

ニューラルネットワークによる 最適電力負荷配分

松田 聖・穂本能彬

東京電力(株)システム研究所

ニューラルネットワークの一モデルであるホップフィールドネットワークは連想記憶や最適化機能をもっており、いくつかのモデル的問題への適用が試みられている。しかし、答えとして大きな数値を求めるような最適化問題では、ニューロンによる数値情報の表現方法に工夫が必要であり、これまで十分な検討がなされていなかった。ここでは、ホップフィールドネットワークにおけるニューロンによる大きな数値情報の一表現方法を考え、電力のコスト最適な負荷配分という問題へ適用することを試みた。また、この表現方法を適用するための条件についても検討した。

The Economical Load Dispatching of
Electric Power by Neural Networks

Satoshi Matsuda and Yoshiakira Akimoto

Computer and Communication Research Center, Tokyo Electric Power Company
1-3 Uchisaiwai-Cho, 1-Chome, Chiyoda-Ku, Tokyo, 100 Japan

Hopfield networks, which is one of the models of the neural networks, have the abilities of associative memory and solving the optimization problems. And applications of this model to these problems have been made. In the optimization problems which require large numbers as answers, however, we must make efforts to represent large numbers by neurons, and few considerations on this point have been made. So, we consider one way of the representation of large numbers by neurons and examine the conditions of its applicability, and then apply it to the economical load dispatching problem of electric power.

1. はじめに

ニューラルネットワークあるいはコネクショニストなる名称で、生物の脳の情報処理方式を参考にした超並列分散計算方式が再び注目されている。従来のコンピュータあるいは情報処理方式が苦手とする学習機能や柔軟で近似的な処理能力を有するものと期待されている。

ニューラルネットワークには多くのモデルがあるが、バックプロパゲーションなどの学習アルゴリズムが提案されている階層型ネットワークと、連想記憶あるいは最適化機能をもつ相互結合型ネットワークが代表的な二つのタイプである。ホップフィールドネットワークは後者の相互結合型ネットワークであり、いくつかのモデル的問題への適用が試みられている。

一方、電力のコスト最適な負荷配分とは、発電コストおよび消費地との距離が異なる多くの発電機をもつ電力系統ネットワークがある時点の電力需要（負荷）を最小コストで満たすための各発電機の出力を決定するという一種の最適組み合わせ問題であり、答えとしての各発電機の出力は一般に大きな整数となる。

このような答えとして大きな数値を求めるような最適化問題にホップフィールドネットワークを適用しようとすると、ニューロンによる数値情報の表現方法が問題となる。一般に、ニューロンで数値を表現する方法としては一進法（数え上げ法）や二進法などが考えられるが、大きな数値の場合にはこのような方法では多数のニューロンが必要となるなどの問題があり工夫が必要であるが、これまで十分な検討がなされていなかった。ここでは、ホップフィールドネットワークにおけるニューロンによる大きな数値情報の一表現方法を考え、電力のコスト最適な負荷配分という問題へ適用することを試みた。また、この表現方法を適用するための条件についても検討した。

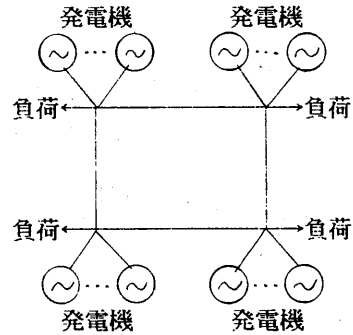


図1. 簡単な電力系統の例

2. 電力負荷配分問題

発電には火力、水力、原子力などの違いはもとより、同じ火力発電でも燃料の種類も同一ではなく、また発電機によりそれぞれ最大出力、最小出力等をはじめとする特性の違いがある。発電コストもそのような属性の一つであり、一般に単位出力当たりのコストは発電機により、また同一の発電機でも出力により異なる。電力系統内にはこのような種々の特性をもつ発電機が混在している。また、発電コストの低い発電機でも消費地と離れていれば、送電時の損失が増大し、総合的なコストが上昇してしまうこともあり得る。そこで、系統内の各発電機の出力をどのようにすれば、全体として最小のコストで与えられた負荷を満たすことができるかというのが最適電力負荷配分問題である。

