知識工学と人口知能　68－1
（１９９０．１．１８）

非単調知識処理システムBMS とその応用

森馬 純一　馬場口 登　手塚 慶一

大阪大学 工学部

本稿では，完全な知識だけでなく不完全な知識も扱うことのできる非単調知識処理システムBMSを提案する．BMSは，命題論理式で表される完全な知識とオペレータ"⇒"を用いて表される不完全な知識を受け取り，それらをもとに信念に基づく推論を行い，妥当な信念集合を得るという推論システムである．BMSは，新しい知識の追加に伴い知識ベースを更新し無矛盾性を維持する機能，外部から与えられた質問に応答する機能などを持つ．また，BMSの論理的性質について論じるため，自己認識論理に様相記号を含まないよう修正を加えた変形自己認識論理MALを定義し，両者の関係を明らかにする．さらに，BMSの応用例として，データベースシステムとしての利用について述べる．

Nonmonotonic Knowledge Processing System BMS and its Application

Jun-ichi Moriuma　Noboru Babaguchi　Yoshikazu Tezuka

Faculty of Engineering, Osaka University

2-1 Yamadaoka, Suita-shi, Osaka, 565 Japan

In this paper, we propose a nonmonotonic knowledge-processing system BMS *(Belief Management System). Dealing with incomplete knowledge represented by operator "⇒", as well as complete one,* BMS *can perform belief-based nonmonotonic reasoning.* BMS *possesses two major facilities: one is to maintain the consistency of knowledge base for newly added formulae, and the other is to yield flexible answers to given queries.* BMS *is on the basis of Modified Autoepistemic Logic (MAL) which includes no modal operator. And we clarify the logical relationship between* BMS *and MAL. Finally, we show an example of* BMS*'s application to a database-system.*

1．まえがき

人間が行っている様々な推論能力を知識処理システムに与えることは，将来の高度人工知能システムの実現に向けての重要な課題の１つである．現在のシステムが持つ推論能力はほぼ演繹推論の範囲に限られており，それは人間の推論の一側面に過ぎない．完全な知識とともにデフォルトや例外を含む知識など不完全な知識も対象とする非単調推論は演繹推論の枠組みを超える推論形態の１つである．非単調推論は，Nonmonotonic Logic[1,2]，Default Logic[3]に代表される非単調論理によって定式化される．

自己認識論理(Autoepistemic Logic)[4,5]は，非単調論理の１つとして知られており，古典的論理に信念オペレータＬを導入することによって，エージェントの信念に基づく推論を定式化する論理である．自己認識論理は可能世界の概念に基づいた明解な意味論が定義されているなど非単調推論を実現するのに有力な論理であると考えられており，それに基づいた非単調推論に関する研究も多くなされている．

本稿では，既に我々が提案した自己認識論理における安定拡張世界構成アルゴリズム[6]を発展させた，非単調知識処理システムＢＭＳ（Belief Management System）[7,8]を提案する．ＢＭＳは,与えられた知識をもとに，信念に基づく推論を行い，妥当な推論結果を求める非単調推論システムである．

ＢＭＳは，対象とする知識の表現として，命題論理式の他に「αならば普通βである」というデフォルトを表す式を含めることにより，不完全な知識からの非単調推論を実現している．「αならば普通βである」という知識は，自己認識論理では$L\alpha\wedge\neg L\neg\beta\rightarrow\beta$と記述されるが，ＢＭＳでは様相記号Ｌの代わりにオペレータ"⇒"を用いることにより$\alpha\Rightarrow\beta$と簡単化した式表現を採用している．次にＢＭＳの論理的な裏付けをするために，"⇒"を表現に含む論理体系，変形自己認識論理（ＭＡＬ）を構成し，ＢＭＳの論理的性質をＭＡＬによって明らかにする．最後に，ＢＭＳの応用例として，データベースとしての利用について触れる．

2．ＢＭＳ

本章では我々の提案する知識処理システムＢＭＳについて述べる．最初にＢＭＳの概略を記す．次にＢＭＳが扱う式を定義し，以下，ＢＭＳの構造および動作について説明する．

2.1. ＢＭＳの概略

ＢＭＳは与えられた完全・不完全な知識をもとに，自らの信念を用いて推論結果を得るという，エージェント（知的行為者）の推論を実現する非単調知識処理システムである．そのためにＢＭＳには，与えられた式を持つ部分（論理式ベース），不完全な知識を評価するために必要な，システムの持つ信念を仮定し記述する部分（信念ベース），および，推論結果を可能世界集合という形で持つ部分（可能世界ベース）という３つの部分を設けている．

