

## 文字列領域における 一般化と統一化のアルゴリズム

赤間 清

(北海道大学 文学部 行動科学科)

### 1. まえがき

変数の入った表現 $e$ の集合 $E$ と、 $E$ 上の写像である代入 $s$ の集合 $S$ からなる枠組みは、基礎的で重要な道具の1つである。 $E$ の元で変数の入らない表現全体の集合を $C$ とする。 $E$ の元 $e$ はパターンと呼ばれ、 $E$ あるいは $C$ の部分集合に対応させることができる。 $e$ に対応する $C$ の部分集合を $C(e)$ とする。 $e$ に $s_1$ を適用して $C(e)$ の元 $c_1$ が得られ、 $e$ に $s_2$ を適用して $C(e)$ の元 $c_2$ が得られるとする。 $e$ は $c_1$ と $c_2$ の共通点を表わし、 $s_1$ と $s_2$ は $c_1$ と $c_2$ の差異を表わしているときとみなすことができる。

このような枠組みにおいて一般化は、複数の $C(e)$ の元からそれらに共通するパターン $e$ とそれらの差異 $s_1, s_2, \dots$ を導き出すことと定義される。また統一化は、パターンが複数個与えられたときにそれらを一致させる代入 $s$ を求めることである。

与えられた情報から仮説的知識体系を作り出し、それを用いて新しい質問に答えるシステムを帰納的学習システム1) - 4)と呼ぶ。帰納的学習システムにおいては、一般化と統一化のアルゴリズムは最も基本的な要素である。与えられる情報が $C(E)$ の元の列であるとき、その中のいくつかの情報から一般化によってパターンを作る操作は、知識を組み上げていくための基礎となる。また、そのようにして得られた知識を新しい質問に適用して応答を生成する過程で、知識の部分をなすパターン $e_1$ と質問を表わすパターン $e_2$ の統一化が必要になる。

このような一般化や統一化のアルゴリズムは、 $E$ と $S$ などの決める表現の枠組みの性質によって、大きく変化する。例えば、PROLOGで用いられているような $S$ 式の世界を対象としたパターン表現の枠組みにおいては、一般化も統一化も高々1つの解を持つ単純な構造をしている。

本論文で扱うのは、文字列領域に典型的に見られるような表現の枠組みを対象とした一般化と統一化のアルゴリズムである。この場合には解は任意個ありうる。そしてすべての解を求めるのが必ずしも得策ではない場合が存在する。例えば帰納的学習システムへの応用を想定するときには、ある限定された範囲内の解だけに限定することを許して高速に求めることが重要になる。本論文の背景には、帰納的学習システムの理論を構築する準備を与える意図があるので、アルゴリズムを考察するときに、必ずしも全解を求めることにはこだわらず、むしろ今後一般化や統一化の問題設定を拡大して、他の知識のもとでの一般化と統一化の問題を導入するための基礎を与えることを狙いとしている。

### 2. 文字列領域における一般化の定義

次の2つの文字列のペアを考える。

$P_1 = (\text{鳥は飛ぶか, 飛びます})$

$P_2 = (\text{飛行機は飛ぶか, 飛びます})$

これら2つを見れば、

$P_3 = (\text{\$は飛ぶか, 飛びます})$

がこれら2つの文字列のペアに共通のパターンであり、 $P_3$ の $\$$ にそれぞれ、鳥、飛行機という文字列を入れると、それぞれ $P_1, P_2$ ができることを導くことができる。このように文字列の $n$ 項組が複数個与えられたとき、それらに共通のパターンと、それらの差異を示す代入を得ることを(文字列領域での)一般化と呼ぶ。

