知識工学と人工知能　54－2
（１９８７・９・１７）

集合論に基づく知識表現

菅 野 博 靖

富士通㈱国際情報社会科学研究所

本稿では、一階述語論理の枠の中で高次の知識を自然に記述できるような、知識表現のための集合論的論理体系SLK (Set-theoretical Logic for Knowledge representation) を提案し、その表現能力について論じる。SLKでは、通常の一階述語論理と異なり、個体、性質、関係といったすべての概念を一階の対象として扱うため、性質の性質、関係の関係といった高階の対象をも一階の枠の中で取り扱うことができる。これによってSLKは、一階述語論理を知識表現に利用しようとする際にしばしば問題とされる、平面的な記述しか出来ず知識の構造性やメタな知識を表現することができないという点を克服している。本稿ではさらに、Circumscriptionのような憶測的推論や、命題的態度の問題など、高次の知識を扱うために解決されるべき基礎的問題がSLKの中でどのように形式化されるのかについて論じる。

A Knowledge Representation Based on Set-Theoretical Logic

Hiroyasu SUGANO

International Institute for Advanced
Study of Social Information Science
FUJITSU LIMITED
140 Miyamoto, Numazu-shi, Shizuoka 410-03, Japan

In this paper, a knowledge representation system based on set-theoretical logic SLK (Set-theoretical Logic for Knowledge representation) is proposed, which can naturally represent higher-order knowledge within the framework of first-order formalism. Differing from ordinary first-order formulations, SLK deals with all the concept, including individuals, properties and relations, as first-order objects, and then higher order properties, such as properties of properties, relations of relations, etc., can be treated as first-order objects in SLK. Therefore, SLK can overcome some issues which are often said to be problematic when we apply first-order logic to knowledge representation, e.g., its representation is so plain that it can represent neither structure of knowledge nor meta-level knowledge. It is also discussed that we can formalize a conjectural reasoning (such as Circumscription) and can represent knowledge about propositional attitudes in SLK, which are fundamental problems in dealing with higher-order knowledge.

1．はじめに．

世界に関する知識を計算機上でいかに表現し，利用するかという問題は，ＡＩにおける基本的かつ重要な問題の一つ（ McCarthy の言葉を借りれば認識論的問題［９］）であると言われている．そして，この問題に関連して，形式論理によって知識を表現するということの有用性がこれまで多くの研究者によって示されてきた．しかし，一口に形式論理といってもそこに含まれる立場には，様相論理やファジー論理等を用いることによって知識の持つ構造性や曖昧性を捉えてゆこうとする立場から，McCarthyに代表されるように，あくまでも一階述語論理の枠の中でこれらの問題を取り扱っていこうとする立場まで様々なものがある．前者のアプローチはいくつかの有意義な結果を産み出してはいるが，ともすれば論理的な基礎づけの曖昧としたものになってしまうという危険性を秘めている．それに対して，一階述語論理は非常に制限されたものしか記述できないとされているが，明確な意味論を持ち，健全性，完全性が保証されているという重要な長所を持っている．本稿では，一階論理の持つこの長所を維持しつつ，人間が持つ高次の知識を自然に記述することを目的として，集合の概念を利用した知識表現のための集合論的論理体系ＳＬＫ（Set-theoretical Logic for Knowledge representation）を提案し，その表現力について考察する．

一階論理の枠の中で世界についての知識を記述しようとする場合にしばしば問題とされることは，それによる記述があまりにも平面的で，知識の構造性やメタな知識を表現することができないといわれる点である［５］．この問題を解決するために，多重世界機構や様相論理を用いることによって構造的な記述を取り入れようとしたり［５］，たとえば Bowen&Kowalskiのように代表的論理型言語であるPrologの中で対象言語とメタ言語を融合することなどが試みられたり［３］している．また，「知る」「信じる」といった命題的態度（Propositional Attitude）をいかに扱うかという問題に対する様相論理や可能世界モデルを用いたアプローチもある［７］［13］．しかし，McCarthyが指摘しているように，様相論理によって命題的態度や蓋然性を扱おうとするにはその数だけの様相記号を用意しなければならず，それらの様相記号に対する意味論を用意しなければならないという問題が起こってくる．McCarthyらは，様相論理等を用いることなしに一階論理の枠の中でその記述能力を増加させようと試みており，実際彼らは言語を適切に設定することによって一階論理の中でも蓋然性や真理の問題を取り扱える事を示した［４，６，９，10，14］．これらの成果は，一階論理がまだ多くの可能性を持つことを示すものではあるが，このままではまだメタな知識や知識の構造性を記述するのには十分とはいえない．ＳＬＫは，基本的にはMcCarthyらと同様の問題意識に基づきながらも，より強力な表現力を持つ知識表現形式を提供することを目的として提案されるものである．

