知識表現のための多層論理

大須賀節雄
（東京大学　宇宙航空研究所）

1. まえがき

知識を取得し、保有して、かつユーザの問題解決に役立てる知識型システムの実現には、知識表現の形式およびこれとこの他の表現形式—外部表現，プログラム，データベース—間の変換アルゴリズムを確立する必要がある。述語論理は上記の基本変換に適しているが記述力が十分でないため、将来，知識システムを汎用のものとするためにはこの拡張と、それを可能にするための推論アルゴリズムの拡張が必要となる。

一方、実用性の点では述語論理は効率の悪さが指摘され、この改善が必要である。Many Sorted Logic（以下MSL）と呼ばれる述語論理の一変形は、従来の述語論理が、すべての記述対象の単純な集合上で定義され、このうちのある部分集合Aに属する対象についてのみ成り立つ関係は、この関係を表わす述語の他にこの集合Aを定義づける条件を表わす述語を用いるのにたいし、変数xをこの集合A上でのみ定義し、したがって集合Aを述語の中に陽に含む形式を用いる。この形式のもとで，従来の方式のもとでは $(\forall x)[man(x) \Rightarrow mortal(x)]$ と表わされる述語"人はすべて死す"は $(\forall x/MAN)\, mortal(x)$ と表わされる。MANは $man(x)$ なる性質を満たすものの集合である。このようにMSLのもとでは論理式の論理構造が単純であること，friend(red, desk)（"赤は机の友人である"）のようなナンセンスな表現が生成されることがないこと，推論処理および検索の効率化が図れるなどの利点がある。

MSLは内包性公理（任意の条件 $c(x)$ にたいし、対応するある集合 $C=\{x/c(x)\}$ が存在する）を理論的根拠としている。この公理のもとで，集合を定義することと、対応する述語を定義することが等価とみなされる。

これに基づき、前述の例では，集合—要素の関係を表わす述語を $man(x)$ のように表わしたが，以下ではこれをさらに形式化した述語で $elem(MAN\ x)$ のように表わす。MSLにおける論理式はこの述語を用いて通常の論理に変換される。この意味でMSLは通常の論理に含まれる集合関係の一部を陽に表わした簡略形式である。ここで一部というのは一般的な記述中に含まれ得る集合関係の中にMSLでは表現しにくいものがあり、それを表現するにはMSLをさらに拡張する必要があるからである。たとえば"セントラル・リーグ（C.L.）に属するあるチーム（TEAM）のメンバー（MEMBER）全員が風邪をひいた。"という記述では三種の異った実体の概念が含まれ、member ∈ TEAM ∈ C.L. の関係にある。これはMSLでは表現し難い。この種の表現で重要なものにいわゆる集合関数がある。これは集合を値としてもつ変数の関数であり集合の集まりを定義域とする。たとえば"年令30歳以上の日本人男子の平均身長は160 cmである。"において，年令は個々の男子の属性であり、平均身長はその集合の属性である。将来の知識システムには"患者の診断記録から診療方法を見出す"ように，人がデータの集まりから一般則を見出す発見的プロセスを援助することが重要な役割となることが予想され，これには集合関数である各種統計関数が他の述語と同じように自由に扱えること，すなわち、上述の階層的関係を扱えることができ非常に重要である。

多層論理（Multi-Layer Logic—MLL）はこの目的ですべての集合—要素を含むように拡張された論理であり、したがって関係 $\in$ の階層的関係を含むように定義域の拡大された世界の上で定義される。ただし、ある集合がそれ自身の要素であることによって生ずる矛盾を防ぐために関係 $\in$ による下降列が有限であること、したがって階層の最下位レベル（０レベル）の存在を仮定する。ここで $X \in Y$ の時，“Y は X より１レベル上位である”と定義する．レベル i の実体を X^i と表わす。

ＭＬＬの実現に際して，$\in$ の関係にある概念はグラフによって表現することができる。このグラフ全体は記述対象の構造化された世界を構成する。この上で推論規則が定義される．

２．多層論理（ＭＬＬ）

２．１　世界の構造化

ＭＬＬは可能なすべての集合—要素関係を含むように構成された論理体系である．この世界において $X^i \supset Y^i$ や $X^i \wedge Y^i = \phi$ などの集合関係は同一レベルの実体概念間にのみ成り立ち、かつレベル差１の実体間に $X^{i+1} \ni X^i$ の関係が成り立つ。さらに，定義済の X^i からこの集合族 X^{i+1} を定義する関係を導入し、$X^i * X^{i+1}$ と表わす。

各実体をノードとし，これらの関係をアークとして階層的グラフが構成される．このグラフを選択的に辿ることにより２実体間の関係が検証される。たとえば $X_1^i \supset X_2^i$，$X_2^i \supset X_3^i$，$\cdots$，$X_{n-1}^i \supset X_n$ の時，$X_1^i \supset X_n^i$ が成立する。この場合“X_1^i は X_n^i より大である”という。もし X_1^i と Y_1^i がそれぞれ X_n^i，Y_m^i より大であり、かつ $X_1^i \wedge Y_1^i = \phi$ なら $X_n^i \wedge Y_m^i = \phi$ である．

