知識工学と人工知能 64－4
（1989. 5. 18）

ＧＬＰの理論Ⅳ

赤間　清

北海道大学工学部情報工学科

ＧＬＰ(generalized logic program)の理論は，ロジック・プログラムの理論や文脈自由文法の理論やその他の興味深い知識表現系などの理論を統一的に扱うことができる．ＧＬＰの理論の主要部分を築くために基礎となる構造の１つは縮小系である．縮小系から別の縮小系を作るためのいくつかの基礎的な方法と定理は，すでに与えられた．本論文ではそれらに加えて，論理積や制約付加によって縮小系を生成する方法と定理を与える．この理論はたとえば，集合束縛変数を扱う PAL を理論的に厳密に基礎付けることや，制約論理プログラムの理論をＧＬＰの理論の枠内の一分枝として位置付けることを可能にするものである．

A Theory of Generalized Logic Programs Ⅳ

Kiyoshi Akama

Dept. of Information Engineering, Faculty of Engineering, Hokkaido University

The theory of GLPs (generalized logic programs) is a generalization of the theory of logic programs. The basic parts of GLP theory including the definition of GLPs, their declarative semantics, the new definition of unification, the SLD resolution and the soundness and the completeness theorems are already established. GLP theory is constructed mainly on the concept of contraction systems (CSs), which axiomatize the structure of substitutions operating on atomic formulas. In this paper we add a few methods of constructing new CSs from given CSs. One of them enables us to discuss atomic formulas with constraints, and to prove that GLP theory gives a more general framework than CLP (constraint logic program) theory.

1.　まえがき

ＧＬＰ(generalized logic program)の理論は，ロジック・プログラムの理論や文脈自由文法の理論やその他の興味深い知識表現系などの理論を統合する．この統合は，それらの個々の理論が記述されているレベルより抽象化されたレベルで理論を構成することによってなされる．これまでに，ＧＬＰの定義，ＧＬＰの宣言的意味論，ユニフィケーションの新しい定義，ＳＬＤ導出，ＳＬＤ導出に関する健全性と弱い完全性の定理，極大ＳＬＤ反駁の存在定理など，ＧＬＰの理論の基礎的な部分[赤間 89ab]が与えられた．また，ＧＬＰの理論の主要部分を築くために最も重要な構造である縮小系に対して，単純な縮小系からより複雑な縮小系を合成するための基礎的な方法と定理[赤間 89c]を与えた．

本論文ではさらに，論理積や制約付加によって縮小系を生成する方法と定理を与える．この理論は，ＧＬＰの理論が扱う範囲がさらに広いものであることを示している．それはたとえば，集合束縛変数を扱う PAL に厳密な理論的裏付けを与えることや，ＣＬＰ（制約論理プログラム）の理論［Jaffar 86]をＧＬＰの理論の枠内の１つの枝として位置付けることを可能にするものである．

2.　縮小構造の定義の導入と縮小系，縮小生成系の定義の変更

これまでの記述（[赤間 89bcなど]）では，縮小系は以下のように定義されていた．
定義：縮小系とは，つぎの条件を満たす４項組 $\langle A, G, S, \mu \rangle$ である．

① $A \supset G$
② $\mu : S \rightarrow \mathrm{partialmap}(A, A)$
③ $\forall s_1, s_2 \in S, \exists s \in S : \mu(s) = \mu(s_1) \circ \mu(s_2)$
④ $\exists s \in S, \forall a \in A : \mu(s)(a) = a$
⑤ $\forall s \in S, \forall g \in G : \mu(s)(g) = g$

しかしこの定義については，議論の余地がある．上記の縮小系の条件①～⑤を，

第１群　…　②，③，④
第２群　…　①，⑤

の２群に分割して，

第１群　…　３項組 $\langle A, S, \mu \rangle$ を規定する条件．
第２群　…　３項組 $\langle A, S, \mu \rangle$ が与えられたとき，Ｇを規定する条件．

と考えてみる．するとこの２つの群がＧＬＰの理論に果す役割はずいぶん異なることに気づく．第１群の条件はきわめて基礎的なものばかりであるが，ＳＬＤ演繹列が第１群の構造だけで定まるなど，多くの定義，命題をこの構造だけを基礎として論じることができる．ゆえにこの第１群の条件を改訂する余地はあまりない．しかしながら，第２群の条件は「不安定」であり，次のようにいくつかの候補が考えられる．