集合論を用いることの利点は，性質や関係と言った高階の概念を集合と同一視することによって，一階の対象としてこれらを扱うことができる点である．通常の述語論理では，まず，対象とその対象の持つ性質や対象間の関係を区別し，関係や性質は述語として一階の対象とは異なったレベルのものとして与えられるため，性質や関係，さらにそれらの間の関係といった高次の概念について言及することができない．しかし，人間が持つさまざまな知識を記述しようとすると，これら高次の対象に言及することがどうしても必要になってくる．また，我々の持つ素朴な知識においても，集合（集まり）という概念（あるいは認識）が大きな位置を占めている．集合概念の表現力の豊かさというものが，人間の持つ知識を自然に記述するために必要とされるのである．

集合の概念の有用性は，以前から数多くの研究者によって指摘されていることであり（例えば［17］），これまでも集合概念を用いて一階論理の表現力を増加させようとする試み（例えばDEC-10 Prolog のSetof 述語）や集合をベースにしたプログラミング言語（例えばＳＥＴＬ［16］）などがいくつか提案されている．しかし，例えば，一階論理に集合表現を許すような拡張を安易に行っても，その拡張が論理としての厳密性を保っているのかどうかといった問題は議論されないことが多い．これはつまり，その拡張された体系に対する厳密な意味論が定義されていないということである．それに対してＳＬＫは，一階論理としての集合論の体系を基礎としており，その意味論は通常の一階論理に対するモデルの概念によって厳密に定められる．この意味でＳＬＫには，上述したような，一階論理の集合概念による安易な（厳密な意味論を持たない）拡張に対する論理的基礎を提供するという重要な役割を期待することができる．

本稿の構成は次の通りである．まず，次節ではＳＬＫの言語と公理を述べ，その論理体系を示す．３節では，ＳＬＫにおいて，構造的な知識がいかに表現されるのかについて述べる．４節ではMcCarthyらの考え方を発展させることによって，命題的態度の問題について論じる．さらに５節ではCircumscription などの憶測的推論がＳＬＫの中でどのように扱われるのかについて論じる．最後に６節で，まとめと今後の課題について述べる．

2．言語と公理．

ＳＬＫでは，様々な概念をすべて何らかの対象として表し，世界についての知識をそれらの間の関係として記述する．そのために，我々が日常的に対象として認識できるものを，体系の中で十分表現できるだけの言語を用意しなければならない．

まず我々は，ＳＬＫの対象として集合と集合でないものを区別することを考える．それは，例えば，我々が日常的に認めることのできる具体的な対象，すなわちある特定の人物や特定の物理的対象（個体）と，子供，日本人，人間といった集合として認識できる概念を区別することである．集合でない，特定の物理的対象（個体）を表すＳＬＫの対象をUrelement という．Urelement はいかなる対象もその要素として持たないような対象である．Urelement を許すような集合論として，状況意味論がその基礎としていたＫＰＵ（Kripke-Platek admissible set theory with Urelement）がある［１］．ＫＰＵは標準的な集合論であるＺＦ（Zelmero-Frankel)よりも弱い集合論であり，特にＺＦの無限的な対象を扱う部分を除いたような集合論であるということができる．我々の持つ日常的な知識の多くは有限的なものである．したがってＳＬＫでは，その骨組みとしてＫＰＵを採用することにする．ＳＬＫにとって，ＫＰＵが最適な公理を与えているかどうかを保証することはできないが，当面このＫＰＵに基づいた集合論を取り扱っていくことにする．以下では，これに基づいてＳＬＫの言語と公理を述べていくことにする．

２．１．定義．

ＳＬＫの言語L_{SLK} は以下の記号からなる．

（a）論理結合子：¬，∨，∧，∀，∃；

（b）述語記号　：∈（所属記号），＝（等号），Ｕ；

（c）関数記号　：f_0，f_1，f_2，...，

（d）定数記号（定数記号はいくつかのカテゴリに分類される）：

(concept)	c_0，c_1，c_2，...，
(denotation)	d_0，d_1，d_2，...，
(syntax)	$\underline{\neg}$，$\underline{\vee}$，$\underline{\wedge}$，$\underline{\forall}$，$\underline{\exists}$，$\underline{\in}$，$\underline{=}$，...；