実際には上記４種の関係のうち $X^i \supset Y^i$ は $X^i * X^{i+1}$ かつ $X^{i+1} \ni Y^i$ のように他の関係で表わすことができるので世界を A，$\ni$，$*$ の３関係に対応する３種のアークで構造化する。ここで $X^i \wedge Y^i = \phi$ の関係を $X^i A Y^i$ と表わす．

２．２　構造化された世界上で定義された述語論理

構造化された世界の上で述語論理を定義する。述語は述語記号と一つもしくは複数の実体の組によって意味を表わすが，意味ある述語を生成するための実体の最低位レベルおよび範囲は各述語記号ごとに定まっている。ある述語にたいするこのような実体をその述語における基本項と呼び，基本項のみを含む述語を基本述語と呼ぶ。これはその述語の値が真か偽か——に対応づけられるので命題に等しい．たとえば father(#Taro^i #Hanako^i)（太郎は花子の父である）は基本述語である．ある実体が述語内で基本項であることを以下（必要に応じ）記号#を付して表わす。

一方，変数を含む述語では，ＭＳＬと同様，変数の変域が述語内に含められる。たとえば“人は死す”は従来の表現では $(\forall x)[man(x) \Rightarrow mortal(x)]$ で表わされるが，$man(x)$ なる述語で定義される集合 MAN^{i+1} を用いて，これを $(\forall x/MAN^{i+1})$ $mortal(x)$ と表わす．この述語の論理処理に関しては変数情報 MAN^{i+1} のみがあれば十分であるので，さらに変数記号 x を消去した簡略形 $(\forall MAN^{i+1})mortal(MAN^{i+1})$ を用いる．すなわち変数を含む述語は基本項より上位の実体を含む述語として表現される．このレベル差が１のものがＭＳＬであり、この時の論理式は

$$(Q_1X_1)\cdots(Q_nX_n)[M(X_{i_1},\cdots X_{i_n})]\,(=(Q_1x_1/X_1)\cdots(Q_nx_n/X_n)M(x_{i_1},\cdots x_{i_n})) \qquad (1)$$

のような一般形で表わされる。Ｍは論理式の本体，$Q_i\ (i=1,\cdots,n)$ は $\forall$ もしくは $\exists$，$X_j\ (j=1,\cdots,n)$ はそれぞれ変数 x_j の変域を表わす。この形式は次の変換式を接頭部の右方の変数から左方へという順序で順次適用することにより，容易に通常の論理形式に変換される。

$$=(Q_1 x_1/X_1)\cdots(Q_n x_n/X_n)M(x_{i_1}\cdots x_{i_n})=(Q_1 x_1/X_1)\cdots(Q_1 x_{n-1}/X_{n-1})[(Q_n x_n)\{elem(X_n x_n)\circ_n M(x_{i_1}\cdots x_{i_n})\}] \qquad (2)$$

ここで$\circ_i$ $(i=1,\cdots,n)$ はi番目の限量子Q_iが$\forall$か$\exists$かに応じて$\Rightarrow$または$\cap$を示す記号である。本稿では$\cap$および$\cup$により論理積(conjunction)および論理和(disjunction)を表わし、$\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\sim$によりそれぞれ含意(imply), 等価(equivalent), 否定(negation)を表わす。また集合演算記号として$\wedge$(集合積), $\vee$(集合和)を用いる。一般に$F(\#X^i)$はレベルiの実体がこの述語にたいする基本項であり，他方$(QX^{i+1})(FX^{i+1})$はFの基本項はX^{i+1}の要素X_iすなわちレベルiの実体であることを示すことから、限量子はレベル下降作用子と見ることができる。(基本項に記号#を使うのはある種の述語では基本項となる実体の絶対レベルが固定しておらず、相対レベルで定義されねばならないからである．述語$elem(X^i Y^{i-1})$などがこの例で，ここで重要なのはX^i, Y^{i-1}のレベル差が1なることである。)

一つの実体が，ある述語にたいしては基本項であり，同時に他の述語にたいしては1レベル下の実体の集合として働くということがある。S^iをn個の奇数の集合とする。$(\forall S^i)odd(S^i)$は"S^iのすべての要素は奇数である"を意味する。同時に$card.no.(\#S^i \#n)$;"S^iの濃度はnである"ではS^iは基本項である．

以上は述語内に現われる実体が基本項よりたかだか1レベルだけ上位の場合であるが、MLLではレベルがこれ以上の場合が生ずる。述語内に現われる実体が基本項よりmレベル上位のものをmレベル実体と呼ぶ。1節で述べた野球チームの例では風邪をひいたのは個々のメンバーであり，これを実体とする述語が基本述語である。チームの全メンバーに関する記述はこの一般化であり、もし特定のチームが指定されれば$(\forall TEAM^{i+1})cold(TEAM^{i+1}_{(1)})$である。$TEAM^{i+1}$の右下の(1)はこの述語の基本項が表現内の実体より1レベルだけ低いものであることを示している。しかるに前述の例ではTEAMが直接に指定されず、記述に現われているのはセントラル・リーグというさらに上位レベルの実体でありこの中の一つとしてTEAMが間接的に指定されているにすぎない。限量子がレベル下降作用子として働くことからこれを$(\forall\exists C.L.^{i+2})cold(C.L.^{i+2}_{(2)})$のように表わす．C.L.はセントラル・リーグを，$(\forall\exists C.L.^{i+2})$は$(\forall(\exists C.L.^{i+2}))$, すなわち$(\exists C.L.^{i+2})$により示されるあるレベル$i+1$の実体を$T^{i+1}(\in C.L.^{i+2})$とすると、これにたいして$\forall$が作用され，$X^i\in T^{i+1}$なるすべての$X^i$について述語が適用されることを示す。この論理式は定義から2階の述語論理に変換される．