(a)　Ｇに対して，Ａの部分集合という条件だけを課す．
(b)　ＧはＡの部分集合であり，さらに次の条件を満たすものとする．

$$\forall g \in G : \{x \mid x = \mu(s)(g) \in G, s \in S\} = \{g\}$$

これは，gから到達するＧの元はgだけであることを意味する．

(c)　ＧはＡの部分集合であり，さらに次の条件を満たすものとする．

$$\forall g \in G, \forall s \in S :$$

$\mu(s)(g)$ が定義されている $\to \mu(s)(g) = g$

(d)　GはAの部分集合であり，さらに次の条件を満たすものとする．

$$\forall s \in S,\ \forall g \in G : \mu(s)(g) = g$$

これらの関係は，

(a) ← (b) ← (c) ← (d)

である．またそれぞれ次のような長短がある．

(a)　$p \in GLP$の意味，すなわち，rep（p）を定めるだけなら，GはAの任意の部分集合でよい．

(b)　いくつかの命題は，Gが

$$\forall g \in G : \{x \mid x = \mu(s)(g) \in G,\ s \in S\} = \{g\}$$

を満たせば成立する．この条件はGを「ground らしく」するための最も弱い条件の1つであろう．しかし縮小系を生成するときには前提条件として弱すぎる場合がある．

(c)　条件(b)と条件(d)の間であり，縮小系を合成する場合の前提の縮小系の条件としても合成される縮小系の条件としても比較的都合がよい．

(d)　この条件は基礎的な多くの縮小系に対して当てはまる．また，強い条件なので，縮小系を合成する場合の前提となる縮小系に対してこの条件を課せば証明を簡略化するなどの点でも都合が良い．しかし合成される縮小系の条件としてはきつすぎる場合がある．

どれをとっても万能ではないので，これからは次のような方法を採用することにする．

① Gに対する条件を縮小系 $\langle A, G, S, \mu \rangle$ から切り離して論じることを可能にするために，縮小構造 $\langle A, S, \mu \rangle$ を新しく定義する．

② 縮小系 $\langle A, G, S, \mu \rangle$ の条件を緩くする．Gに対して条件(a)だけを要請しておき，追加条件（b，c，d など）を付けることによっていろいろな場合にうまく対処する．

新しい定義はつぎのとおりである．

定義：縮小構造とは，つぎの条件を満たす3項組 $\langle A, S, \mu \rangle$ である．

① $\mu : S \to \mathrm{partialmap}(A, A)$

② $\forall s_1, s_2 \in S,\ \exists s \in S : \mu(s) = \mu(s_1) \circ \mu(s_2)$

③ $\exists s \in S,\ \forall a \in A : \mu(s)(a) = a$

定義：縮小系とは，つぎの条件を満たす4項組 $\langle A, G, S, \mu \rangle$ である．

① 3項組 $\langle A, S, \mu \rangle$ は縮小構造である

② $A \supset G$

これにともなって縮小生成系，縮小生成構造の定義もつぎのように変更／追加する．

定義：縮小生成構造とは，つぎの条件を満たす3項組 $\langle A, C, \xi \rangle$ である．

① $\xi : C \to \mathrm{partial\_map}(A, A)$

定義：縮小生成系とは，つぎの条件を満たす4項組 $\langle A, G, C, \xi \rangle$ である．

① 3項組 $\langle A, C, \xi \rangle$ は縮小生成構造である

② $A \supset G$

縮小系や縮小生成系を用いて，プログラムpの意味や，縮小系の合成などを議論するとき，場合に応じてGのための条件（上記の (b) から (d) など）に言及するものとする．それはたとえば，「Gは縮小系 $\langle A, G, S, \mu \rangle$ の (c)-ground set である」というように行なう．これによってたとえば，あるSLD導出を直観的に想定し，そのSLD

