はすべ

て全称記号だから、DB′は、Reiterの定義するデータベース(§2.(2))に属す。そして query ⑦は肯定的だから、定理1を用いて、いかなる不確定解も持たないことが証明される。 q.e.d

次に、Reiter の定義6を拡張する。

<u>定義11</u>

query が、$\langle \vec{x}/\vec{\tau} \mid (Q\vec{y}/\vec{\theta})K_1 \vee \cdots \vee K_r \rangle$ の時、広義に肯定的であるという。

(但し、各K_iは、正のリテラルの連言で、Qは全称、又は存在の量記号)

すると、一般に、Reiter の定理1を拡張した定理3が成り立つ。

<u>定理3</u>

DBは、関数記号と、全称、存在の量記号 を許した有限個数のwffで構成され充足可能とする。すると各命題の母式がHornで、かつ、queryが広義に肯定的ならば、いかなる不確定な解も持たない。

(略証) $\vec{h}^{(i)}$をH∞の要素のn組とし、queryが$\{\vec{h}^{(1)},\cdots,\vec{h}^{(r)}\}$の最小解を持ったとする。するとHenschen & Wos [5]の"充足不能のHorn節集合は、positive unit refutation を持つ"の定理が、引数にスコーレム関数を含んでも成立することより、定理1と同様に証明される。

Chang の query ①と公理②の場合は、定理3に属し、一般に確定解を持つ。

3.5. 例題

(例3) FATHER(x, y): "xはyの父である"

MOTHER(x, y): "xはyの母である"

BROTHER(x, y): "xはyの兄弟である"

COUSIN(x, y): "xはyのいとこである"

の基底関係が存在し、定義域として、male, female, human が定義されているとする。この時、"UNCLE(x, y): xはyのおじである" という仮想関係は、次の2つの公理で定義される。

$$(\forall x/male)(\forall y/human)(\forall z/human)[FATHER(x, z) \wedge COUSIN(z, y) \supset UNCLE(x, y)] \quad \cdots\cdots ⑳$$

$$(\forall x/male)(\forall y/human)[(\exists z/human)\{FATHER(z, y) \vee MOTHER(z, y)\} \wedge BROTHER(x, z) \supset UNCLE(x, y)] \quad \cdots\cdots ㉑$$

㉑式より、UNCLEは拡張仮想関係である。"aのおじさんは?" という query は、$\langle x/male \mid UNCLE(x, a) \rangle$で表現される。

§4. DDBと拡張仮想関係

Reiterは、データベースの構成を、IDBとEDB以外に、DDB(Definitional Data Base)を定義し、そこでは、ある範囲内で、内包的事実に存在記号を許容している[ ]。即ち、DDBで定義される述語定数Pは、EDBとIDBに出現する述語定数と、他のDDBで定義される述語定数、及び、結合記号と全称、存在の量記号で定義される。そして、P自身がPで定義されることはなく、又、PはIDBやEDBに出現しない記号である。DDBが構成されている時、query: QにPが出現すれば、Pの定義部でQが置換されて、解答が計算される。

一方、定理2の証明で定義された述語定数P_βは、EDBに出現する述語定数及び、結合記号と全称、存在の量記号で定義される。そしてP_βの部分命題は、やはりP_βの定義を満足するので、P_β自身、他のP_βで定義されていると解釈される。又、P_β自身が、P_βで定義されることはない。

故に、P_βは、DDBで定義される述語定数の機能を部分的に反映している。唯一の相異点は、DDBで定義される述語定数は、IDBの述語を用いて定義可能だが、IDBには出現できない。一方、P_βは、DB′のIDBに出現するが、P_β自身、IDBの述語(即ち、仮想関係)を用いて定義できない。

結果論的に、拡張仮想関係を定義する公理は、解の確定性を保存しつつ、IDBに、DDBの機能を、部分的に取り

入れたものであると解釈される。

例3で、拡張仮想関係の定義の代りに、DDBを用いて考察する。

⑳をIDBで定義し、仮想関係UNCLE1(x,y)としたものが、㉒である。

$(\forall x/male)(\forall y/human)(\forall z/human)[FATHER(x,z) \wedge COUSIN(z,y) \supset UNCLE1(x,y)]$ …㉒

㉑をDDBで定義し、定義される述語定数をUNCLE2とする。

$(\forall x/male)(\forall y/human)[UNCLE2(x,y) \equiv (\exists z/human)\{FATHER(z,y) \vee MOTHER(z,y)\} \wedge BROTHER(x,z)]$ …㉓

再び、DDBで述語定数UNCLEを定義する。

$(\forall x/male)(\forall y/human)[UNCLE(x,y) \equiv UNCLE1(x,y) \vee UNCLE2(x,y)]$ …㉔

例3のqueryの解答は、㉒㉓㉔式より計算される。

§5. 閉世界仮説(Closed World Assumption)