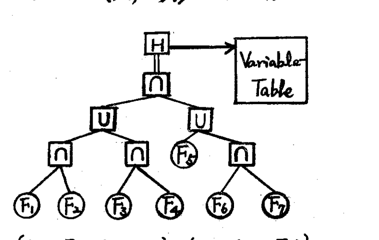
$$(\forall\exists C.L.^{i+2})cold(C.L.^{i+2}_{(2)})=(\exists T^{i+1}/C.L.^{i+2})(\forall X^i/T^{i+1})cold(X^i)=(\exists T^{i+1})(\forall X^i)[elem(\#C.L.\,T^{i+1})\cap\{elem(T^{i+1}, X^i)\Rightarrow cold(X^i)\}]$$

これは容易に一般化される．

$$(Q_1 Q_2\cdots Q_k X^{i+k})F(\cdots X^{i+k}_{(k)}\cdots)=\begin{cases}(\forall X^{i+k-1})[elem(X^{i+k}, X^{i+k-1})\Rightarrow\{(Q_1\cdots Q_{k-1}X^{i+k-1})F(\cdots X^{i+k-1}_{(k-1)}\cdots)\}] & \text{if } Q_k:\forall\\(\exists X^{i+k-1})[elem(X^{i+k}, X^{i+k-1})\cap\{(Q_1\cdots Q_{k-1}X^{i+k-1})F(\cdots X^{i+k-1}_{(k-1)}\cdots)\}] & \text{if } Q_k:\exists\end{cases}\quad\cdots(3)$$

2．3　推論処理の概要

一般のmレベル実体を含む述語から成る論理式(wff)を考える。wffの定義は従来のものと同様とする。マトリクス部のi番目のリテラルがF_i, $i=1,\cdots,m$である論理式の論理構造を含む表現を$S\{F_i|i=1,\cdots,m\}$で表わす．$S\{\}$はこの論理式の構造情報を表わす。図1は$\{(F_1\cap F_2)\cup(F_3\cap F_4)\}\cap\{F_5\cup(F_6\cap F_7)\}$の例を示す。



$\{(F_1\cap F_2)\cup(F_3\cap F_4)\}\cap\{F_5\cup(F_6\cap F_7)\}$

図1. 論理構造とそのAND-OR木表現の例

この論理式から一つのリテラルF_iを任意に

選び出したとする。w.f.f.内の全リテラルの集合のうち、F_jと論理積記号$\cap$で直接結び付けられているものの集まりを $A_j=\{F_{j1},\cdots F_{jk_j}\}$ とする。F_j自身もこの中に含める。また、$S\{\ \}$からA_jを除去した残りの構造を $S_j'\{F_i \mid i\leq m,\ F_i\notin A_j\}$ で表わす。するともとの論理式は

$$\sim S_j' \Rightarrow F_{j1}\cap\cdots\cap F_{jk_j} \qquad (4)$$

と等価である。もし$S\{\ \}$が論理和$\cup$を含まない時，$S_j'=\phi$ になる。言い換えれば、論理式は$\cup$を含まず $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_k$ の形で表わされるものと，$\cup$を含み、その中の任意のリテラルC_iにたいし、C_iを含む論理積グループ $C_1\cap\cdots\cap C_\ell$ を結論に有し $\sim S'\Rightarrow C_1\cap\cdots\cap C_\ell$ の形で表わされるものの二つのクラスに分けられる。以後、前者を才１のクラスの論理式，後者を才２のクラスの論理式と呼ぶ。なお、システムに前もって与えられた事実，法則，事象，定理などを記述する論理式は知識ベースに貯えられ，これが知識を形成する。

このシステムに、構造 $SQ\{G_i \mid i=1,2,\cdots,n\}$ を有する論理式で表わされた質問Qが与えられたとする。その中にあるリテラルG_jを選び，G_jと，その中に含まれる変数（変域）のみを含み他のリテラルおよび変数をすべて消去して得られる単一アトムの論理式を記号$\wedge$を用いて $\hat{G}_j$ と表わす。

もし知識ベース内のある才１のクラスの論理式内のリテラルA_iから作られる単一アトム論理式$\hat{A}_i$がこの$\hat{G}_j$にたいし $\hat{A}_i\Rightarrow\hat{G}_j$ の関係を満たしたら，$\hat{G}_j$は真であり，Qの構造内でG_jに“論理的に真”を表わすラベル$\mathbb{T}$が与えられる。もし、G_jの否定形から求められる単一アトム論理式 $\sim\hat{G}_j$ にたいし，$\hat{A}_i\Rightarrow\sim\hat{G}_j$ なら、G_jには“論理的に偽”を表わすラベル$\mathbb{F}$が与えられる。