一般に、火力発電機の発電コストCは次式で表現できる：⁽⁵⁾

$$C = aP^2 + bP + c \quad \dots\dots (1)$$

ただしここで、Pは発電機出力、a, b, cは発電機に依存した定数

しかし当然のことながら、火力発電を例にとっても、現実には単に発電のための燃料費だけではなく、一旦停止した場合には再起動に要する費用および再起動に要する時間を考慮して停止を見合わせたり、燃料使用量に対する制約など運用上の種々の制約があり、単純には定式化はできないが、ここでは(1)式のような単純化したモデルで考えることとする。

3. ホップフィールドモデル

3.1 定義と基本的特性

ホップフィールドモデルは図2に示すように、すべてのニューロン間に双方向の結合構造をもつニューラルネットワークである⁽¹⁾。

各ニューロンiは図3のように、内部状態値 U_i と出力値 V_i の二種類の数値属性をも

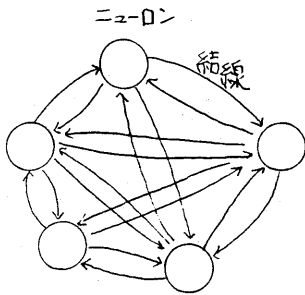


図2. ホップフィールドネットワークの構成

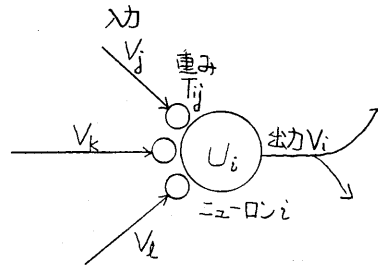


図3. ニューロンの構成

っており、つぎのように他のすべてのニューロンの出力値に依存して時間とともに連続的に変化する：

$$dU_i/dt = \sum_j T_{ij} V_j + I_i \quad \dots\dots (2)$$

$$V_i = g_i(U_i) \quad \dots\dots (3)$$

ここで、 T_{ij} はニューロン j から i への結線の重み、 g_i はニューロン i の入出力関数とよばれる。

つぎに、ネットワークの状態を表す指標であるエネルギー E をつぎのように定義する：

$$E = -1/2 \sum_i \sum_j T_{ij} V_i V_j - \sum_i I_i V_i \quad \dots\dots (4)$$

ホップフィールドネットワークの大きな特徴として、エネルギー E はつぎのように極小値に収束することが知られている：

$$\begin{aligned} dE/dt &= d/dt \left(-1/2 \sum_i \sum_j T_{ij} V_i V_j - \sum_i I_i V_i \right) \\ &= -1/2 \sum_i \sum_j T_{ij} \{ V_j (dV_i/dt) + V_i (dV_j/dt) \} \\ &\quad - \sum_i I_i (dV_i/dt) \\ &= -1/2 \sum_i dV_i/dt \{ \sum_j (T_{ij} V_j + T_{ji} V_j) + 2 I_i \} \\ &= -1/2 \sum_i dV_i/dt \{ 2 \sum_j T_{ij} V_j + 2 I_i \} \\ &= -\sum_i dV_i/dt \{ \sum_j T_{ij} V_j + I_i \} \\ &= -\sum_i (dV_i/dt) (dU_i/dt) \\ &= -\sum_i (d(g_i(U_i))/dt) (dU_i/dt) \\ &= -\sum_i g_i'(U_i) (dU_i/dt)^2 \end{aligned}$$