問題の設定を明確にし、一般化を達成するアルゴリズムについて考察するのに便利のように、問題や答えを $S$ 式で表現する方法を次のように指定する。対象である文字列の $n$ 項組に出現する文字はアトムで、文字列はアトムのリストで、文字列の $n$ 項組はアトムのリストのリストで表現する。扱う文字は、変数と定数であり、変数には $n$ 文字変数と1文字変数を準備する。 $n$ 文字変数は任意の長さの定数列を代入できる変数であり、1文字変数は1個の定数を代入できる変数である。それらは、アトムの表現において次のように区別される。

n文字変数 --- \$ から始まるアトム  
 l文字変数 --- % から始まるアトム  
 定数 --- それ以外のアトム

例えば、

P1 = (飛行機は飛ぶか、飛びます)

P3 = (\$は飛ぶか、飛びます)

は(漢字やかな文字が1文字でアトムになると仮定して)、それぞれ、

Q1 = ((飛行機は飛ぶか)(飛びます))

Q3 = ((\$は飛ぶか)(飛びます))

と表現される。

このような定式化に基づく理論は、対象としていわゆる文字列以外に、例えば単語列も扱える。単語列を扱う例を次に挙げる。

Q4 = ((WHAT COLOR IS SNOW) (IT IS WHITE))

Q5 = ((WHAT COLOR IS APPLE) (IT IS GREEN OR RED))

の2つの単語列のペアについては、共通のパターンを

Q6 = ((WHAT COLOR IS \$1) (IT IS \$2))

とし、\$1、\$2に入れるべき単語列を、Q4とQ5でそれぞれ、

\$1 = (SNOW), \$2 = (WHITE)

\$1 = (APPLE), \$2 = (GREEN OR RED)

とすればよい。

一般化の解は、一般には、明かに一意ではない。また1つの(定数を含む)一般化パターンがあれば、その定数を変数化して得られるパターンはやはり元の対象の一般化パターンとなる。この関係は順序をなす。この順序に関して極大な一般化パターンをすべて求めるのが一般化の1つの自然な問題設定になる。

### 3. 一般化のアルゴリズム

文字列のn項組が2つ与えられたとき、それらの一般化パターンを(要請に応じて)次々に求めるPROLOGプログラムについて述べる。それは図1の述語GEN-PBで実現される。

(GEN-PB \*L1 \*L2 \*P \*B)

\*L1と\*L2は入力の文字列のn項組である。出力は2つある。\*Pは\*L1と\*L2の共通な構造を示すパターン、\*Bは\*L1と\*L2の差異を示す変数束縛リストである。ただし、トリビアルなパターン(述語CHECK参照)は認めない。GEN-PBは可能な\*Pと\*Bをしらみつぶしにすべて求める。

例1:

\*L1 = ((D O G I S D O G))

\*L2 = ((H A W K I S H A W K))

のとき、得られる\*Pと\*Bは、それぞれ、

\*P = ((\$ I S \$))

\*B = ((\$ (D O G) (H A W K)))

である。

例2:

\*L1 = ((A B))

\*L2 = ((B A))

のときには2とうりの解がある。

\*P = ((\$1 A \$2)), \*B = ((\$1 () (B)) (\$2 (B) ()))

\*P = ((\$1 B \$2)), \*B = ((\$1 (A) ()) (\$2 () (A)))

例3:

\*L1 = ((A) (B C))

\*L2 = ((X Y) (Z))

のとき、唯一の一般化パターン

\*P = ((\$1) (\$2))