もし知識ベース内のある才２のクラスの論理式Pがあり，このうちのリテラルC_iがG_jにたいし $\hat{C}_i\Rightarrow\hat{G}_j$ の関係を満たす場合，Pを $\sim S'\Rightarrow C_1\cap\cdots\cap C_i\cap\cdots\cap C_\ell$ の形に編成しQ内のG_jをこのP内の$\sim S'$でおきかえることにより，新しい表現Q'が得られる（実際にはPと $\sim Q$ とから $\sim Q'$ が作られる）。“Pが真”の条件のもとでQ'はQと等価であり，以後の推論処理はこのQ'を新しい質問として同様の処理を繰り返す。以下，$\hat{B}\Rightarrow\hat{G}_j$ なるあるリテラルBを含む論理式を“$\hat{G}_j$にたいし含意条件を満たす”という。

もし$\hat{G}_j$にたいし含意条件を満たす論理式が知識ベース内一つもなかったら、$\hat{G}_j$は真とも偽とも判定できない。この時G_jには論理値不明を示すラベル$\mathbb{U}$が付せられる。構造$S\{\ \}$の表現にAND－OR木を用いた場合，あるノードが，上記三種のいずれかのラベルを付けられたなら、その直上のノードはこの値を用いて評価可能かどうか調べられる。

以上のプロセスにおいて，共通の述語Fを有する二つの単一アトム論理式$\hat{C}$と$\hat{G}$が与えられた時の，含意条件 $\hat{C}\Rightarrow\hat{G}$ を次節に示す。

２．４ 含意条件

ＭＬＬにおける二つの論理式間に $\hat{C}\Rightarrow\hat{G}$ の関係が成立する条件を (1)個々の対応する実体と限量記号に関する条件と，(2)変数同志の相互関係に関連する条件に分けて扱う。これらの条件は$\hat{C}$と$\hat{G}$を通常の論理に変換し、これらに導出原理を適用することにより求められる。これには$\hat{G}$の代りにその否定$\sim\hat{G}$を用い，$C\cap\sim\hat{G}$ を標準形に変換する。

条件の才一の部分は一般性を失なうことなく，i番の変数に着目して導くことができる。$\hat{C}=\cdots(Q_i^{a+1}Q_i^{a+2}\cdots Q_i^{a+k_i}X_i^{k_i})\cdots F(\cdots X_{i(k_i)}^{a+k_i}\cdots)=C_{k_i}(X_i^{k_i})$ と表わす。aはi番

の変数の基本項のレベルであるが，以下これを省略する。$C_{k_i}(X_i^{k_i})$ を(3)式を用いて次のように展開する。

$$C_{k_i}(X_i^{k_i}) = \cdots(Q_i^{k_i} X_i^{k_i-1}/X_i^{k_i}) --- (Q_i^1 X_i^0/X_i^1) \cdots [\cdots F(\cdots X_{i(0)}^0 \cdots)\cdots]$$
$$= \cdots(Q_i^{k_i} X_i^{k_i-1}) --- (Q_i^1 X_i^0) \cdots [\cdots elem(X_i^{k_i} X_i^{k_i-1}) \circ_{i_{k_i}} \{elem(X_i^{k_i-1} X_i^{k_i-2}) \circ_{i_{k_i-1}} --- \circ_{i_1} \{\cdots F(\cdots X_{i(0)}^0 \cdots)\cdots\}\cdots\}] \qquad (5)$$

ここで…はi番以外の実体に関する部分を，---はi番内の階層的関係の展開部分を示す。$\circ_{i_j}$ はi項内j番の限量子 Q_i^j が $\forall$，$\exists$ に応じて $\Rightarrow$，$\cap$ を示す。

あるいは以後簡単のため，$i_j\ (i=1, ---, k_i)$，k_i，X_i，$\cdots F(\cdots X_i^1 \cdots)\cdots$ をそれぞれ j，m，X_i^{m+1}，$C_0(X_i^1)$ と表わす。すると $C_{k_i}(X_i) \equiv C_m(X_i^{m+1})$ は

$$\hat{C}_{k_i}(X_i^{k_i}) = ---(Q_i^{k_i} X_i^{k_i}) --- (Q_i^r X_i^{r-1}) \cdots [elem(X_i^{k_i} X_i^{k_i-1}) \circ_{k_i} \{--- \circ_r \hat{C}_r(X_i^r)\} ---]\ \text{ただし}\ \hat{C}_0(X_i^0) = [F(\cdots X_{i(0)}^0 \cdots)] \qquad (6)$$

と再帰的に表わされ，同様に $\hat{G}$ についても

$$\hat{G}_{k_i}(Y_i^{k_i}) = \cdots(Q_i^{k_i} Y_i^{k_i-1}) --- (Q_i^r Y_i^{r-1}) \cdots \{elem(Y_i^{k_i} Y_i^{k_i-1}) \circ_{k_i} \{\cdots \circ_r \hat{G}_r(Y_i^r)\} ---\}\ \text{ただし}\ \hat{G}_0(Y_i^0) = [F(\cdots Y_{i(0)}^0 \cdots)] \qquad (7)$$