ここで、 $g_i(U_i)$ が単調増加関数ならば、 $g_i'(U_i) \geq 0$ 。したがって、つぎが成り立つ：

$$dE/dt \leq 0 \quad \dots\dots (5)$$

すなわち、 E は単調減少である。一方、各ニューロンの出力値 V_i が有界ならば、定義より E は下に有界なので、 E はその極小点に収束する。

通常、ニューロンの出力値が $0 \sim 1$ をとるように、入出力関数 g_i として、つぎのようなシグモイド (S字型) 関数がいられることが多い：

$$g_i(U_i) = 1/2(1 + \tanh(U_i/u)) \quad \dots\dots (6)$$

ここで、 u は定数。

この関数は上述の単調増加性および V_i の有界性の双方を満たすので、エネルギー E は極小値に収束する。

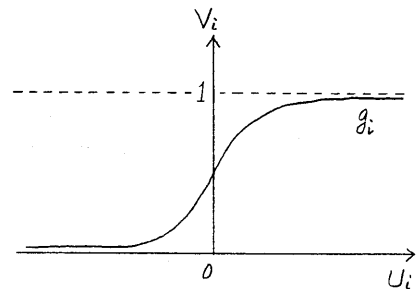


図4. ニューロンの入出力関数の例 (シグモイド関数)

3. 2 数値の表現方法

ホップフィールドネットワークを用いたシステムの多くはニューロンの出力値が最終的に 0 か 1 に収束することを利用して、しかし、答えとして大きな数値を求めるような応用では、最終的に 0 か 1 をとる二値のニューロンで数値を表現するには一進法もしくは二進法などを用いることとなる。Takeda⁽⁶⁾ はニューロンによる一進法と二進法などの数

値表現方法間の比較を行っており、多数のニューロンを必要とするものの、一進法の方が優れていると主張している。

しかしやはり、多数のニューロンが必要ということは現実には大きな困難を伴うものであり、ここでは、ニューロンが最終的な出力値として任意の実数値をとり得るようなネットワークを用いることにより、一つのニューロンで大きな数値を表現することにする。そこで、まずその方法の可否に関して確認しておくこととする。

まず、エネルギーEは任意のニューロンkに対して、次のように表現できる：

$$\begin{aligned}
 E &= -1/2 \sum_i \sum_j T_{ij} V_i V_j - \sum_i I_i V_i \\
 &= -1/2 T_{kk} V_k^2 - (\sum_{j \neq k} T_{kj} V_j + I_k) V_k \\
 &\quad - 1/2 \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq k} T_{ij} V_i V_j - \sum_{i \neq k} I_i V_i \\
 &= -1/2 T_{kk} (V_k + (\sum_{j \neq k} T_{kj} V_j + I_k) / T_{kk})^2 \\
 &\quad - 1/2 \sum_{i \neq k} V_i (\sum_{j \neq k} T_{ij} V_j + 2 I_i) \\
 &\quad + (\sum_{j \neq k} T_{kj} V_j + I_k)^2 / 2 T_{kk} \quad \dots\dots (7)
 \end{aligned}$$

そこで、ニューロンk以外の全ニューロンの出力値 $V_j (j \neq k)$ を固定した際の、エネルギーEとニューロンkの出力値 V_k との関係、およびエネルギーEが極小値をとるときの V_k の値の関係は、式(7)から表1のようになることが分かる。

表1. エネルギーEとニューロン出力値 V_k の関係
(他の全ニューロン出力値 V_k を固定した場合)

条 件		E- V_k 平面上の エネルギー曲線	エネルギー極小 時の V_k
$T_{kk} = 0$	$\alpha > 0$	直 線	l1
	$\alpha = 0$	"	不 定
	$\alpha < 0$	"	ul
$T_{kk} > 0$	$l1 < \beta < ul$	凸二次曲線	l1 or ul
	$\beta \geq ul$	"	l1
	$\beta \leq l1$	"	ul
$T_{kk} < 0$	$\beta \leq l1$	凹二次曲線	l1
	$l1 < \beta < ul$	"	β
	$\beta \geq ul$	"	ul

注1) $\alpha = -(\sum_{j \neq k} T_{kj} V_j + I_k)$, $\beta = \alpha / T_{kk}$

注2) l1, ul はそれぞれ入出力関数 $g_k(U_k)$ の値の下限と上限を表す。

上限あるいは下限が存在しない (i.e. $l1 = -\infty, ul = \infty$) 場合は、極小値欄のl1, ulは発散を意味する。

例えば、0~1のシグモイド関数の場合は、 $l1 = 0, ul = 1$ 。

表1のように $T_{kk} < 0$ ならばE- V_k 平面上のエネルギー曲線は凹二次曲線であり、エネルギーEは時間とともにその極小値へ収束するのであるから、ニューロンkの入出力関数 g_k がニューロンkの有界性を保証しない場合でも、ニューラルネットワークはその有界な極小値に収束する。したがって入出力関数として、たとえば、 $\exp(U)$ 、 $\exp(\sqrt[3]{U})$ など(値域は $0 \sim \infty$)を用いることにより、ニューロンの出力値で任意の正の数表現することができる。また、値域が γ から δ のシグモイド関数を用いれば、 γ から δ の間の任意の数表現できる。