導出を与える縮小構造を定義し，その後で，適当なＧを選択してＧＬＰの理論にのせることも自然に行なえる．その場合のＧが（a）から（d)などのうちどこまでを満たすかを後から確認すればよい．また，１つの縮小構造に複数のＧを設定してプログラムの意味などを議論することも考えられる．これまでのＧＬＰの理論の記述からの変更点としては，縮小系の合成に関する命題で，合成される縮小系の条件が必ずしも（d)＝［上記の中で最も強い条件］でなくてもよいので，縮小に付随する部分写像の定義を少し単純にできる場合がある．その変更は容易なので，本論文では割愛する．

３．　準備

定義：縮小系＜Ｐ，Ｇ，Ｓ，μ＞において，powerset(Ｐ)の任意の元をｘとし，Ｓの任意の元をθとする．θがｘに適用可能であるとは，θがｘのすべての元に適用可能なことである．またその適用の結果ｘθは，ｘの各元をθで変換して得られるＰの元すべての集合，すなわち，

$$x\theta = \{ a\theta \mid a \in x \}$$

となる．

注意：ｘθはθがｘに適用可能なときだけ定義される．ｘθが入った表現は，θがｘに適用可能であるという条件を含むものと約束する．たとえば，

$$x\theta \subset R$$

は，次の条件を意味する．

「θがｘに適用可能であって，しかも，ｘθ⊂Ｒ　である」

定義：集合Ｘが与えられているとする．Ｘから非負整数$\overline{N}$への写像全体の集合をＭとする．Ｍの元ｍを（Ｘに関する）マルチセットという．ｘ∈Ｘがマルチセットｍの元であるとは，ｍ（ｘ）≠０　を満たすことを言う．マルチセットｍの台とは，マルチセットｍの元全体の集合　{ｘ∈Ｘ｜ｍ（ｘ）≠０）のことである．

定義：有限マルチセットとはその台が有限集合であるマルチセットのことである．有限マルチセットは，

$$m = \{X1/n1,\ X2/n2,\ \cdots,\ XK/nK\}$$

のように表すことができる．ここで X1，X2，…，XK はｍの台の元を重複せずに列挙したもので，n1，n2，…，nK は，それぞれ，ｍにおいて X1，X2，…，XK が対応する自然数である．

定義：Ｘの部分集合Ｙに対して，Ｙ上のマルチセットとは，台がＹの部分集合であるような（Ｘに関する）マルチセットのことである．Ｙ上のマルチセット全体の集合を multiset（Ｙ）で，Ｙ上の有限マルチセット全体の集合を finite_multiset（Ｙ）で表す．

約束：Ｘに関するマルチセットを論じる時，定義域Ｘとして十分大きな集合を暗黙に仮定し，そのなかで議論する．Ｘは普通陽に示さない．

定義：マルチセット上の演算などを次のように定義する．

$$(m1 \cup m2)(x) = \mathrm{MAX}(m1(x),\ m2(x))$$

$$(m1 \cap m2)(x) = \mathrm{MIN}(m1(x),\ m2(x))$$

$$x \in m \quad \leftrightarrow \quad m(x) \geq 1$$

定義：縮小系＜Ｐ，Ｇ，Ｓ，μ＞において，Ｐ上の任意の有限マルチセットをｍとし，Ｓの任意の元をθとする．θがｍに適用可能であるとは，θがｍのすべての元に

適用可能なことである．またその適用の結果，$m\theta$は，$p\in P$を

$$\{a \mid a\in m,\ a\theta=p\}$$

のすべての要素aに渡る$m(a)$の総和に対応させる写像として定義する．

注意：集合の場合と同様に，マルチセットmの場合にも，$m\theta$はθがmに適用可能なときだけ定義される．$m\theta$が入った表現は，θがmに適用可能であるという条件を含むものと約束する．

定義：式 exp に代入sが作用した結果を，subst（exp, s）で表す．

4． 縮小系の論理積

ＡＩでは，たとえば {(ON BOX TABLE) (IN PIRAMID BOX) (LEFT *X BOX)} のように，世界の状態はよく論理式の集合で表現される．そのような表現全体もまた縮小系と考えることができる．本節の記述はその基礎を与える．