が得られる。$\hat{C}_{k_i}$，$\hat{G}_{k_i}$ のi項r番の変数の限量記号をそれぞれ Q_i^r，$\overline{Q}_i^r$ とする。ここで $\overline{Q}_i^r$ は Q_i^r の反対の限量記号である。$\hat{C}_{k_i} \Rightarrow \hat{G}_{k_i}$ が成立するには $\hat{C}_{k_i}$ と $\sim\hat{G}_{k_i}$ から作られる句の集合内で対応するリテラル同志が unifiable でなくてはならないが，このために両変数の変域 X_i^r，Y_i^r 間に成立すべき条件が $(Q_i^r, \overline{Q}_i^r)$ の組合せの4つのケースについて求められる。この条件を満たす変域間の関係は必ずしも一意に定まらない。もし二つもしくはそれ以上の関係が条件を満たす場合，そのうちの特定の一つについて，他の関係が成立すれば自動的にそれも成立するという意味で他の関係に含意される時、前者をこの全体の関係の中で最も一般的な関係と呼んでこれを採択する。この概念は導出原理における most general unifier に対応する。以下この条件を三つのケースについて求める。

[1] $k_i = k_i$

r を $1 < r \le k_i (= k_i)$ とし

$$\hat{C}_r(X_i^r) = (Q_i^r X_i^{r-1})[elem(X_i^r, X_i^{r-1}) \circ_r \hat{C}_{r-1}(X_i^{r-1})] \qquad (8)$$
$$\hat{G}_r(Y_i^r) = (Q_i^r Y_i^{r-1})[elem(Y_i^r, Y_i^{r-1}) \circ_r \hat{G}_{r-1}(Y_i^{r-1})] \qquad (9)$$

とおく。すると $\hat{C}_r(X_i^r) \Rightarrow \hat{G}_r(Y_i^r)$ の条件が $(Q_i^r, \overline{Q}_i^r)$ の4つの可能な組合せにたいして求められる。$f_r(*_C)$，$g_r(*_G)$ で C_r および $\sim G_r$ 内の存在限量化されたrレベル実体の Skölem 関数を示す。このアーギュメント $*_C$ は $\hat{C}$ の接頭部内で $(\exists X_i^r)$ より左方にある全称変数の組である。$*_G$ についても同様である。

(1) ケース1：$(Q_i^r \overline{Q}_i^r) : (\forall\exists)$ 句集合：
$$\left\{\begin{array}{ll} \sim elem(X_i^r X_i^{r-1}),\ \hat{C}_{r-1}(X_i^{r-1}) & \text{--- } C_r \text{ より} \\ \left.\begin{array}{l} elem(Y_i^r\ g_{r-1}(*_G)) \\ \sim G_{r-1}(g_{r-1}(*_G)) \end{array}\right\} & \text{--- } \sim G_r \text{ より} \end{array}\right.$$

この場合、次の条件が満たされる時□への演繹が存在する。

(a) X_i^r と Y_i^r 間の代入が可能なこと，これは $r \ne k_i$ では $(Q_i^r, \overline{Q}_i^r) \ne (\exists\exists)$ のみを要求し、$r = k_i$ では $X_i^{k_i} \supset Y_i^{k_i}$（論理的には $(\forall z)[elem(Y_i^{k_i}\ z) \Rightarrow elem(X_i^{k_i}\ z)]$）を要求する。

(b) $\hat{C}_{r-1}(X_i^{r-1})$ と $\sim G_{r-1}(g_{r-1}(*_G))$ から□への演繹が存在すること、すなわち，$\hat{C}_r(X_i^r) \Rightarrow \hat{G}_r(Y_i^r)$ の条件が、X_i^r が $g_r(*_G)$ により代入された後の $\hat{C}_{r-1}(X_i^{r-1}) \Rightarrow \hat{G}_{r-1}(X_i^{r-1})$ に引き継がれる。この条件は $r=0$ まで順次下方に送られる。

(2) ケース2：$(Q_i^r \overline{Q}_i^r) : (\forall\forall)$ 句集合：
$$\left\{\begin{array}{ll} \sim elem(X_i^r X_i^{r-1}),\ \hat{C}_{r-1}(X_i^{r-1}) & \text{--- } C_r \text{ より} \\ \sim elem(Y_i^r\ Y_i^{r-1}),\ \sim\hat{G}_{r-1}(Y_i^{r-1}) & \text{--- } \sim G_r \text{ より} \end{array}\right.$$

この条件は次の二つである。

(a) $r < k_i$ では $(Q_i^r \sim Q_i^r) \ne (\exists\exists)$，$r = k_i$ では $X_i^{k_i} \wedge Y_i^{k_i} \ne \phi$，$X_i^{k_i} \supset Y_i^{k_i} \ne \phi$ などの条件を付加することにより elem が消去される。これらの中で $X_i^{k_i} \wedge Y_i^{k_i} \ne \phi$（論理的には