逆に、多くの離散的問題では、入出力関数として値域が0~1のシグモイド関数を用いてニューロンの最終値を(0~1の中間値ではなく)0か1のいずれかにしたいことが多い。表1より、そのためには $T_{kk} \geq 0$ であるか、あるいは $T_{kk} < 0$ ならば $0 < a < 1$ でなければならないことが分かる⁽⁷⁾。

4. ホップフィールドネットワークによる電力負荷配分問題の定式化

4.1 特定時シミュレーション

まず前述のように、ある一時点における負荷を最小コストで満たすような各発電機の出力を求める。

(1) 系統モデル

本シミュレーションの対象とする系統は、図1に示すような4つのノードにそれぞれ発電機と負荷点をもつような単純なモデルを考える。

(2) 制約条件

発電機*i*の出力を P_i とする。

①総出力

$$D + L = \sum_i P_i \quad \dots\dots (8)$$

ただし、 D は総負荷、 L は送電損失を表す。

送電損失 L は図3のような系統では、つぎのように近似的に表せる：

$$L = \sum_j R_j (\sum_i \alpha_{ij} P_i)^2 \quad \dots\dots (9)$$

ただしここで、 R_j は図1のネットワークの各枝(送電線)の部分の抵抗値、 α_{ij} は各枝のインピーダンス等から定まる定数を表す。したがって、(8)および(9)式より次式を得る：

$$D + \sum_j R_j (\sum_i \alpha_{ij} P_i)^2 = \sum_i P_i \quad \dots\dots (10)$$

②最大出力および最小出力

各発電機*i*の出力は下限と上限に抑えられる。

$$l_i \leq P_i \leq u_i \quad \dots\dots (11)$$

ここで、 l_i 、 u_i はそれぞれ発電機*i*の最小出力、最大出力を表す。

③最小コスト

$$\sum_i C_i \rightarrow \min \quad \dots\dots (12)$$

ただしここで C_i は発電機*i*の発電コストを表す。したがって、(1)式より、(12)式はつぎのようになる：

$$\sum_i (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i) \rightarrow \min \quad \dots\dots (13)$$

ただしここで、 a_i 、 b_i 、 c_i は発電機*i*に依存して定まる定数である。

(3) ホップフィールドネットワークによる制約条件の表現

まず、各発電機*i*の出力 P_i をそれぞれニューロン*i*の出力値 V_i で表すこととする。そこで上述の各制約条件をつぎのように表現する。

①総出力

(10)式より単純に次式のような制約条件を考える：

$$(D + \sum_j R_j (\sum_i \alpha_{ij} P_i)^2 - \sum_i V_i)^2 \rightarrow \min \quad \dots\dots (10')$$

一般に、ホップフィールドネットワークで最適化問題を解くには、問題の制約条件をネットワークのエネルギー E と対応づけ、ネットワークがもつエネルギー極小化機能を利用して、問題の最適解をもとめる。しかし、(10')式の左辺は V_i の4次式となり、ホップフィールドモデルのエネルギー E (V_i の二次式)と対応づけることができない。一方、現実には送電損失 L は総負荷 D に比べてかなり小さい。そこでここでは一旦、送電損失を無視し、つぎのような制約条件を考える：

$$(D - \sum_i V_i)^2 \rightarrow \min \quad \dots\dots (14)$$

(10')の代わりに、(11)式の制約条件で出力 V_i を一旦求め、その出力に対する送電損失 L' を(9)式より求める。つづいて、(8)式の変形である次式を用いて、出力 V_i をあらためて求める。

$$(D + L' - \sum_i V_i)^2 \rightarrow \min \quad \dots\dots (8')$$

この V_i からあらためて送電損失 L' を(9)式より求める。 L' と L'' との差が無視できるまでこれを繰り返す(上述のように L はかなり小なので、この繰り返し回数は少なく済む)。