4．1 有限集合による論理積

命題：縮小構造$<P_o, S_o, \mu_o>$が与えられたとき，３項組$<P, C, \xi>$を次のように定義する．

$$P=\mathrm{finite\_set}(P_o)\times\{0, 1\}$$

$$C=S_o+P_o+\{\delta\}$$

$$\xi : C\rightarrow \mathrm{partial\_map}(P, P)$$

$c=\theta\in S_o$ のとき，

$$\xi(\theta)((x, s))=(x\theta, s)$$

$c=p\in P_o$ のとき，

$$\xi(p)((x, 1))=(x\cup\{p\}, 1)$$

$c=\delta$ のとき

$$\xi(\delta)((x, 1))=(x, 0)$$

それ以外未定義

このとき$<P, C, \xi>$は明らかに縮小生成構造である．

定義：上記の命題によって縮小構造$<P_o, S_o, \mu_o>$から定義される縮小構造を

FINITE_SET（$<P_o, S_o, \mu_o>$）

と書くことにする．

命題：縮小系$<P_o, G_o, S_o, \mu_o>$において，G_oが条件(c)を満たす ground set であるとき，

$$<P, S, \mu>=\mathrm{FINITE\_SET}(<P_o, S_o, \mu_o>)$$

$$G=\mathrm{finite\_set}(G_o)\times\{0\}$$

とすれば，$<P, G, S, \mu>$ は縮小系であり，Gは (c)-ground set となる．

定義：上記の命題で，縮小系$<P_o, G_o, S_o, \mu_o>$から生成される縮小系を

FINITE_SET（$<P_o, G_o, S_o, \mu_o>$）

と書くことにする．

注意：ここまでの記述は，縮小構造／縮小生成構造と縮小系／縮小生成系を厳格に区別したが，今後は簡単のために縮小系／縮小生成系の記述だけで縮小構造／縮小生成構造の記述を済ませたことに約束する．

上の縮小系の部分縮小系（と同型な縮小系）として，つぎのものが考えられる．

命題：縮小系＜Ｐo，Ｇo，Ｓo，μo＞が与えられたとき，４項組＜Ｐ，Ｇ，Ｃ，ξ＞を次のように定義する．

$P = \text{finite\_set}(P_o)$

$G = \text{finite\_set}(G_o)$

$C = S_o$

$\xi : C \to \text{partial\_map}(P, P)$

$\theta \in S_o$ のとき，

$\xi(\theta)(x) = x\theta$

このとき＜Ｐ，Ｇ，Ｃ，ξ＞は明らかに縮小生成系である．

４．２　有限マルチセットによる論理積

命題：縮小系＜Ｐo，Ｇo，Ｓo，μo＞に対して，４項組＜Ｐ，Ｇ，Ｃ，ξ＞を次のように定義する．

$P = \text{finite\_multiset}(P_o) \times \{0, 1\}$

$G = \text{finite\_multiset}(G_o) \times \{0\}$

$C = S_o + P_o + \{\delta\}$

$\xi : C \to \text{partial\_map}(P, P)$

$c = \theta \in S_o$ のとき，

$\xi(\theta)((x, s)) = (x\theta, s)$

$c = p \in P_o$ のとき，

$\xi(p)((x, 1)) = (x \cup \{p/1\}, 1)$

$c = \delta$ のとき

$\xi(\delta)((x, 1)) = (x, 0)$

それ以外未定義

このとき＜Ｐ，Ｇ，Ｃ，ξ＞は明らかに縮小生成系である．これから生成される縮小系を MULTI（＜Ｐo，Ｇo，Ｓo，μo＞）と書くことにする．また，Ｇoが条件(c)を満たす ground set であるとき，Ｇもまた，生成される縮小系 MULTI（＜Ｐo，Ｇo，Ｓo，μo＞）に対する (c)-ground set となる．