§3では、何らの仮説も導入せずにして、確定解が得られるようなqueryとデータベースの条件について考察した。

他方、Reiterは、関数記号を含まないデータベース(§2.(2))において、「証明されない事実は、その否定が真である」とする閉世界仮説を導入し、その仮定の下では、すべての存在限定されたqueryの最小な解が、確定的となることを証明している。ここでは、そのような場合、全称限定されたqueryの最小な解も、やはり確定的となることを証明する。

Reiterの Lemma. 1[13]

$W_1 \cdots W_r$が、命題論理の命題とする。すると、$DB \cup \overline{EDB} \vdash W_1 \vee \cdots \vee W_r$ の必要十分条件は、あるiについて $DB \cup \overline{EDB} \vdash W_i$ である。

(但し、$\overline{EDB}$は、閉世界仮説を反映するもので、$\overline{EDB} = \{\sim P\vec{c} \mid P$:述語記号、$\vec{c}$:定数ベクトル、かつ $DB \nvdash P\vec{c}\}$で定義される集合)

Gödelの完全性定理

Tは first order theory であり、Wが1つのwffとする。この時、$T \vdash W$ の必要十分条件は、$T \models W$ である。

(ここで、$T \models W$は、Tのあらゆるモデルで、Wが真であることを意味する。)

定理4

$Q = \langle \vec{x}/\vec{\tau} \mid (\forall \vec{y}/\vec{\theta}) W(\vec{x},\vec{y}) \rangle$ とした時、DBに対するQのすべての最小なCWA(閉世界仮説)の解は、確定的となる。

(証明)

Qの最小な解を$\{\vec{c}^{(1)},\cdots,\vec{c}^{(m)}\}$とする。

$\therefore DB \cup \overline{EDB} \models \bigvee_{1 \le i \le m} (\forall \vec{y}/\vec{\theta}) W(\vec{c}^{(i)},\vec{y})$

$\therefore$ Gödelの完全性定理を用いて

$DB \cup \overline{EDB} \models \bigvee_{1 \le i \le m} (\forall \vec{y}/\vec{\theta}) W(\vec{c}^{(i)},\vec{y})$ が成り立つ。

よって、$DB \cup \overline{EDB}$ のモデルは、

$DB \cup \overline{EDB} \models_{M_i} (\forall \vec{y}/\vec{\theta}) W(\vec{c}^{(i)},\vec{y})$ ……㉕

が成り立つようなm個のクラスM_i $(i=1,\cdots m)$に、分割可能である。

$\therefore$ ㉕はすべての定数ベクトル$\vec{d}_j \in |\vec{\theta}|$に対し、

$DB \cup \overline{EDB} \models_{M_i} W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_j)$ となる。

故に、$|\vec{\theta}| = \{\vec{d}_1,\cdots,\vec{d}_n\}$とすると、

$DB \cup \overline{EDB} \models_{M_i} W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_1) \wedge W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_2) \wedge \cdots \wedge W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_n)$

$\therefore DB \cup \overline{EDB} \models \bigvee_{1 \le i \le m} \{W(\vec{c}^{(i)},d_1) \wedge W(\vec{c}^{(i)},d_2) \wedge \cdots \wedge W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_n)\}$

$\therefore DB \cup \overline{EDB} \vdash \bigvee_{1 \le i \le m} \{\bigwedge_{1 \le j \le m} W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_j)\}$

Reiterの Lemma 1より、あるiに対し、

$DB \cup \overline{EDB} \vdash \bigwedge_{1 \le j \le m} W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_j)$

$\therefore DB \cup \overline{EDB} \vdash W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_1) \wedge W(\vec{c}^{(i)},d_2) \wedge \cdots \wedge W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_n)$

$\therefore DB \cup \overline{EDB} \vdash W(\vec{c}^{(i)},\vec{d}_j)$ for all $\vec{d}_j \in |\vec{\theta}|$

$\therefore DB \cup \overline{EDB} \vdash (\forall \vec{y}/\vec{\theta}) W(\vec{c}^{(i)},\vec{y})$

よって、あるiに対し、

$DB \cup \overline{EDB} \vdash (\forall \vec{y}/\vec{\theta}) W(\vec{c}^{(i)},\vec{y})$.

故に、$\vec{c}^{(i)}$が、Qの解となり、最小なCWAの解は、確定的となる。 q.e.d.

§6. おわりに

拡張仮想関係は、仮想関係として、定義できる範囲を拡大し、しかも、その公理は、ここで証明されたように、解の確定性を保存するから、Horn節の場合の効率の良さを損なわない。その上、Changのquery評価法の有向連結グ

ラフ法等がそのまま流用できて、「知識フィルタ」[17,18]等を、演繹的質問応答で利用可能とするメリットを持つ。

今後は、このようなシステムの実働化が、重要な課題である。

謝辞　日頃、御指導頂く当研究所北川所長と、述語論理とモデル理論を解説して頂き、有益なご助言，ご討論をして頂いた竹島研究員に、深謝の意を表します。

参考文献

[1] Chang, C.L. (1978) "DEDUCE2: Further investigation of Deduction in Relational Data Bases," in Logic and Data Bases, (H. Gallaire and J. Minker, Eds.), Plenum Press, 1978, 201-236

[2] Chang, C.L and Lee, R.C.T. (1973) "Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving," Academic Press, New York, 1973.