（e）変数記号　：x_0，x_1，x_2，...．

ＳＬＫの述語記号は，∈，＝，Ｕの三つであり，これらはＫＰＵと同様である．このうち，前者二つは通常の解釈が意図されており，慣習的にinfix 記法を用いる．Ｕは単項述語記号で，対象がUrelement であることを意味するものと解釈される．関数記号として何を持つかはここでは特定していないが，４節においてＳＬＫの中で命題的態度の問題を取り扱うためにいくつかの関数記号を持つことを仮定する．これらは，ＳＬＫの文を概念(concept）として対象化するために用いられる．本稿では詳しく述べないが，ＳＬＫには，concept，denotation，syntax という三つのカテゴリに属する定数記号が用意されている．concept とdenotationの区別はMcCarthyによって提案されたもので，参照不透明性の問題を解決するために本質的である［９］．また，syntaxのカテゴリに属する定数は，ＳＬＫ自身の構文的な対象をすべてＳＬＫの中で表現するために用意されているものである．これによって，メタ言語と対象言語の融合［３］や，Weyhrauch の提案した FOL [18] のような自己記述的な体系を構築するための基礎を提供している．

ＳＬＫの論理式は通常の一階述語論理と全く同様に，変数，定数，関数記号から項が，項と述語記号から原子論理式が，原子論理式から論理結合子を用いて，論理式が構成される．ただし，集合論の記述における習慣にならって，ＳＬＫでも束縛記号の特別な形式として，制限された束縛記号（$\forall x \in y\, \phi$，$\exists x \in y\, \phi$）を用いる．これらはそれぞれ，$\forall x\ (x \in y \rightarrow \phi)$，$\exists x\ (x \in y \wedge \phi)$ と論理的に同値である．次に論理式の中である性質を満たすいくつかのクラスについて述べる．Δ_0 論理式とは，現れる束縛記号がすべて制限された形をしている論理式である．Σ_1 論理式とは，Δ_0 論理式の前に一つだけ制限されていない存在束縛記号（∃）がついているもの，Π_1 論理式とは，Δ_0 論理式の前に一つだけ制限されていない全称束縛記号（∀）がついているものである．Δ_0 論理式から，選言，連言，制限された束縛記号，および制限されていない存在束縛記号だけを用いて構成される論理式をΣ論理式，初めの三つと制限されていない全称束縛記号だけを用いて構成される論理式をΠ論理式と呼ぶ．基本的な結果として，任意のΣ論理式は何らかのΣ_1 論理式と同値であることが知られている［１］．

次にＳＬＫの公理として，我々が採用するＫＰＵを記そう．

２．２．定義．

ＫＰＵとは以下の論理式の全称閉包を公理として持つ理論である．

Extensionality：$\neg U(a) \wedge \neg U(b) \wedge \forall x\ (x \in a \leftrightarrow x \in b) \rightarrow a = b$；

Foundation：$\exists x\, \phi(x) \rightarrow \exists x\ [\phi(x) \wedge \forall y \in x\, \neg \phi(y)]$
ただし$\phi(x)$ はｙの自由な出現を含まない任意の論理式；

Urelement：$U(a) \rightarrow \forall x\ (\neg x \in a)$；

Empty Set：$\exists b\ (\neg U(b) \wedge \forall x\, \neg x \in b)$；

Pair：$\exists a\ (x \in a \wedge y \in a)$；

Union：$\exists b\, \forall y \in a\, \forall x \in y\ (x \in b)$；

Δ_0 Separation：$\exists b\, \forall x\ (x \in b \leftrightarrow x \in a \wedge \phi(x))$
ただし$\phi(x)$ はｂの自由な出現を含まない任意のΔ_0 論理式；

Δ_0 Collection：$\forall x \in a\, \exists y\, \phi(x, y) \rightarrow \exists b\, \forall x \in a\, \exists y \in b\, \phi(x, y)$
ただし$\phi(x)$ はｂの自由な出現を含まない任意のΔ_0 論理式；

ＫＰＵは，巾集合の公理をもたない．しかし，それ以外の通常の集合演算である，和集合，差集合，積集合，共通部分等を構成することができる．また，やはり通常の仕方で順序数，及び有限な順序数としての自然数を構成することができる．しかし，ＫＰＵは無限集合の公理を持たないので，自然数全体の集合を扱うことができない．我々は，当面，この制限された集合論の中で議論を進めていくが，必要に応じて無限公理を付け加える場合もある．

以下の節では，ＳＬＫの中で我々の持つ知識がどのように記述されるのかについて述べる．

3．構造性とメタな知識の記述

この節では，ＳＬＫにおいてどのように構造的な知識やメタな知識が表現されるのかについて述べる．

まず，知識の構造性を簡潔に記述するのに適していると言われているフレーム型知識表現を見てみよう．ここではその一つの例として，岩沼らによる可能世界モデルを用いた知識表現を取り上げる［5］．この可能世界モデルによって構造的な知識を記述する例を次に示してみよう．