はトリビアルである。従って、\*P、\*Bに当てはまるものはない。

ここで、\*Pがトリビアルであるとは、\*Pが文字列のn項組であることを除けば何の制約もないこと

```

(define gen-pb
  ((*l1 *l2 *p *b) (gpb:b *l1 *l2 () () *pr *b) (check *pr) (rev-rev *pr () *p)))

(define check
  (((*a . *r) (not (m:var$l-str? *a)) (cut))
   (((*a . *r) (member *a *r) (cut))
    (((*a . *r) (check *r))))

(define gpb:b
  (((() () *p *b *p *b) (cut))
   (((*a1 . *l1) (*a2 . *l2) *p1 *b1 *p13 *b3)
    (gpb:a () *a1 *a2 () *b1 *pa *b2) (gpb:b *l1 *l2 (*pa . *p1) *b2 *p13 *b3)))

(define gpb:a
  ((*z () *e2 *p *b *pp *bb)
   (var-name *z *e2 *p *b *pp *bb))
  ((*z (*a . *r) *e2 *p1 *b1 *p3 *b3)
   (append *mae (*a . *ato) *e2)
   (var-name *z *mae *p1 *b1 *p2 *b2)
   (gpb:a () *r *ato (*a . *p2) *b2 *p3 *b3))
  ((*z (*a . *r) *e2 *p *b *pp *bb)
   (append *z (*a) *z1)
   (gpb:a *z1 *r *e2 *p *b *pp *bb)))

(define var-name
  (((() () *p *b *p *b) (cut))
   ((*x *y ? ? ? ?) (common *x *y) (cut) (false))
   ((*x *y *p *b (*v . *p) *b) (member (*v *x *y) *b) (cut))
   ((*x *y *p *b (*v . *p) ((*v *x *y) . *b) ) (gensym $ *v)))

(define rev-rev
  (((() * *) (cut))
   (((*a . *r) *l *) (reverse *a *b) (rev-rev *r (*b . *l) *)))

(define common
  (((*a . *r) *y) (member *a *y) (cut))
  (((*a . *r) *y) (common *r *y)))

```

図1：一般化のプログラムの例（主要部分）。PROLOG/KRに類似のシンタクスを持つ拡張PROLOGであるPALで書かれている。

である。トリビアルか否かの判定は、トリビアルでないとき成功する述語 CHECKで行なっている。

(CHECK \*P)

CHECKの各節は次のような処理をする。

- (1) \*Pの最初の文字列が変数1個だけの文字列でなければトリビアルではない。
- (2) \*Pの最初の文字列が\*Pにもういちど出現すればトリビアルではない。
- (3) そうでなければ、\*PのCDRをCHECKで判定する。

GPB:BはGEN-PBの主なサブ述語である。

(GPB:B \*L1 \*L2 \*P \*B \*PP \*BB)

\*L1と\*L2は文字列のn項組である。\*Pはこれまでに得られたパターン、\*Bはこれまでに得られ

た束縛リストである。ここまですが入力で、あとの2つが出力である。\*PPは\*L1と\*L2の共通な構造を\*Pに加えたパターン、\*BBは\*L1と\*L2の差異を示す変数束縛を\*Bに加えた変数束縛リストである。\*Pと\*PPは、計算の都合上、逆転した記号列の逆転したリストで表現されている。

例：\*L1, \*L2, \*P, \*Bが

\*L1 = ((A) (B C))

\*L2 = ((X A) (C))

\*P = ((\$1 W \$2))

\*B = ((\$2 (B) ()) (\$1 (A) (B D)))

のとき、

\*PP = ((C \$2) (A \$3) (\$1 W \$2))

\*BB = ((\$3 () (X)) (\$2 (B) ()) (\$1 (A) (B D)))

である。

GPB:AはGPB:Bの主要なサブ述語である。

(GPB:A \*Z \*E1 \*E2 \*P \*B \*PP \*BB)

\*Zは棚あげにされた文字列であり、\*E1と\*E2は未処理の文字列である。\*Pはこれまでに得られたパターン、\*Bはこれまでに得られた束縛リストである。ここまですが入力で、あとの2つが出力である。\*PPは\*Z+\*E1と\*E2の共通な構造を\*Pに加えたパターン、\*BBは\*Z+\*E1と\*E2の差異を示す変数束縛を\*Bに加えた変数束縛リストである。

(1) \*E1 = () のとき、最終段階である。残りのベクトル(\*Z \*E2)を述語VAR-NAMEで判定、処理して、\*PPと\*BBを得る。この場合だけ失敗の可能性はある。