５．　制約付加による縮小系の生成

５．１　制約の空間の構成

約束：本節では，

①　縮小系Γ＝＜Ｐ，Ｇ，Ｓ，μ＞

②　Ｇの部分集合Ｒ

を固定して考える．そして，Ｐの元を原始論理式に見立て，Ｒを groundな正しい原始論理式全体の集合に見立てて理論をつくる．

定義：Ｐの元を原始論理式に見立て，Ｐの部分集合ｘを原始論理式の and 結合に見立てる視点から，Ｐ上の and 結合全体の集合にあたる CONJ（Ｐ）を，

$\text{CONJ}(P) = \{x \mid x \subset P\} \equiv \text{powerset}(P)$

で定義し，その元をP上の conjunction と呼ぶ．

定義：conjunction xに対して，POSS (x)，APP (x)，ALL (x) を，

$$POSS(x) = \{\theta \mid \theta \in S,\ x\theta \subset R\}$$
$$APP(x) = \{\sigma \mid \sigma \in S,\ \theta \in S,\ x\sigma\theta \subset R\}$$
$$ALL(x) = \{(\sigma, \theta) \mid \sigma \in S,\ \theta \in S,\ x\sigma\theta \subset R\}$$

と定義する．これにより，

$$POSS \in map(CONJ(P),\ powerset(S))$$
$$APP \in map(CONJ(P),\ powerset(S))$$
$$ALL \in map(CONJ(P),\ powerset(S \times S))$$

が定まる．

命題：id を縮小系Γの恒等縮小とするとき，次式が成り立つ．

$$POSS(x) = \{\theta \mid (id, \theta) \in ALL(x)\}$$
$$APP(x) = \{\sigma \mid (\sigma, \theta) \in ALL(x)\}$$

命題：次の命題が成り立つことは明らか．

① $ALL(x) \ni (id, \theta) \leftrightarrow POSS(x) \ni \theta$

② $ALL(x) \ni (\sigma, \theta) \rightarrow POSS(x) \ni \sigma\theta$

③ $ALL(x) \neq \phi \leftrightarrow POSS(x) \neq \phi$

④ $ALL(x) = \phi \leftrightarrow POSS(x) = \phi$

定義：conjunction xに対して，次のように定義する．

① xは可能 $\leftrightarrow ALL(x) \neq \phi \leftrightarrow POSS(x) \neq \phi$

② xは不可能 $\leftrightarrow ALL(x) = \phi \leftrightarrow POSS(x) = \phi$

命題：写像 POSS, APP, ALL は単調減少である．すなわち，

① $x \subset y \rightarrow POSS(x) \supset POSS(y)$

② $x \subset y \rightarrow APP(x) \supset APP(y)$

③ $x \subset y \rightarrow ALL(x) \supset ALL(y)$

証明：$x \subset y$ を仮定する．

$$POSS(y) \ni \theta$$
$$\leftrightarrow y\theta \subset R$$
$$\leftrightarrow x\theta \subset R \text{ and } (y - x)\theta \subset R$$
$$\rightarrow x\theta \subset R$$
$$\leftrightarrow POSS(x) \ni \theta$$

これは，次式を示す．

$$POSS(x) \supset POSS(y)$$

APP, ALLについても同様である．

定義：CONJ (P) の conjunction x，yが

$$ALL(x) = ALL(y)$$

を満たすとき，次の①，②，③が成り立つ．

① $APP(x) = APP(y)$

② $\forall \sigma \in (APP(x) \cap APP(y)) \subset S :\ ALL(x\sigma) = ALL(y\sigma)$

③ $\forall u,\ v \in CONJ(P) :$

$$ALL(u) = ALL(v) \rightarrow ALL(x \cup u) = ALL(y \cup v)$$

証明：①は，APP が ALLから一意に決ることより明らか．

②の証明．

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{ALL}(x) = \mathrm{ALL}(y)\\
&\leftrightarrow\ \forall\rho,\theta\in S : [x\rho\theta\subset R \ \leftrightarrow\ y\rho\theta\subset R]\\
&\rightarrow\ \forall\rho,\theta\in S : [x(\sigma\rho)\theta\subset R \ \leftrightarrow\ y(\sigma\rho)\theta\subset R]\\
&\leftrightarrow\ \forall\rho,\theta\in S : [(x\sigma)\rho\theta\subset R \ \leftrightarrow\ (y\sigma)\rho\theta\subset R]\\
&\leftrightarrow\ \mathrm{ALL}(x\sigma) = \mathrm{ALL}(y\sigma)
\end{aligned}
$$

③の証明．CONJ（P）の任意の元u，vに対して，

$$\mathrm{ALL}(u) = \mathrm{ALL}(v)$$

を仮定する．これは，

$$\forall\rho,\theta\in S : [u\rho\theta\subset R \ \leftrightarrow\ v\rho\theta\subset R]$$