$(\exists z)[elem(X_i^{k_i}\ z) \wedge elem(Y_i^{k_i}\ z)]])$ が最も一般的な関係となる。

(b) $\hat{C}_{r-1}(a^r)$ と $\sim\hat{G}_{r-1}(a^r)$ から□への演繹が存在すること。ここで $a^r \in X_i^r \wedge Y_i^r$

(3) ケース３：$(Q_i^r, \overline{Q}_i^r)$：$(\exists\exists)$ 句集合：

$$\left[\begin{array}{ll} \left.\begin{array}{l} elem(X_i^r\ f_{r-1}(*_C)) \\ \hat{C}_{r-1}(f_{r-1}(*_C)) \end{array}\right\} & \text{---}C_r\text{より} \\ \left.\begin{array}{l} elem(Y_i^r\ g_{r-1}(*_G)) \\ \sim\hat{G}_{r-1}(g_{r-1}(*_G)) \end{array}\right\} & \text{---}\sim G_r\text{より} \end{array}\right.$$

この場合 $\hat{C}_{r-1}$ と $\sim\hat{G}_{r-1}$ が unifiable でないため、□への演繹は存在しない。したがって $\hat{C}_r \not\Rightarrow \hat{G}_r$

(4) ケース４：$(Q_i^r, \overline{Q}_i^r)$：$(\exists\forall)$ 句集合：

$$\left[\begin{array}{ll} \left.\begin{array}{l} elem(X_i^r, f_{r-1}(*_C)) \\ \hat{C}_{r-1}(f_{r-1}(*_C)) \end{array}\right\} & \text{---}C_r\text{より} \\ \sim elem(Y_i^r, Y_i^{r-1}),\ \sim\hat{G}_{r-1}(Y_i^{r-1}) & \text{---}\sim G_r\text{より} \end{array}\right.$$

この時の条件は

(a) $r < k_i$ の場合 $(Q_i^r, \overline{Q}_i^r) \neq (\exists\exists)$, $r = k_i$ の場合 $X_i^{k_i} \subset Y_i^{k_i}$

(b) $\hat{C}_{r-1}(f_{r-1}(*_C))$ と $\sim\hat{G}_{r-1}(Y_i^{r-1})$ から□への演繹が存在すること。

以上のうち (3) 以外の含意条件すなわち、$\hat{C}_r \Rightarrow \hat{G}_r$ の可能性のある場合はすべて場合に応じて変数への一定の代入が行なわれた後、条件が下位レベルの含意条件に転送されている。最下位レベルでは、$\hat{C}_0(X_i^0) = F(\cdots X_i^0 \cdots)$, $\sim\hat{G}_0(Y_i^0) = \sim F(\cdots Y_i^0 \cdots)$ であるから $\hat{C}_0 \Rightarrow \hat{G}_0$ の唯一の条件は X_i^0 と Y_i^0 の代入可能性，すなわち、$(Q_i^1, \overline{Q}_i^1) \neq (\exists\exists)$ のみである。また最高レベルすなわち $r = k_i$ における条件が表１に示されている。さらに最高レベルの代入により，すべてのその下位レベル実体は共通の祖先を持つ子孫の範囲にあり、最高位レベルでの代入条件が満たされれば $X_i^r \wedge Y_i^r \neq \phi$ の条件は自動的に満たされる。したがって最高レベル以外のすべてのレベルで、下位に送られる条件以外の、そのレベルに個有の条件は $(Q_i^r, \overline{Q}_i^r) \neq (\exists\exists)$, $(1 \leq r < k_i)$ のみである。上述の議論は述語内の一つの変数についてのみの条件を求めたもので，関数もしくは定数は無条件に変数に代入可能としたが，実際にはこの代入には制約がある。たとえばある変数添字対 (i, j) について，$\hat{C}_0$ と $\sim\hat{G}_0$ の両論理式内の述語 F と ~F について

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\quad i \qquad\qquad\qquad\quad j \\ \hat{C}_0 : F(---, X_i^0, -----, f(\cdots X_i^0 \cdots)\cdots) \\ \sim\hat{G}_0 : \sim F(---, g(\cdots Y_i^0 \cdots), ----, Y_i^0, ----) \end{array} \qquad (10)$$

なる形が生じると仮定する。このようなケースは，$\hat{C}_{k_i}$ の接頭部内で $Q_i^1 = \forall$ なる ($(Q_i^1 Q_i^2 \cdots Q_i^m X_i)$ の先頭の限量子が $\forall$) i 番の変数 X_i が $Q_j^1 = \exists$ なる j 番の変数 X_j に先行し、他方，$\sim\hat{G}_n$ の接頭部内では $\overline{Q}_j^1 : \forall$ なる j 番の変数が $\overline{Q}_i^1 = \exists$ なる i 番の変数に先行する時 ($\hat{G}_n$ 自身については $Q_j^1 : \exists$ なる j 番の存在変数が i 番の全称変数に先行する時) 生ずる。このような順序関係を交叉順序と呼ぶ。$\hat{C}_{k_i}$, $\sim\hat{G}_{k_i}$ に交叉順序となる変数対が一つでも存在すると代入が成立せず，$\hat{C}_{k_i} \Rightarrow \hat{G}_{k_i}$ も成立しない。このようにＭＬＬでは一変数に，レベルに応じて複数限量子が与えられるが，変数間の関係に関与するのは左端のもの（基本項の直上レベルの実体についての限量子）のみである。この意味でこの限量子をこの変数の代表限量子と呼ぶ。また同一変数の(3)式による展開により生ずる変数間には $\hat{C}_m$ と $\sim\hat{G}_n$ 間で順序に相異がない。したがって交叉順序は生じない。