(2) \*E1 = (\*A . \*R)で、\*Aを定数にする場合。述語APPENDで\*E2を分解して、\*Aの相手を見つける。残りベクトル(\*Z \*MAE)を述語VAR-NAMEで判定処理して、\*PPと\*BBを得る。

(3) \*E1 = (\*A . \*R)で、\*Aを変数にする場合。\*Aを棚あげスタックに追加し、\*E1を\*Rに変えた問題に移る。

VAR-NAMEはベクトルのペアが変数になれるか否かを判定し、なれる場合には、すでに出現したベクトルか否かに応じてパターンや束縛の変更を行なう。

(VAR-NAME \*X \*Y \*P \*B \*PP \*BB)

\*Xと\*Yは問題のベクトル、\*Pはこれまでに得られたパターン、\*Bはこれまでに得られた束縛リストである。ここまですが入力で、あとの2つが出力である。\*PPは\*Xと\*Yの情報を\*Pに加えたパターン、\*BBは\*Xと\*Yの情報を\*Bに加えた変数束縛リストである。各節は次のとおり。

(1) ベクトルが(())ならパターンと束縛は変化しない。

(2) ベクトルの両成分が共通の文字を含むなら極大性に反するので失敗である。

(3) すでに変数が対応したベクトルなら、その変数を用いる。パターンだけ変わる。

(4) 新しいベクトルなら、変数を生成してパターンと束縛を更新する。

#### 4. 統一化の定義

2つのパターンが与えられたとき、それらを一致させる代入を求めるのが統一化の問題である。そのような代入は、存在しない場合もあるし、複数個(有限個または無限個)ある場合もある。例えば、パターンが、

Q8 = ((%1 は 飛ぶ か) (飛びません))

Q9 = ((鳥は \$1 か) (\$2 ません))

のとき、両者を一致させる代入は

%1 = (鳥)

\$1 = (飛ぶ)

\$2 = (飛び)

だけである。無限の解の存在するのは、例えば、

P8 = (A \$)

P9 = (\$ A)

のときで、この解は、

\$ = (), \$ = (A), \$ = (A A), \$ = (A A A)...

となる。これは定数とn文字変数と1文字変数とを並べる表現だけでは有限の表現にはならない。

```

(define unify:a
  ((nil nil *s *s) (cut))
  (((*a . *r) (*a . *l) *s1 *s2) (cut) (unify:a *r *l *s1 *s2))
  ((*sa *sb *s1 *s3)
   (var-cases *sa *sb *s1 *s2 *sal *sbl) (eval-l (m:ap-sub:a '*s2 '*sal) *saln)
   (eval-l (m:ap-sub:a '*s2 '*sbl) *sbln) (unify:a *saln *sbln *s2 *s3)))

(define var-cases
  (((*a . *r) (*b . *l) *s ((*a *b) . *s) *r *l)
   (pred-l (m:var$? '*a) (pred-l (m:var$? '*b))))
  (((*a . *r) *e *s1 *s2 *r *vt)
   (pred-l (m:var$? '*a) (sub&vt *a *e *s1 *s2 *vt))
  ((*e (*b . *r) *s1 *s2 *vt *r)
   (pred-l (m:var$? '*b) (sub&vt *b *e *s1 *s2 *vt))
  (((*a . *r) (*b . *l) *s ((*a *b) . *s) *r *l)
   (pred-l (m:var$? '*a) (pred-l (m:var$? '*b))))
  (((*a . *r) (*b . *l) *s ((*a *b) . *s) *r *l)
   (pred-l (m:var$? '*a) (pred-l (m:const? '*b))))
  (((*a . *r) (*b . *l) *s ((*b *a) . *s) *r *l)
   (pred-l (m:const? '*a) (pred-l (m:var$? '*b))))))

(define sub&vt
  ((*x *e *s ((*x . *h) . *s) (*v . *t))
   (append *h (*v . *t) *e) (not (member *x *h))
   (not (pred-l (m:var$? '*v))) (not (pred-l (m:var$1-str? '*h))))
  ((*x *e *s ((*x . *hv) (*v *v1 *v2 *%) . *s) (*v2 *% . *t))
   (append *h (*v . *t) *e) (not (member *x *h)) (pred-l (m:var$? '*v))
   (not (= *x *v)) (not (pred-l (m:var$1-str? '*h))) (eval-l (gensym '$) *v1)
   (eval-l (gensym '$) *v2) (eval-l (gensym '%) *%) (append *h (*v1) *hv))
  ((*x (*w *v . *t) *s ((*x *w *%1 *%1) (*v *%1 *%1 *%2 *%2) . *s) (*%2 *%2 . *t))
   (pred-l (m:var$? '*v)) (not (= *x *v)) (pred-l (m:var$? '*w)) (eval-l (gensym '%) *%1)
   (eval-l (gensym '$) *%1) (eval-l (gensym '$) *%2) (eval-l (gensym '%) *%2))
  ((*x *e *s ((*x . *h) . *s) *ht)
   (append *h (*x . *t) *e) (not (member *x *h)) (not (m:var$-str? *h)) (append *h *t *ht))
  ((*x *e *s ((*x . *e) . *s) nil)
  (not (member *x *e)) (not (pred-l (m:var$1-str? '*e))))))