[3] Chang, C.L and Slagle, J.R. (1979) "Using Rewriting Rules for Connection Graphs to Prove Theorems," Artificial Intelligence. 12,

[4] Furukawa, K. (1979) "Relational Strategy for Processing Universally Quantified Queries to Large Data Bases", Proc. of 6th IJCAI.

[5] Henschen, L. and Wos. L. (1974) "Unit Refutations and Horn Sets," J. ACM. 21.4.

[6] 北川敏男 (1980) "知識工学のあり方に関する研究" 文部省特定研「知識工学の基礎とその応用に関する研究」総合研究(A), 9-32

[7] Kowalski, R. (1974) "Predicate Logic as Programming Language", Proc. of IFIP.

[8] Nicolas, J.M. (1978) "First order Logic Formation For Functional, Multivalued and Mutual Dependencies", SIGMOD, 40-46.

[9] Nicolas, J.M. and Gallaire, H (1978) "Data Bases: Theory vs. Interpretation", in Logic and Data Bases (H. Gallaire and J. Minker Eds.), Plenum Press, 1978, 201-236.

[10] 大須賀節雄: "意味処理と知識利用のシステムについて" 日本語情報処理シンポジウム報告書, 情報処理学会プログラミング・シンポジウム委員会, (1978), 234-261

[11] Reiter, R. (1977) "An Approach to Deductive Questing-Answering," BBN Report No. 3649, Bolt Beranek and Newman, Inc.

[12] Reiter, R. (1978a) "Deductive Question Answering on Relational Data Bases" in Logic and Data Bases, 1978, 149-178.

[13] Reiter, R. (1978b) "On Closed World Data Bases", in Logic and Data Bases, 1978, 55-76.

[14] Roussel, P. (1975) "PROLOG: Manuel de Reference et d'Utilisation", Groupe d'Intelligence Artificielle, U.E.R. de Luminy, Universite d'Aix-Marseille, Sept. 1975

[15] Sickel, S. (1976) "A Search Technique For Clause Interconnectivity Graphs", IEEE Trans. on Comp. C-25 (1976) 823-834.

[16] 国藤進, 若木利子, 竹島卓 (1978) "ユーザ・ヴューに基づくフィルタリング法について", 電子通信学会, 信学技法 AL 78-68.

[17] 国藤進, 若木利子 (1979) "知識ベースと統合性制約" 電子通信学会, 信学技法 AL 79-72.

[18] 国藤進, 若木利子 (1980) "知識ベースと演繹的質問応答 (1) 知識フィルタ切断法" 情報処理学会全国大会.

[19] 若木利子, 国藤進 (1980) "知識ベースと演繹的質問応答 (2) 拡張仮想関係" 情報処理学会全国大会.

Appendix

集合 $\{\vec{x}/\vec{c}_x, \vec{y}/\vec{c}_y \mid EDB \vdash B(\vec{x},\vec{y})\}$ は、以下で示されるように基底関係 $\mathscr{b}_i$ の集合演算として計算される。

記号の簡単化の為、$(\vec{x},\vec{y})=\vec{X}$, R_i を b_i とする。$B(\vec{x},\vec{y})$, 即ち $B(\vec{X})$ は、一般に $b_1(\vec{X}) \vee b_2(\vec{X})$, $b_1(\vec{X}) \wedge b_2(\vec{X})$, $\sim b_1(\vec{X})$, $b_1(\vec{X}) \vee \sim b_2(\vec{X})$ $b_1(\vec{X}) \wedge \sim b_2(\vec{X})$ の組み合せである。

(i) EDB が、定義10 の正、負の基礎リテラルで構成される場合.

(1) $\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash b_1(\vec{X}) \vee b_2(\vec{X})\} = \mathscr{b}_1[\vec{X}] \cup \mathscr{b}_2[\vec{X}]$

(2) $\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash b_1(\vec{X}) \wedge b_2(\vec{X})\} = \mathscr{b}_1[\vec{X}] \cap \mathscr{b}_2[\vec{X}]$

(3) $\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash \sim b_1(\vec{X})\} = |\vec{c}| - \mathscr{b}_1[\vec{X}]$

(4) $\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash b_1(\vec{X}) \vee \sim b_2(\vec{X})\} = \mathscr{b}_1[\vec{X}] \cup \{|\vec{c}| - \mathscr{b}_2[\vec{X}]\}$

(5) $\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash b_1(\vec{X}) \wedge \sim b_2(\vec{X})\} = \mathscr{b}_1[\vec{X}] \cap \{|\vec{c}| - \mathscr{b}_2[\vec{X}]\}$

(ii) EDB が、定義10 の正の基礎リテラルのみで構成される場合.　(i) の (1) (2) は同じ.

$\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash \sim b_1(\vec{X})\} =$ 空集合

$\{\vec{X}/\vec{c} \mid EDB \vdash b_1(\vec{X}) \vee \sim b_2(\vec{X})\} = \mathscr{b}_1[\vec{X}]$