を意味するから，次の変形が可能である．

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{ALL}(x) = \mathrm{ALL}(y)\\
&\leftrightarrow\ \forall\rho,\theta\in S : [x\rho\theta\subset R \ \leftrightarrow\ y\rho\theta\subset R]\\
&\rightarrow\ \forall\rho,\theta\in S :\\
&\qquad [x\rho\theta\subset R \text{ and } u\rho\theta\subset R] \ \leftrightarrow\ [y\rho\theta \text{ and } v\rho\theta\subset R]\\
&\leftrightarrow\ \forall\rho,\theta\in S :\\
&\qquad [(x\cup u)\rho\theta\subset R \ \leftrightarrow\ (y\cup v)\rho\theta\subset R]\\
&\leftrightarrow\ \mathrm{ALL}(x\cup u) = \mathrm{ALL}(y\cup v)
\end{aligned}
$$

定義：CONJ（P）の任意の conjunction x，yに対して，関係～を，

$$x\sim y \ \leftrightarrow\ \mathrm{ALL}(x) = \mathrm{ALL}(y)$$

で定義する．～は明らかに同値関係である．同値関係～でPを割った商集合：

$$P/\sim$$

を考え，任意の conjunction zの属する同値類を［z］と書く．

命題：CONJ（P）の conjunction x，yが　x～y　を満たすとき，次の①，②，③が成り立つ．

① $\mathrm{APP}(x) = \mathrm{APP}(y)$

② $\forall\sigma\in\mathrm{APP}(x)\cap\mathrm{APP}(y)\subset S :\ x\sigma \sim y\sigma$

③ $\forall u, v\in\mathrm{CONJ}(P) : [u\sim v \ \rightarrow\ (x\cup u)\sim(y\cup v)]$

定義：商集合P／～，Sの元σ，集合演算∪に対して，次のように定義する．

① ［P／～］から powerset（S）への写像 APP：

$$\mathrm{APP}([x]) = \mathrm{APP}(x)$$

② ［P／～］上の部分写像ξ（σ）：

$$\xi(\sigma)\,[x] = [x\sigma] \quad \cdots \quad \sigma\in\mathrm{APP}([x])\text{ のとき}$$

③ ［P／～］上の２項演算∪：

$$[x]\cup[u] = [x\cup u]$$

ただし，簡単のために APPと∪は同じ記号を重複して使うことにする．

定義：P／～の部分集合Ωを，Ω＝｛［x］｜xは可能｝で定義する．

５．２　制約付加による縮小系の生成

定義：縮小を共有する２つの縮小系，

$$\Gamma a = \langle Pa,\ Ga,\ S,\ \mu a\rangle$$

$$\Gamma b = \langle Pb,\ Gb,\ S,\ \mu b\rangle$$

があるとする．また，

① RはGbの部分集合である

② ALL，～，［］，ΩなどをΓbとRから前節の記述に従って定義する．

このとき，次のようにして縮小生成系 ＜A，G，C，ξ＞ を作ることができる．

A … $Pa \times \Omega$

G … $Ga \times \{[\phi]\}$

C … $S + \Omega$

ξ … $\xi : C \rightarrow$ partialmap(A，A)の定義：

(a) $\theta \in APP(c)$，$(a, c) \in A$，$c\theta \in \Omega$ の場合，

$$\xi(\theta)(a, c) = (a\theta, c\theta)$$

(b) $d \in \Omega$，$(a, c) \in A$，$c \cup d \in \Omega$ の場合，

$$\xi(d)(a, c) = (a, c \cup d)$$

(c) それ以外の場合，未定義．

これによって定義される縮小系Γを制約付加による縮小系と呼び，

$\Gamma = \mathrm{CONSTRAINT}(\Gamma a, \Gamma b, R)$

と書く．またGaがΓaの (c)-ground set であるとき，GはΓの(b)-ground set である．

証明：縮小系ができることの証明：

① $\xi : C \rightarrow$ partialmap(A，A)