なおこれまで変数順序に関してはこれを接頭部内変数順序と呼び，$\hat{C}_{k_i}$, $\sim\hat{G}_{k_i}$ 共に全変数が線形順序化されている如くに述べたが，推論途中で生ずる論理式で

は必ずしも線形順序にならず，一般には変数は半順序集合を形成する。上述の議論はこの中で局部的な順序関係にあるものに適用される。

以上のことから、含意に関する次の定理が求まる．

定理：$\hat{C}$, $\hat{G}$ 内の i 番目の変数が共に k_i レベル実体であるとすると，$\hat{C}\Rightarrow\hat{G}$ の条件はすべての i につき

(1) $1\leq r\leq k_i$ のすべての r について $(Q_i^r, \overline{Q}_i'^r)\neq(\exists\exists)$.

(2) $(Q_i^{k_i}, \overline{Q}_i'^{k_i})$ の $(\exists\exists)$ 以外の組合せについて $X_i^{k_i}$ と $Y_i^{k_i}$ は表1の集合関係を満たす。

(3) 代表限量子に関し、交叉順序が存在しない。

の三つを満たすことである．

$Q_i^{k_i}$	$Q'^{k_i}(\overline{Q}'^{k_i})$	CONDITION on DOMAINS
$\forall$	$\forall(\exists)$	$X_i^{k_i}\supset Y_i^{k_i}$
$\forall$	$\exists(\forall)$	$X_i^{k_i}\wedge Y_i^{k_i}\neq\phi$
$\exists$	$\forall(\exists)$	NON IMPLICATIVE
$\exists$	$\exists(\forall)$	$X_i^{k_i}\subset Y_i^{k_i}$

表1．含意規則(81)

〔2〕 $k_i>k_i'$ のケース

$k\neq k'$ の場合，$\hat{C}\Rightarrow\hat{G}$ のために異レベルにある２実体間の条件を導かねばならない。$k_i>k_i'$ の場合 k_i レベル実体 $X_i^{k_i}$ と n レベル実体 $Y_i^{k_i'}$ の間で実際上利用される関係は、これらが祖先一子孫の関係にあるか否かのみである。以後この関係にある時，これを $X^{k_i}\ni Y^{k_i'}$ と表わす。これは論理的には

$$(\exists Z^{k_i-1})(\exists Z^{k_i-2})\cdots(\exists Z^{k_i'+1})[elem(X^{k_i} Z^{k_i-1})\cap elem(Z^{k_i-1} Z^{k_i-2})\cap\cdots\cap elem(Z^{k_i'+1} Y^{k_i'})] \qquad (11)$$

と表わされる。$\hat{C}_{k_i}$ を

$$\hat{C}_{k_i}(X_i^{k_i})=\cdots(Q_i^{k_i} X_i^{k_i-1})\cdots(Q_i^{k_i'+1} X_i^{k_i'})\cdots[elem(X_i^{k_i}, X_i^{k_i-1})\underset{k_i}{\circ}\{\cdots\underset{k_i'}{\circ}\hat{C}_{k_i'}(X_i^{k_i'})\cdots\}] \qquad (12)$$

と表わす．$\hat{C}_{k_i}(X_i^{k_i})$ の各リテラルはレベル k_i より低位のものについては $\hat{G}_{k_i'}(Y_i^{k_i'})$ 内に対応するリテラルを有し、これらのリテラル間では $k_i=k_i'$ の場合と同様の unifiability の条件が求まる。他方、$k_i'+1$ レベル以上のものにたいしては $\hat{G}_{k_i'}$ 内に対応リテラルが存在しないため $\hat{G}_{k_i'}$ 以外の論理式の助けが必要であり，これに使われる唯一のものが(11)式である．

$k_i\geq r>k_i'$ なるある r について Q_i^r は存在限量子とする．この時 $elem(X_i^r f_{r-1}(*c))$ なる形のリテラルが $\hat{C}_{k_i}$ のある句に含まれる．これに対応する(11)式内のリテラルはすべての変数が存在限量化されているから $elem(a_i^r\ a_i^{r-1})$ である。したがってこれらのリテラルは unifiable ではない。したがって $\hat{C}_{k_i}\Rightarrow\hat{G}_{k_i'}$ が成立するにはすべての限量子 $Q_i^r(k_i\geq r>k_i')$ について $Q_i^r=\forall$ でなければならない。k_i' 以下のレベルについては $X_i^{k_i'+1}$ が与えられていない点を除き $k_i=k_i'$ の場合と同様である．しかし $X_i^{k_i}\ni Y_i^{k_i'}$ の条件のもとでは $X_i^{k_i}\ni X_i^{k_i'+1}\ni Y_i^{k_i'}$ なる $X_i^{k_i'+1}$ が確かに存在し、この時表１の条件は自動的に満たされるから、次のような系が導かれる．