②最大出力および最小出力

ホップフィールドネットワークでの不等式の表現方法はスラッグ変数を用いる方法⁽⁴⁾などがある。各ニューロン(発電機)の出力値は $(0, \infty)$ としておき(ニューロンの入出力関数として、たとえば $\exp(\sqrt{U})$ を用いる)、それぞれにスラッグ変数を導入

して、不等号を表現する。しかし、ここでは各発電機 i の出力 P_i を一つのニューロンの出力値で表し、次式のように各ニューロンの出力関数 g_i をシグモイド関数とし、その上、下限を発電機の最大出力と最小出力とすることにより、本制約条件を表現する：
 $g_i(U_i) = (u_i - l_i) (1 + \tanh(U_i/u_i)) / 2 + l_i$ (15)
 当然のことながら、スラック変数を用いる方法に比べて、ニューロン数を少なくできるとともに、本制約条件の充足が容易である。

③最小コスト

(13) 式の左辺中の各発電機の発電コストは出力が (11) を満たしていれば非負であるから、次式のようにそのままニューラルネットワークの制約条件とできる：
 $\Sigma_i (a_i V_i^2 + b_i V_i + c_i) \rightarrow \min$ (13')

したがって、全体として制約条件は個々の制約条件 (8') と (13') に重みづけして、つぎのように表現できる：

$$A (D+L - \Sigma_i V_i)^2 + B \Sigma_i (a_i V_i^2 + b_i V_i + c_i) \rightarrow \min$$
 (16)

(3) ニューラルネットワークの構成

つぎに、ホップフィールドネットワークがもつエネルギー極小化機能を利用して問題を解くために、(16) 式に示す問題の制約条件を (4) 式に示したネットワークのエネルギー E と対応づけると、つぎのように結合の重み T_{ij} が定まる：

$$T_{ii} = -A - B a_i$$
 (17)

$$T_{ij} = -A$$
 (18)

$$I_i = A (D+L) - B b_i / 2$$
 (19)

$$\Delta U_i = (\Sigma_j T_{ij} V_j + I_i) \Delta t$$

$$= \{-A (\Sigma_j V_j - D - L) - B (a_i V_i + b_i / 2)\} \Delta t$$
 (20)

$$V_i = g_i(U_i)$$

$$= (u_i - l_i) (1 + \tanh(U_i/u_i)) / 2 + l_i$$
 (15)

ここで A 、 B はパラメータである。

4. 2 時系列シミュレーション

前節では一時点での負荷配分を対象としたが、本節では時間とともに変化する負荷に対して、つぎつぎと負荷配分を繰り返すことを考える。

この際、考慮する必要がある点は、各制約条件間の重みの再設定、およびニューロンの初期値の設定の問題であろう。ここでは、単純に、制約条件間の重みの再設定は行わず、また直前の負荷配分結果 (最終ニューロン値) をつぎの時点の負荷配分シミュレーションのニューロン初期値とすることにより実現する。

5. シミュレーション結果

図5に示すように、4つのノードにそれぞれ負荷と2つの発電機をもつようなモデルに対して、シミュレーションを行う。なお各発電機の属性を表3に示す (発電機 #12、21、22などは水力発電のように低コストの発電機をモデルとして考えており、発電コストを近似的に0とした)。

各負荷点に対して、図のような負荷 (総負荷 30000KW) が与えられた際の各発電機の出力算出シミュレーションの画面例 (特定時シミュレーション) を図6に示す。また、シミュレーションの結果得られた各発電機の出力、発電コスト、および単位出力当たりの発電コストを表4にまとめる。