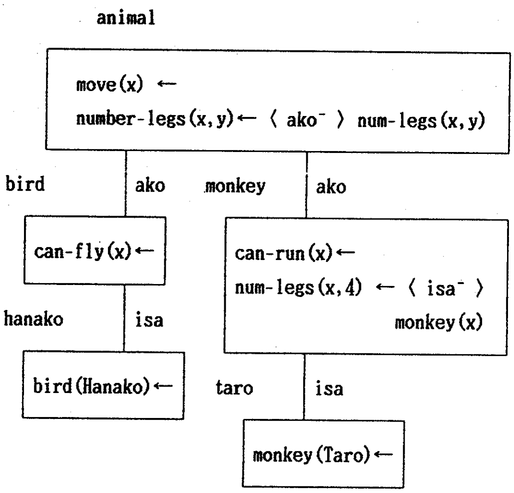

図１．可能世界モデル

一般にフレーム（可能世界）型知識表現では，フレーム（可能世界）間の階層構造と各フレームで成り立つ性質をフレームごとに記述する．さらに上位階層で成り立つ性質は下位のフレームに継承されるので，下位フレームではそのような知識は明示的に記述する必要がなく，記述を簡潔にすることができる．しかし，この知識表現形式に対して，次のようないくつかの問題点を指摘することができる．

（ａ）フレーム（可能世界）の選択の任意性

フレーム型知識表現の第一の問題点は，フレーム（または可能世界）をどう選ぶかにこれといった基準がなく，その選択に任意性があることである．例えば上記の例において，新たにmoveという世界を用意し世界animalの上位世界であるとすることもできる．このようにおけば，世界animalの中で知識，

move(x)←,

を記述する必要がなくなる．また逆に，新たにbirdという述語を用意し，世界animalの中で，

can-fly(x)← bird(x),

という知識を宣言することも可能である．このように，フレーム型（あるいは可能世界モデル型）の知識表現では，何をフレーム（世界）と置けば良いのかという点に一般的な基準がなく，一貫性のある記述ができない．また，個体概念として扱われているはずの，Hanako，に対して，それに対応する世界hanakoを用意しなければならないというのも，不自然に思われる．

（ｂ）フレーム（可能世界）を導入したために起きた問題点

このモデルの第二の問題点は，「観点」というものを導入した様相記号（例えば〈isa$^-$〉）である．上の例では，世界monkeyにおいて，

num-legs(x,4) ← 〈isa$^-$〉 monkey(x) ，（＊）

が述べられている．このような表現は，我々には，不自然であるばかりでなく，冗長な表現に思える．このような記述をしなければならないということは，可能世界を導入したために付随して起きてきた問題ではないだろうか．

さらに，可能世界を導入したために起きた問題として，同じ概念を表す述語を可能世界ごとに用意しなければならないという点がある．上記の例では，number-legs(x,y)とnum-legs(x,y)が，それに当たる．このような冗長性の問題は可能世界モデルにおいては常に現れる問題である．

これらの問題は，ＳＬＫにおいてどのように扱われるのだろうか．まず，ＳＬＫでは，すべての概念を同等に扱うことによって，（ａ）で述べた任意性の問題を解決することができる．例えば，上記の例の一部をＳＬＫによって記述すると次のようになる．

$$\mathrm{Hanako} \in \mathrm{bird} \subseteq \mathrm{animal}, \quad (1)$$

$$\mathrm{animal} \subseteq \mathrm{move}, \quad (2)$$

$$\mathrm{bird} \subseteq \mathrm{can\text{-}fly}. \quad (3)$$

ここで，(1)は可能世界のIs-a階層を表す文，(2)(3)は各世界で成り立つ知識である．このように，ＳＬＫでは，極めて簡潔に階層的な知識を記述することができる．また岩沼らの知識表現形式では，性質の継承はメタ知識を用いることによって扱われていたが，ＳＬＫでは単純な集合論的推論によってなされる．例えば，(1)(2)より，

$$\mathrm{Hanako} \in \mathrm{move},$$

が直接導かれる．

さらにＳＬＫでは，単純で明確な設定の下で，（ｂ）のような問題も起こらない．例えば，（＊）は，

$x \in$ four-legs $\leftarrow x \in$ monkey,

と表される．ただし，four-legs は，

four-legs $= \{x \in$ material $\mid \langle x, legs, 4 \rangle \in$ have$\}$

と定義される集合である．

これまでの例では，animal，move等の集合を述語に置き換えることで通常の一階述語論理で表現することができ，集合の概念の持つ重要な長所を十分享受しているとは言い難い．集合概念を導入したことの意味は，例えば次の例によって良く理解することができるだろう．