```

図2：統一化のプログラムの例（主要部分）．使用言語はPAL．

## 5. 統一化のアルゴリズム

統一化のアルゴリズムの1例を示す．これはPROLOGで問題還元しながら束縛をPUSHしていく方法を採用している．また問題還元のやり方を複数とおり許しており，バックトラックによって複数の解を求めることができる．ただし，必ずしもすべての解が求められるとは限らない．すべての解を求めることを放棄し，対象とする解の範囲をうまく限定することによって計算の時間を抑えることが，本アルゴリズムにおける我々の主要な関心である．

UNIFY:A が統一化の中心となる述語である（図2参照）．

```
(UNIFY:A *E1 *E2 *S1 *S2)
```

\*E1と\*E2は，統一化すべき入力パターンである．\*S1と\*S2は代入（変数束縛リスト）である．\*S1に\*E1と\*E2を統一化するための束縛を追加して\*S2が得られる．

以下にUNIFY:Aの手続きを少し簡略化した問題還元の概要を示す。ただし、 $()$ は空文字列を、小文字のアルファベットは文字を、大文字のアルファベットは文字列を表わすと約束する。また、 $+$ は文字や文字列の接続を、 $\ni$ は文字が文字列のなかに出現しない関係を表わす。

- (1)  $E1 = E2 = ()$  のときは、すでに得られた束縛が答えである。
- (2)  $E1$  と  $E2$  の先頭が等しいときは、束縛は変わらず、各々のCDRが新しい問題を構成する。
- (3)  $E1$  と  $E2$  の先頭が共に1文字変数のときは、それらが等しいという束縛を追加して、各々のCDRの問題に移る。
- (4)  $E1$  と  $E2$  の先頭が、定数と1文字変数であるとき、その1文字変数とその定数に等しいという束縛を追加して、各々のCDRの問題に移る。
- (5)  $E1$  の先頭が  $n$  文字変数であるとき、 $E1 = x + R$  とおく。

5-a:  $x$  を  $E2$  全体に対応させる場合。

条件:  $E2 \ni x$

束縛:  $x \rightarrow E2$

問題:  $N1 = R, N2 = ()$

5-b:  $x$  を  $E2$  の部分に対応させる場合、 $E2 = H + v + T$  とする。各々の場合に必要前提条件、追加される束縛、新しい問題を構成する文字列ペアを記す。