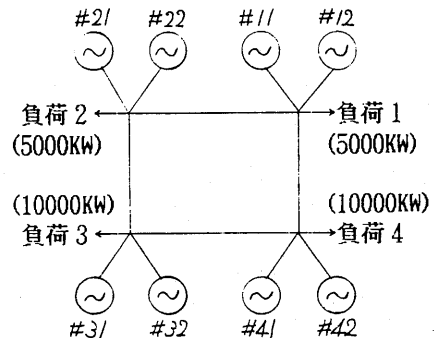


図5. 電力システムのモデル

図6および表4に示したシミュレーション例では、総負荷（30000KW）と送電損失（7.28KW）の和と総出力（30000KW）とはほぼ一致している。一方、コストの最適化という面では⁽⁵⁾、#12、21、22など低コストの発電機の出力は最大出力にかなり近い値となっている。またその他の発電機（火力発電）の最終の単位出力当たりのコストは2.05~2.07の間にあり、非常に近い値を示している。ただ#32だけが2.15という高い値を示しているが、これは元々この発電機の単位出力当たりのコスト幅が2.13~2.26と高いため（表3参照）、他の発電機と同じ値を示せないためだが、2.15という値はこの範囲内では他の発電機の2.05~2.07という値にかなり近い値となっている。

表3 発電機の属性

発電機	出力 (KW)	発電コスト	発電コスト/出力
#11	800~1200	1782~2597	2.01~2.06
#12	7996~9046	0	0
#21	1100~3345	0	0
#22	0~2700	0	0
#31	840~2800	2276~6396	1.95~2.25
#32	1260~4200	3331~9788	2.13~2.26
#41	2400~8000	6257~17684	2.00~2.08
#42	1680~5600	4836~12832	1.84~2.24

表4 ニューラルネットワークにより求めた発電機の最適出力

発電機	出力 (KW)	発電コスト	発電コスト/出力
#11	1108	2409	2.05
#12	8949	0	0
#21	3284	0	0
#22	2688	0	0
#31	1509	3618	2.06
#32	1590	4039	2.15
#41	6890	15389	2.06
#42	3982	9342	2.07
計	30000	34797	—

このように、このシミュレーション例は最適値とはいえないが、ほぼ妥当な値を示しているといえよう。

さて、以上の議論あるいは表3と4を比べても分かるように、求めた出力は最小出力や最大出力ばかりでなく、それらの中間の値をも示しており、また結果としてもほぼ妥当な値を得ることができ、ニューロンによる数値表現方法としてここで用いた方法は適切であったといえよう。

つぎに、時間とともに変化する負荷に対する時系列シミュレーションの出力画面例を図7に示す。この例では11時から17時までの1時間毎の各負荷点の負荷を与え、それに対する各発電機の出力を求めている（各時刻の負荷量、発電出力等の詳細は省略する）。11時の時点は前述の特定時シミュレーションと同一であり、妥当な結果となっているが、シミュレーション結果をみると、総出力の値および低コストな#12、21、22の発電機の出力は各時刻でも妥当な値を示しているが、その他の発電機の単位出力当たりのコ

ストにはばらつきが現れ、必ずしも最適な結果になっているとはいえない。

一般に、ホップフィールドネットワークでは各制約条件間の重みづけとニューロンの初期値の設定の二つが得られる解の質に大きく影響する。この時系列シミュレーション例では、重みは負荷が変化しても同一であり、ニューロンの初期値は直前の負荷に対する最終値を用いるものであった。電力負荷配分のような問題では、直観的には、時間刻みを小さくすれば、負荷の変化量も小であり、したがって一旦最適（に近い）解が得られれば、つぎの時刻の最適解もその近傍にあると考えられるので、このような方法でも良い解が期待できるものと考えたが、シミュレーション結果は——時間刻みが小さくならなかったことの影響も考えられるが——必ずしも期待どおりではなかった。

なお、本システムはPC98上にBasicで作成した。

6. まとめ

ホップフィールドネットワークを用いて、答えとして大きな数値を求めるような最適化問題等を解く際のニューロンによる数値の一表現方法と考え、電力負荷配分問題への適用を試みた。