$A \in$ red, $B \in$ yellow, (4)

red $\in$ color, yellow $\in$ color. (5)

red，yellow 等の概念は，通常の一階論理では述語として取り扱われ，ある対象が赤いとか黄色いとかの知識は，

red (A)，yellow (B)，

のように記述される．しかしそれでは，red，yellow が「色」であるという共通の性質を一階論理の中で記述することができない．ＳＬＫではこのような高次の性質を(5) のように自然に記述することができる．

次の例として，R，Qを二項関係（すなわち順序対 $\langle x,y \rangle$ の集合）であるとしよう．このとき，Q がR の推移的閉包であるという知識（関係に関するメタ知識）はＳＬＫにおいて次のように記述することができる．

$$\mathrm{Tran\text{-}Cl}(Q,R) \equiv R \subseteq Q \wedge R \cdot Q \subseteq Q \wedge \forall S(R \subseteq S \wedge R \cdot S \subseteq S \rightarrow Q \subseteq S) \quad (6)$$

ただし，$R \cdot Q$ は関係R とQ のComposition であり，これはＳＬＫで定義可能である．良く知られているように，推移的閉包という概念は通常の記法では一階論理の範囲では記述することができない．しかしＳＬＫでは，関係を集合として表現することによって，このような概念を簡潔に記述することが可能になるのである．

ここまで見てきたように集合論の記述能力は極めて豊富であり，知識表現を集合論を用いて行おうとする試みは非常に期待できる試みであるということができる．さらに以下の節では，ＳＬＫの枠組みの中で命題的態度や憶測的推論といった問題をどのように扱うことができるのかを述べていくことにしよう．

4．命題的態度

「知っている」「信じている」といった命題的態度の問題は，これまで数多くの研究者によって様々な角度から取り扱われてきた．それらのアプローチを分類してみると，主に様相論理に基づくものと，一階の枠の中で個体と命題との関係として扱おうとするものと二つの流れがある．前者がMoore に代表されるのに対し [13]，後者の代表者はMcCarthyである [10]．本節では，後者の立場から，命題的態度のNesting や，"Quantifying in"の問題等をより取り扱い易くするようなＳＬＫにおける形式化について述べる．

まず，次のような英語の文を考えてみよう．

Bob knows that Mike loves Mary. (4.1)

McCarthyらの考え方と同様に，ＳＬＫにおいてもこのような文を，個体"Bob" と文"Mike loves Mary" の間に"Know" という関係があるものと解釈する．そのためには，"Mike loves Mary" をＳＬＫにおけるなんらかの対象（これを「Mike loves Mary」と表すことにしよう）とみなすことが必要とされる．この論理式（文）の対象化を行うために，ＳＬＫの言語 L_{SLK} に関数記号 $f_{\in}$，$f_{=}$，f_{U}，f_{AND}，f_{OR}，f_{A}，f_{E}，f_{NOT} を付け加えることにしよう．これによって，論理式の対象化を次のように定義する．

定義．４．１．

ＳＬＫの Δ_0 論理式 ϕ を次のように，ＳＬＫの項 $\ulcorner \phi \urcorner$ に変換する．

（ｉ）ϕ が原子論理式 $R_i(t_1, \ldots, t_{ni})$ のとき（ただし R_i は，$\in$，$=$，Ｕのいずれか）：

$\ulcorner \phi \urcorner \equiv f_{Ri}(t_1, \ldots, t_{ni})$ ；

（ii）ϕ が連言 $\phi_1 \wedge \phi_2$ のとき：

$\ulcorner \phi \urcorner \equiv f_{AND}(\ulcorner \phi_1 \urcorner, \ulcorner \phi_2 \urcorner)$ ；

（iii）ϕ が選言 $\phi_1 \vee \phi_2$ のとき：

$\ulcorner \phi \urcorner \equiv f_{OR}(\ulcorner \phi_1 \urcorner, \ulcorner \phi_2 \urcorner)$ ；

（iv）ϕ が $\forall x \in a\, \phi$ の形をしているとき：

$\ulcorner \phi \urcorner \equiv f_{A}(\lambda x : a (\ulcorner \phi \urcorner))$ ；

（ｖ）ϕ が $\exists x \in a\, \phi$ の形をしているとき：

$\ulcorner \phi \urcorner \equiv f_{E}(\lambda x : a (\ulcorner \phi \urcorner))$ ；

（vi）ϕ が否定 $\neg \phi$ のとき：

$\ulcorner \phi \urcorner \equiv f_{NOT}(\ulcorner \phi \urcorner)$ ；

ただし，（iv）（ｖ）で現れる $\lambda x : a (\ulcorner \phi \urcorner)$ は，次のように定義される項である：

$$\lambda x : a (\ulcorner \phi \urcorner) = \{\langle b, \ulcorner \phi \urcorner (x/b) \rangle \mid b \in a\}.$$