上記の命題を使えばξが well defined であることがわかる．

GがΓの(b)-ground setであることの証明：

① Gの任意の元を$(g, [\phi])$とする．GaがΓaの (c)-ground set であるという仮定とξの定義より，どの$c \in C$をとっても，

$$\xi(c)(g, [\phi]) = (g', [x])$$

というようにξ(c)が第1要素をgからg'（≠g）に変化させるcはない．したがって，考察をGに限定すれば，

$$\{x \mid x = \mu(s)((g, [\phi])) \in G,\ s \in S\} \subset \{g\}$$

が成り立つ．一方 Γaの恒等縮小 id に対して，

$$\mu(\mathrm{id})((g, [\phi])) = (g, [\phi])$$

であるから，

$$\{x \mid x = \mu(s)((g, [\phi])) \in G,\ s \in S\} = \{g\}$$

が言える．

5．3 集合束縛変数

命題：以下の条件を満たすV，G，Πが与えられているとする．

α $V \cap G = \phi$

β $\Pi \subset \mathrm{powerset}(G)$

そのとき，以下の条件を満たす4項組＜Pb，Gb，Cb，ξb＞ を考える．

① $Pb = (V + G) \times \Pi$

② $Gb = G \times \Pi$

③ $Cb = V \times \mathrm{Sex}(G, V)$

④ $\xi b : Cb \rightarrow$ partialmap(Pb，Pb)

$c = (v, u) \in Cb$，$p = (w, Q) \in Pb$ に対して，

$x=\mathrm{subst}(w, \{v/u\})\in V+G$ のとき，
$\xi(c)(p)=(x, Q)$
それ以外未定義．

この４項組は明らかに縮小生成系である．これから生成される縮小系を

$\Gamma set=<Pb, Gb, S, \mu b>$

と呼ぶことにする．Gbは (d)-ground set である．

命題：次の２つの縮小系，

$\Gamma sex2 = SEX(GENE(<G, G, \phi, \phi>), V)$

$\Gamma set=<Pb, Gb, S, \mu b>$

は，縮小集合を共有する．Γsex2は (d)-ground set を持つ．

命題：上記の２つの縮小系 Γsex2，Γset と，Gbの部分集合R：

$R=\{(g, Q) \mid g\in Q\}$

を考えれば，上記の命題により制約を持つ縮小系Γsex3

$\Gamma sex3 = CONSTRAINT(\Gamma sex2, \Gamma set, R)$

が作れる．Γsex3は (b)-ground set を持つ．

Γsex3が扱う式は，たとえば，

((on *x *y), {(*x, apple) (*y, table)})

のようなものである．ここで，*x や *y は変数であり，apple や table はそれぞれ，「りんご」や「テーブル」の集合である．制約の意味は，それぞれ，

*x∈ apple, *y ∈ table

であり，これらは骨格のなかの変数のところについているものとみなすことができる．こうして，PAL の集合束縛変数が導かれる．上の式を PAL 風の表記で書けば，

(on *x^apple *y^table)

となる．*x^apple や *y^table が集合束縛変数である．

６． むすび

論理積や制約付加による縮小系の生成について議論した．とくに制約付加による縮小系の生成方法は，集合束縛変数を扱う PAL を厳密に基礎付けたり，ＣＬＰ（制約論理プログラム）の理論をＧＬＰの理論の枠内に位置付けることを可能にしている．紙面の関係で，これ以上の詳しい理論やその拡張などは別の論文で与える．

文　献

[Jaffar 86] Jaffar,J. and Lassez,J.L. : Constraint Logic Programming, Technical Report, Department of Computer Science, Monash University, June (1986)

[Lliyd 84] Lloyd,J.W. : Foundations of Logic Programming,Springer-Verlag, p.124 (1984) 邦訳「論理プログラミングの基礎」佐藤，森下訳

[赤間 89a] 赤間清：ＧＬＰの理論Ⅰ，WOL'89 論文集 (1989)

[赤間 89b] 赤間清：ＧＬＰの理論Ⅱ，情報処理学会，知識工学と人工知能研究会資料，63-9, pp.77-86 (1989)

[赤間 89c] 赤間清：ＧＬＰの理論Ⅲ，情報処理学会，知識工学と人工知能研究会資料，63-10, pp.87-96 (1989)