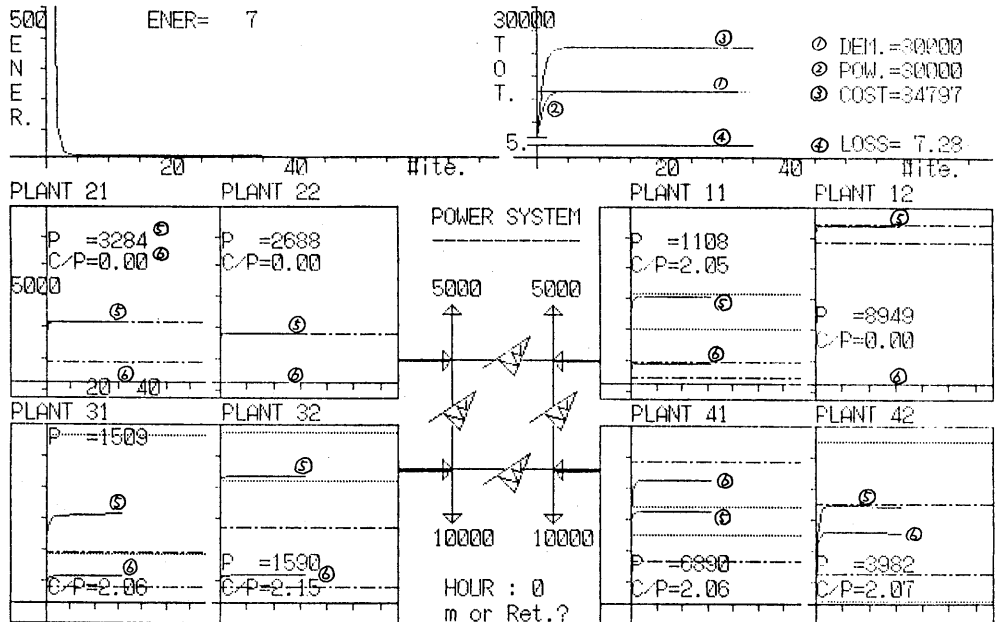
電力負荷配分問題自体に関してはすでに優れた理論もあり、また既に述べたようにここで取り上げたモデルは現実よりもかなり単純化したものでもある。したがって、ほぼ妥当な結果が得られたとはいっても、ニューラルネットワークによる電力負荷分散の最適化が直ちに有用性をもつというわけではない。

むしろここでは、ホップフィールドネットワークによる（任意の）大きな数値の表現方法に視点を置き、問題の定式化の容易さ、および実行時の効率（必要ハード量および計算時間等）において本方式は優れていると考える。本表現方法は、一進法や二進法などに比べて、一つのニューロンで任意の数値を表現でき、少量のハード量あるいは計算量（時間）において実現が可能である。また、本方法が適用できるためには、 $T_{ij} < 0$ なる制約があるので常に適用できるわけではない。しかし、たとえば、 $\sum_i V_i = a$ のように一次式で表現できる制約条件は、 $(\sum_i V_i - a)^2 \rightarrow \min$ と表現でき、エネルギー E と対応づけると、 $T_{ij} < 0$ となる。このように、電力負荷配分以外の多くの問題に対して本方式は適用が可能であろう。

最後に、プログラム作成に協力して頂いたY.Solano嬢に感謝します。

参考文献

- (1) Hopfield, J.J.: Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, Proc.Natl.Acad.Sci.USA, 79, pp.2554-2558 (1982)
- (2) Hopfield, J.J.: Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons, Proc.Natl. Acad.Sci.USA, 81, pp.3088-3092 (1984)
- (3) Hopfield, J.J and D.W.Tank: "Neural" computation of decisions of optimization problems, Biol.Cybern. 52 pp.141-152 (1985)
- (4) 西川, 喜多, 芳: Hopfieldモデルの組合せ最適化問題への応用について, 計測自動制御学会, 第7回自律分散システム研究会, pp.73-78 (1988)
- (5) 関根泰次: 電力系統工学, 電気書院 (1966)
- (6) Takeda, M and J.W.Goodman: Neural networks for computation: number representations and programming complexity, APPLIED OPTICS, 25, 18 pp.3033-3046 (1986)
- (7) Tank, D.W. and J.J.Hopfield: Simple "neural" optimization networks: an converter, signal decision circuit and a linear programming circuit, IEEE Trans. CAS-33, 5 pp.533-541 (1986)
- (8) Tank, D.W. and J.J.Hopfield: Neural computation by concentrating information in time, Proc.Natl.Acad.Sci.USA, 84, pp.1896-1900 (1987)