ここで，$\ulcorner \phi \urcorner (x/b)$ は，項 $\ulcorner \phi \urcorner$ に現れる変数ｘの位置に項ｂを置き換えて得られる項である．

これらの定義から，文すなわち閉論理式（自由変数を持たない論理式）は，閉項（変数を持たない項）として表されることがわかる．このような閉項をPropositional Conceptと呼ぶことにする．

さて，これらの準備の下で，命題的態度をＳＬＫの中でどのように扱うのかについて述べていこう．先程，"Bob knows that Mike loves Mary" のような文は，Bob と文"

Mike loves Mary"の関係として表されると述べた．上の定義によって，この文の対象化をすれば，

「Mike loves Mary 」≡

f∊（〈 Mike, Mary 〉， Love ）

となる．従って，(4.1) の文をＳＬＫで表現すれば，

〈 Bob , f∊（〈 Mike, Mary 〉， Love ）〉∈ Know,

のように記述される．

さらにこの枠組みでは，命題的態度のNesting の問題を解決することができる．例えば，次の文を考えてみよう．

Bob knows that Mary believes that he hates her. (4.2)

この文は，２重の命題的態度を表している．Crearyは，Concept のConcept, ConceptのConcept のそのまたConcept,... といった高階のConcept を持ち出して，このようなNesting を表現している［３］．しかし，その構成が非常に煩雑であることは否定できないことであり，しかも概念的にも無理があるように思える．ＳＬＫでは，例えば上の例文は次のように自然に表現することができる：

〈 Bob ,
f∊(〈Mary, f∊(〈 Bob,Mary 〉,Hate)〉,Believe
∈ Know.

また，ＳＬＫの枠組みの中で次のような文を記述することもできる．

There is someone whom Mary believes to be dangerous. (4.3)

これはいわゆる，"Quantifying in"の問題である．ＳＬＫでは，次のように記述される：

∃ｘ∈Human
〈 Mary,「ｘ∈ dangerous」〉∈ Believe.

上記のような，"Nesting" や"Quantifying in"の問題をＳＬＫにおいて自然に扱える理由は，一般に自由変数を持つ論理式ϕに対して「ϕ」が変数を含んだ項として与えられるからである．すなわち，インフォーマルに書けば，「ϕ」がIndividual concept＋Propositional Concept からPropositional Concept への関数のように扱えるということを意味する．従って，Crearyのように多重の命題的態度を解決するために高階のConcept といったものを持ち出さなくてもよいのであり，またPerlisのように"Quantifying in" の問題を解決するためにConcat関数を持ち出す必要もなくなるのである．

５．Circumscription と憶測的推論

Circumscription とは，McCarthyによって提案された演繹的推論を越えた非単調な推論（憶測的推論）を定式化するための一つの形式である［9, 10］．この節では，ＳＬＫにおいてCircumscription がどのように形式化されるのかについて論じる．

集合論的言語におけるCircumscription が一階の論理式であるにもかかわらず非常に強力であるということは，［15］によって示唆されている．実際それは，通常の一階のスキーマによるCircumscription では扱うことができなかったいくつかの問題を克服している．Perlisは，さらに常識推論において集合の概念を用いることの重要性を主張し，常識 (CommonSense)集合論というものを構築することを提唱している．しかし，彼は具体的にそれがどのようなものになるのかは述べていない．我々は，ＳＬＫがそのような常識集合論を構築する上での準備となるはずであると考える．

まず，ＳＬＫにおけるCircumscription の定義を与えよう．ＳをＳＬＫの文とし，$p_1,\dots,p_n$ をＳに現れる集合定数とする．ただしＳにおける$p_1,\dots,p_n$ の出現を明示的に表すために，$S(p_1,\dots,p_n)$ と書くことがある．

５．１．定義．Set Circumscription

Ｓにおけるp_i $(1\leq i\leq n)$ のSet Circumscription，$C(S, p_i)$，とは以下の論理式である．

$$C(S, p_i)\equiv \neg(\exists x_1)\dots(\exists x_n)\ [S(x_1,\dots,x_n)\wedge x_i\subseteq p_i].$$

ただし$S(x_1,\dots,x_n)$ は，$S(p_1,\dots,p_n)$ における$p_1,\dots,p_n$ の出現を，$x_1,\dots,x_n$ で置き換えたものである．

通常のCircumscription (Predicate Circumscription) は，ある述語の外延を極小化することをモデルに課す．ここで定義したSet Circumscription は，ある対象が包含関係（⊆）のもとで極小となることを主張するものである．このことを理解するために，ＳＬＫのモデルを登場させることにしよう．ただし，ここでは簡単のために，ＳＬＫは関数記号を持たないとする．