(p)  $v$  が  $n$  文字変数でない場合

条件:  $H \ni x$

束縛:  $x \rightarrow H$

問題:  $N1 = R, N2 = v + T$

(q)  $v$  が  $n$  文字変数で、 $x \ni v$  の場合

条件:  $H \ni x$

束縛:  $v \rightarrow \$1 + \$2 + \%, x \rightarrow H + \$1$

問題:  $N1 = R, N2 = \$2 + \% + T$

(r)  $v$  が  $n$  文字変数で、 $x = v$  の場合

条件:  $H \ni x, H = \$ + \%$

束縛:  $x \rightarrow \Sigma H$

問題:  $N1 = R, N2 = H + T$

(6)  $E2$  の先頭が  $n$  文字変数であるときは、(5) で  $E1$  と  $E2$  を読み変えた処理をする。

上で、(1) から (4) までの条件に当てはまる場合は、一意的に新しい問題に展開される。(5) や (6) では、新しい問題は複数とありうる。問題還元の場合分けは、文字列  $E2$  の領域分割による。各領域は、 $n$  文字変数  $x$  に対応させる範囲の終点の入るべき領域である。例えば、5-b では、 $x$  は  $H$  に対応する文字列以上で、 $H + v$  に対応する文字列未満の文字列に対応させる。5-b の (r) は  $x = v$  の場合を扱っている。このときは  $v$  は  $x$  と独立ではないので (q) のように簡単にはいかない。この困難は次のように考えれば解決する。

$E1 = x + R$

$E2 = H + x + T$

において、

$x = \$1 + \$2 + \% \quad (\text{い})$

とし、 $E1$  の  $x$  に  $E2$  の  $H + \$1$  を対応させると考える。すなわち、

$x = H + \$1 \quad (\text{ろ})$

これらの (い) と (ろ) が共存するためには、条件

$\$1 + \$2 + \% = H + \$1 \quad (\text{は})$

が成り立つ必要がある。

またそのとき  $E1$  と  $E2$  は

$E1 = H + \$1 + R \quad (\text{ろ})$  より

$E2 = H + \$1 + \$2 + T \quad (\text{い})$  より

だから、新しい問題は

$F1 = R$

$F2 = H + T$

となる。ところで、

$\$1 = \Sigma H$

( $\$1$  は  $H$  の 0 個以上の接続である)

$\$2 + \% = H$

( $H$  は長さが 1 以上でなければならない)

は、方程式 (は) の典型的な解である。この解を採用するとき、(い) と (ろ) は

$$x \rightarrow \sum H + H \quad (H \text{ の } 1 \text{ 個以上の接続})$$

となる。図2のプログラムでは、 $x$ がHの1個の接続、つまりHに束縛される場合だけを採用している。

## 6. むすび

文字列領域における一般化と統一化のアルゴリズムについて述べた。ここに挙げた一般化のアルゴリズムは、極大でノン・トリビアルな全てのパターンを求めるPROLOGプログラムである。また、統一化のアルゴリズムは、いくつかの(主要な)代入だけを求めるPROLOGプログラムである。これらのプログラムは、高速化についてはあまり考慮していない。実際、我々が帰納的学習システムLS/1で用いているのは、これらの考察とプログラムをもとにしてつくりあげた、より単純で、より高速なLISPプログラムである。本研究の今後の課題は、他の知識を持つ場合にそれらをうまくいかして、よりよい解を速く求める設定の定式化し、それを達成するアルゴリズムを見つけることである。

### 参考文献

- 1) 赤間清: 帰納的学習を行なうシステムの初歩的なモデル, HBSR M(S), NO.7, P29 (1984)
- 2) 赤間清: 帰納的学習システムLS/Oを実現するプログラムの概要, HBSR M(S), NO.8, P94 (1985)
- 3) 赤間清: 帰納的学習システムの最良応答探索, 情報処理学会, 知識工学と人工知能研究会資料, 41-12 (1985)
- 4) 赤間清: 知識の構造化を重視した学習のモデル, 情報処理学会, 知識工学と人工知能研究会資料, 本号 (1986)
- 5) 小長谷明彦, 梅村護: Shape Upの文字列照合アルゴリズムについて, 情報処理学会, 記号処理研究会資料, 24-7 (1983)