系１：i 番の変数 $X_i^{k_i}$ と $Y_i^{k_i'}$ について $k_i>k_i'$ の時，$\hat{C}_{k_i}(X_i^{k_i})\Rightarrow\hat{G}_{k_i'}(Y_i^{k_i'})$ の条件は次の通り．

(1) $1\leq r\leq k_i'$ のすべての r について，$(Q_i^r, \overline{Q}_i'^r)\neq(\exists\exists)$,

(2) $k_i'<r\leq k_i$ のすべての r について，$Q_i^r=\forall$

(3) $X_i^{k_i}\ni Y_i^{k_i'}$

(4) 代表限量子に関し交叉順序が生じない．

例１：C_1：$(\forall\forall C.L._{\cdot}^{i+2})cold(C.L._{\cdot(2)}^{i+2})$：セントラル・リーグに属するすべてのチームで全員が風邪をひいた．

C_2：$(\forall\exists C.L._{\cdot}^{i+2})cold(C.L._{\cdot(2)}^{i+2})$：セントラル・リーグに属するあるチームで全員が風邪をひいた。

C_3：巨人の全員が風邪をひいた

この時、$C_1\Rightarrow C_3$ であるが $C_2\not\Rightarrow C_3$

[3] $k_i < k_i'$ の場合．これは [2] と対称の場合で次の系が得られる。

系２：$k_i < k_i'$ の場合．$C_{k_i}(X_i^{k_i}) \Rightarrow G_{k_i'}(Y_i^{k_i'})$ は次の通り．

(1) $1 \leq r \leq k_i$ のすべての r について $(Q_i^r, \overline{Q}_i^r) \neq (\exists\exists)$

(2) $k_i < r \leq k_i'$ のすべての r について $\overline{Q}_i^r = \forall$ $(Q_i^r = \exists)$

(3) $Y^{k_i'} \supseteq X^{k_i}$

(4) 代表限量子に関し、交叉順序が存在しない。

例２：例１において $C_3 \Rightarrow C_2$

２．５ ＭＬＬの利用

ＭＬＬは実際上必要な問題の記述に役立つが、紙数の都合で本稿では簡単な例のみを示す。

[1] 多階層概念：上述 C.L.—TEAM— *member* の例のような自然の階層概念は現実の場で数多く存在し、自然言語もこのような階層関係を表現できる形式になっている。

[2] 数値概念："このクラスには試験にパスした人が少くとも３人居ます。" のような数の表現は通常の論理では困難であり、このため数値限量化のような考え方も出されている．ＭＬＬではこれを,集合の概念を含むので濃度を表わす述語 card. no.$(x\ y)$："x の濃度は y である" を用いて表わすことができる。

[3] 集合関数：集合をアーギュメントとする集合関数は統計関数などに多い．[2] の card. no. もこの種の集合関数の一種である．たとえば "奇数のみを含み、平均が５の集合Ｘ" を $(\forall X)[odd(X_{(i)}) \cap mean(\#X\ 5)]$ のように表わす。

３．結論

多層論理ＭＬＬは通常の述語論理の一つの拡張であり，この拡張の目的は (1) 論理処理の能率を上げ、かつ (2) 記述力を増すことにより、知識型システムの知識表現の手段を提供することである．ＭＬＬは多階層の概念を含み、原理的には公理論的に定義される集合の世界を対象とする．この意味で記述のための最も基本的な概念を含む系である．

本稿はＭＬＬの基礎的な概念と推論規則を示した．この応用に関しては稿を改めて示したい．

参考文献

[1] Bobrow, D.G.(chaired): A Panel on Knowledge Representation, In Proc. 5th IJCAI, 1977, pp.983-992.

[2] Chang, C.L. & Lee, R.C.T.: Symbol Logic and Mechanical Theorem Proving, Academic Press, 1973.

[3] Gallaire, H. & Minker, J.(eds.): Logic and Data Bases, Plenum Press, 1978.

[4] Gallaire, H. & Lasserre, C.: Controlling Knowledge Deduction in a declarative Approach, In Proc. 6th IJCAI, pp.S-1 - S-6 (1979).

[5] 大須賀節雄, 山内平行：推論能力を備えた情報検索方式について, 情報処理, Vol.18, No.8, pp.789-798(1977).

[6] Ohsuga, S.: Semantic Information Processing in Man-Machine Systems, Proc. 1977 IEEE Conference on Decision & Control, pp.1351-1358 (1977).

[7] Ohsuga, S.: Towards Intelligent Interactive Systems, Proc. the IFIP W.G.5.2 Workshop Seillac II on Methodorogy of Interaction, North-Holland Pub. Co. (1980).

[8] 大須賀節雄：次世代計算機システムに関する一考察 —— 知識型システムの提案 ——, 情報処理, Vol.21, No.5 (1980).

[9] Robinson, J.A.: A Machine Oriented Logic Based on the Resolution Principle, JACM, Vol.12, Jan. 1965.

[10] Shapiro, S.C.: Path-Based and Node-Based Inference in Semantic Networks, TINLAP-2, pp.219-225, Jan. (1978).