ＫＰＵのモデルである推移的構造をadmissible setと呼ぶ［１］．今，admissible set, $A=\{|A|;\in_A,=_A,U_A\}$，を一つ固定しよう．この上で，ＳＬＫの理論Ｔに出現する定数$c_1,\dots,c_n$ の解釈を行い，Ｔ＋ＫＰＵに対する構造，

$$A_T=\{A;c_1,\dots,c_n\},$$

を構成することができる．これを，Ｔに対するadmissible set Ａ上の構造と呼び，さらにこれがＴのモデルであるときＡ上のＴのモデルと呼ぶことにする．このとき，次の定理を示すことができる．

５．２．定理．

ＳをＳＬＫの文，ｐをＳに現れる集合定数とし，さらに

$$A_{C(S,p)}=\{A;p,c_1,\dots,c_n\},$$

をA上のC（S，p）のモデルとする．このときA上の任意のSのモデルA_S = {A；p′，c′$_1$,...，c′$_n$} に対して，

　　p′⊆pならばp⊆p′，

が成立する．

証明．定義5．1．より明らか．

この定理は，Aを固定してみたとき，C（S，p）を満たすpがSという条件を満たすpの中で包含関係について極小になる，ことを述べたものである．従って例えば，ある集合pが元を持つということがSにおいて明示的に述べられていないならば，C（S，p）からはpが空であることが帰結される．また，Sがa∈pという論理式であるとすると，C（S，p）は，

　　p＝{a}，

という論理式と同値になる．

SLKにおいて，Circumscription をMcCarthyの提案したabnormal述語に対応する概念と共に用いることによって，常識推論において問題とされてきた継承の取り消しを行うことができる．例えば，「鳥は飛ぶ」という知識に関連して次のような文の連言Sを考えてみよう．

　　bird － exception⊆ can-fly．（－は差集合）
　　Hanako ∈ bird．
　　penguin⊆ exception．
　　penguen⊆ bird．
　　exception∩can-fly ＝∅．

まず，Sにおいて exceptionをCircumscribeすると，

C（S，exception），から，

　　Hanako ∈ can-fly，

を推論することができる．しかしここで，Sに，

　　Hanako ∈ penguen，

という知識を加えた新たな知識をS′とすれば，

C（S′，exception），から，

　　Hanako ∉ can-fly，

を推論することができるのである．

このようにSLKは，一階論理に基づくことから得られる厳密さに加えて，Circumscription 等の形式を用いることによって一階論理の推論の範囲を越えた憶測的な推論を行うこともできるのである．このような論理の拡張は，その意味論が明確に与えられている厳密さを伴った拡張ということができる．SLKにおけるこのような論理の拡張性は，厳密でかつ柔軟性に富む常識推論のための推論システムを構築する基礎として，有効な示唆を与えていると思われる．

6．まとめと今後の課題

本稿では，知識表現形式としての集合論的論理体系SLKを提案し，それによって人間の持つ高次の知識がどのように表現されるのかについて述べてきた．SLKの特徴をまとめてみると次のようになるであろう．

（1）明確な意味論を持つ

SLKは，集合論という一階の理論に基づく体系であるので，明確な意味論を持っている．これは，これまで提案されてきた集合概念を用いた言語や知識表現形式の拡張が明示的な意味論を持っていないことに対する大きなメリットである．従って，SLKによってそれらの形式や言語に対する論理的基礎を提供することができる．

（2）概念の非階層化．

可能世界モデルのように，知識の階層性を明示的に表現することをせずに，概念をすべて同一のレベルの対象として扱う．これによって，単純で見通しが良い，しかも厳密さを持った知識表現形式を提供することができる．

（3）高次の知識やメタな知識の自然な表現が可能．

すべての概念を同一レベルの対象として扱うことから，性質間の関係，関係間の関係といった高次の知識を自然に記述することができる．また，論理式自体を対象化することによって知識についての知識（メタ知識）をもSLKの中で表現することができる．

（4）新しい概念の構成が容易．

集合論において集合の構成を行うのと全く同様にして，新しい概念の構成を行うことができる．

（5）命題的態度．

McCarthyらの立場を発展させることによって，SLKの中で命題的態度を記述することができる．ここで提案された枠組みによって，'Nesting' や'Quantifying in'の問題を見通しの良い形で解決することができる．

（6）Circumscription．

SLKは一階論理に基づいているために厳密さは保証されているが，不完全な知識に基づく常識的な推論を行うことはできない．しかし，McCarthyらによって提案されているCircumscription のような憶測的推論のための形式を用いることによって，厳密さを損なわずに常識的な推論をシミュレートすることができる．