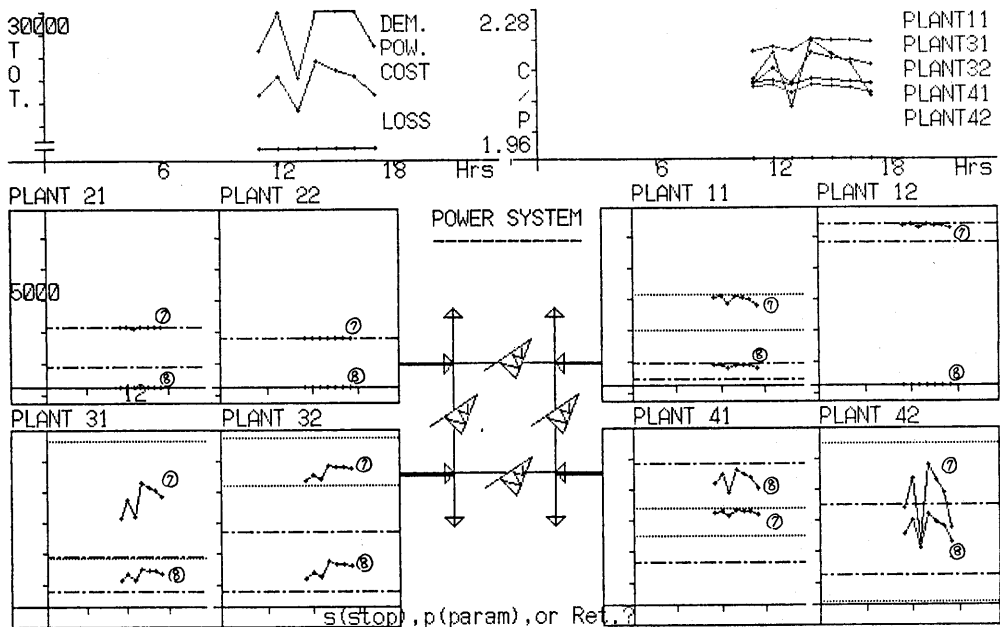
左上図はエネルギーの収束の様子を表す（縦軸：エネルギー値，横軸：時間）

右上図は与えられた総負荷、発電機の総出力、総発電コスト、および総送電損失が時間とともに変化する様子を表す（縦軸：電力/コスト，横軸：時間）

①与えられた総負荷（時間に依存せず一定） ②総出力の時間変化の様子と最終値
③総発電コストの時間変化の様子と最終値 ④総送電損失の時間変化の様子と最終値

下半分の図の中央は系統図と各負荷点の負荷を表す。下半分の右上、左上、右下、左下のそれぞれ二つのグラフは各ノードにつながる発電機 (PLANTxxが発電機名) に対応。各グラフは対応する発電機の⑤出力 (P) および⑥単位出力当たりのコスト (C/P) の時間変化と最終値を表す（縦軸：電力/コスト，横軸：時間）。グラフ中の点線は最大出力と最小出力を、一点鎖線は単位出力当たりの最大コストと最小コストを表す

図6. 特定時シミュレーション例



左上図は各時刻における与えられた総負荷、発電機の総出力、総発電コスト、および総送電損失の変化の様子を表す（縦軸：電力/コスト，横軸：時刻）

右上図は発電機#11,31,32,41,42の各時刻における単位出力当たりのコストの変化の様子を表す（縦軸：コスト，横軸：時刻）

下半分の図の中央は系統図。下半分の右上、左上、右下、左下のそれぞれ二つのグラフは各ノードにつながる発電機(PLANTxxが発電機名)に対応。各グラフは各時刻における対応する発電機の⑦出力(P)および⑧単位出力当たりのコスト(C/P)の変化の様子を表す（縦軸：電力/コスト，横軸：時刻）。グラフ中の点線は最大出力と最小出力を、一点鎖線は単位出力当たりの最大コストと最小コストを表す。

図7. 時系列シミュレーション例