### 付録A: 一般化の実行例

```
P:(gen-pb ((what color is snow) (it is white))
           ((what color is apple) (it is green or red)) *p *b)
(gen-pb ((what color is snow) (it is white))
        ((what color is apple) (it is green or red))
        ((what color is $00007) (it is $00008))
        (($00008 (white) (green or red)) ($00007 (snow) (apple))))
more:y
failure

P:(gen-pb ((d o g i s d o g)) ((h a w k i s h a w k)) *p *b)
(gen-pb ((d o g i s d o g)) ((h a w k i s h a w k)) (($00009 i s $00009))
        (($00009 (d o g) (h a w k))))
more:y
failure

P:(gen-pb ((a b)) ((b a)) *p *b)
(gen-pb ((a b)) ((b a)) (($00010 a $00011)) (($00011 (b) nil) ($00010 nil (b))))
more:y
(gen-pb ((a b)) ((b a)) (($00012 b $00013)) (($00013 nil (a)) ($00012 (a) nil)))
more:y
failure

Pl(gen-pb ((a) (b c)) ((x y) (z)) *p *b)
failure
```

```
Pl(gpb:b ((a) (b c)) ((x y) (z)) nil nil *p *b)
(gpb:b ((a) (b c)) ((x y) (z)) nil nil (($00017) ($00016))
(($00017 (b c) (z)) ($00016 (a) (x y))))
```

more:y  
failure

```
Pl(gpb:b ((a) (b c)) ((x a) (c)) (($1 w $2)) (($2 (b) nil) ($1 (a) (b d))) *p *b)
(gpb:b ((a) (b c)) ((x a) (c)) (($1 w $2)) (($2 (b) nil) ($1 (a) (b d)))
((c $2) (a $00018) ($1 w $2)) (($00018 nil (x)) ($2 (b) nil) ($1 (a) (b d))))
```

more:y  
failure

#### 付録B : 統一化の実行例

```
P:(unify:b ((%1 ha to bu ka) (to bi ma se n)) ((tori ha $1 ka) ($2 ma se n)) nil *s)
(unify:b ((%1 ha to bu ka) (to bi ma se n)) ((tori ha $1 ka) ($2 ma se n))
nil (($2 to bi) ($1 to bu) (%1 tori)))
```

more:y  
failure

```
Pl(unify:a (a $) ($ a) nil *s)
(unify:a (a $) ($ a) nil (($))
more:y
(unify:a (a $) ($ a) nil (($ a)))
```

more:y  
failure

```
Pl(unify:a ($ % $$) (a b c d) nil *s)
(unify:a ($ % $$) (a b c d) nil (($ b c d) (% a) ($))
more:y
(unify:a ($ % $$) (a b c d) nil (($ c d) (% b) ($ a)))
```

```
more:y
(unify:a ($ % $$) (a b c d) nil (($ d) (% c) ($ a b)))
more:y
(unify:a ($ % $$) (a b c d) nil (($) (% d) ($ a b c)))
```

more:y  
failure

```
Pl(unify:a ($ a $$ b $$$) (a b a p b q) nil *s)
(unify:a ($ a $$ b $$$) (a b a p b q) nil ($$$ a p b q) ($$) ($))
more:y
(unify:a ($ a $$ b $$$) (a b a p b q) nil ($$$ q) ($$ b a p) ($))
```

```
more:y
(unify:a ($ a $$ b $$$) (a b a p b q) nil ($$$ q) ($$ p) ($ a b))
more:y
failure
```