しかし，現在の版のSLKに対してはいくつかの問題点を指摘することができる．主なものを挙げれば次のようになるであろう．

（1）実際的な推論方式が提示されていない．

本稿ではSLKの知識表現言語としての表現能力について述べてきたが，SLKにおいて実際的な推論をどう行うのかについては触れて来なかった．しかしこれは，SLKによって計算機上で具体的な知識表現システムを構築しようとする場合には大きな問題である．ただ，SLKは本質的に一階述語論理の枠に収まっているので，レゾリューション原理のような汎用の推論方式を採用することが可能で

ある．また，［2］で提示されているように，Gentzen 流のSequent Calculusを応用することも考えられる．いずれにせよこの問題は，今後の研究の最も大きな課題として残されている．

（2）partof関係を扱う述語が用意されていない．

知識表現においてisa と並んで重要な意味を持つpartof関係を表す述語が用意されていない．従って，現在のＳＬＫではpartofを概念（集合）として扱わなければならない．しかし，partof関係の認知的重要さ（空間認知と密接な関連があると思われる）を考えると，これを述語として特別視することが必要なのではないかと思われる．このためには，partof関係の公理を特定する必要がある．現在のところ，推移律を満たす二項関係として公理化するのが良いのではないかと考えている．

（3）モジュール的な知識の表現ができない．

概念や知識をすべて同一のレベルで扱うということは，見方を変えれば可能世界モデル等の長所であった知識のモジュール的な表現ができないということである．これは，知識表現の単純さや平明さという意味では長所であるが，ある種の知識の集まりをひとまとめにして扱いたい場合などには問題がある．しかし，ＳＬＫにおいては論理式自体をも対象化することができることを考えれば，ある特定の対象をキーにしてそれに関する知識の集合を構成するということによって，この問題を解決する方向が見えて来るように思われる．

上述したように，ＳＬＫには厳密性と柔軟性という知識表現のために持つべき２つの魅力的な条件が備わっている．現在のところ，多くの問題点を指摘することは可能であるが，ＳＬＫの持つこの２つの長所は，理論的かつ応用的両方の側面から重要な意義を持っているといえる．今後，論理的基礎のしっかりした，しかもさまざまな知識を記述することのできる表現能力を持った知識表現形式を構築するための基盤を提供していると言うことができるだろう．

最後に，本研究を進めるにあたり，有意義な討論と助言をしていただきました，國藤室長，沢村，横森研究員に感謝致します．また，本研究に取り組む機会を与えて下さいました，当研究所の北川会長，榎本所長に感謝致します．

参考文献

［1］Barwise, J., Admissible Sets and Structures, Springer-Verlag(1975).

［2］Bowen, K.,"Programming with Full First-Order Logic", Machine Intelligence 10, 421-440(1984).

［3］Bowen, K., Kowalski, R.,"Amalgamating Language and Metalanguage in Logic Programming", Logic Programmng, Academic Press(1982).

［4］Creary, L.G.,"Propositional Attitudes: Fregean Representation and Simulative Reasoning", IJCAI-6, 176-181(1979).

［5］岩沼，原尾，武田，「様相論理に基づく知識表現」，信学技報，AI86-36(1987).

［6］Konolige, K., "A First Order Formalization of Knowledge and Action and Action for Multiple Planning System", Machine Intelligence 10, 41-72 (1982).

［7］Levesque, H.J.,"A Logic of Implicit and Explicit Belief", AAAI-84, 198-202(1984).

［8］Lifschitz, V., "On the Satisfiability of Circumscription", Artificial Intelligence 28, 17-27(1986).

［9］McCarthy, J., "Epistemological Problems of Artificial Intelligence", IJCAI-5, 1038-1044(1977).

[10] McCarthy, J., "First Order Theories of Individual Concepts and Propositions", Machine Intelligence, 9, 120-147(1979).

[11] McCarthy, J.,"Circumscription - A Form of Non-Monotonic Reasoning", Artificial Intelligence 13, 295-323(1980).

[12] McCarthy, J.,"Applications of Circumscription to Formalizing Commonsense Knowledge", AAAI Workshop on Non-Monotonic Reasoning, 295-323(1984).

[13] Moore, R.,"A Formal Theory of knowledge and Action", Formal Theories of the Common-Sense World, Ablex Pub. co., 319-358(1984).

[14] Perlis, D.,"Languages with Self-Reference I : Foundations", Artificial Intelligence 25, 301-322 (1985).

[15] Perlis, D.,"Circumscribing with Sets", Artificial Intelligence 31, 201-211(1987).

[16] Schwartz, J. T., et al., Programming with Sets : an Introduction to SETL, Springer-Verlag(1986).

[17] Warren, D., "Higher-Order Extensions to PROLOG : are they needed?", Machine Intellegence 10, 441-454(1984).

[18] Weyhrauch, R., "Prolegomena to a Theory of Mechanized Formal Reasoning", Artificial Intelligence 13, 133-170(1980) .