さて，ＢＭＳの機能として次の３つが挙げられる．

(1) 与えられた知識から無矛盾な信念集合を構成する．
(2) 新しい知識の追加に伴い，知識ベースの更新を行い，矛盾が生じた場合，それを解消する．
(3) 外部から命題論理式の形で与えられる質問に対し，その式に対する信念を答として返す．

(1)と(2)は，現在持っている知識に対する妥当な推論結果を常に持ち続けることを意味し，これがＢＭＳの主目的である．(3)は,システムの持つ信念を自由に参照できるということであり，ＢＭＳの付随的な機能であるといえる．また返答は，単に真偽を返すだけでなく，信念の確かさに応じた５通りの答を返すことができる．

2.2. ＢＭＳが扱う知識表現

まず，ＢＭＳが対象とする式を定義する．ＢＭＳが受理する式として,通常式(ordinary formula) 及びデフォルト式 (default formula)を定める．通常式は命題論理式で表されるもので，完全な知識，確実な知識を表す．デフォルト式は，デフォルトや例外を含む知識など不完全な知識を表す式で，その表現にはオペレータ"⇒"を用いる．そして$\alpha\Rightarrow\beta$という式は「αならば普通βである」という意味を持つと考える．但し，ここでは$\alpha\Rightarrow\beta$のαとβが通常式であるものだけを対象とする．なお，「普通ｑである」という知識は■⇒ｑ（■は恒真命題）と書けるが，これを単に⇒ｑと略記することにする．

2.3. ＢＭＳの構造

ＢＭＳはその知識ベースとして論理式ベース，信念ベース，可能世界ベースの３領域を設けている．以下，

それぞれについて詳述する．

(1) 論理式ベースＦＢ

現在までにシステムに与えられた式を保存する部分であり，式はその種類に応じて通常式ベースＯＦＢとデフォルト式ベースＤＦＢに区別して格納される．従って，ＦＢは以下のように記述できる．

$FB = OFB \cup DFB$

$OFB = \{o_1, \cdots, o_s\}$　　（o_iは通常式）

$DFB = \{d_1, \cdots, d_t\}$　　（d_iはデフォルト式）

なお，以下の説明のため次の定義を行う．

$C = \{c \mid c$ はＦＢの各式に現われる命題定数$\}$

$\quad = \{c_1, \cdots, c_n\}$

$B = \{\alpha \mid \alpha \Rightarrow \beta \in DFB\} \cup \{\neg\beta \mid \alpha \Rightarrow \beta \in DFB\}$

$\quad = \{b_1, \cdots, b_k\}$

(2) 信念ベースＢＢ

後に述べるように，ＢＭＳにおけるデフォルト式$\alpha \Rightarrow \beta$の解釈は，エージェントがαおよび$\neg\beta$をそれぞれ信じているかどうかに依存する．従って，ＢはＤＦＢの全てのデフォルト式を解釈するのに必要である式集合であるといえる．実際ＢＭＳは，Ｂの各式に対する信念を仮定し，それによって得られる推論結果がその仮定と矛盾しないかを調べるという方法により推論を実現している．その信念の仮定を記述する部分がＢＢである．ＢＢはＢの各式，およびそれらに関する信念の仮定（ラベルで与えられる）が記述される．そのラベルは次の３つのいずれかである．

① valid　　　　… 恒真であることを示す．

② believed　　 … 信じていることを示す．

③ not believed … 信じていないことを示す．

①は今後更新の際にもラベルが不変であり，②③は更新の際，他のラベルに変わる可能性を持っている．

よって，ＢＢは以下のようにＢ，およびその各要素b_iへのラベルblab(b_i)の集合Blabとの組により記述できる．

$BB = [B, Blab]$

$Blab = \{blab(b_1), \cdots, blab(b_k)\}$

$blab(b_i) \in \{$"valid", "believed", "not believed"$\}$

(3) 可能世界ベースＷＢ

推論結果を可能世界集合として保持する部分に相当する．ＷＢのそれぞれの可能世界は，Ｃの各命題への真理値割当を表している．また，各世界には"in"または"out"のラベル付けがなされている．従って，ＷＢは可能世界集合Ｗ，およびＷの各世界w_iへのラベルwlab(w_i)の集合Wlabの組により記述できる．また各世界w_iは，Ｃの各命題c_jとそれに対する真理値割当$v_{i,j}$との組の集合で記述される．

$WB = [W, Wlab]$

$W = \{w_1, \cdots, w_m\}$

$Wlab = \{wlab(w_1), \cdots, wlab(w_m)\}$

$wlab(w_i) \in \{$"in", "out"$\}$　　　　$(1 \leq i \leq m)$

$w_i = \{(c_1, v_{i,1}), \cdots, (c_n, v_{i,n})\}$

$v_{i,j} \in \{0, 1\}$　　　$(1 \leq i \leq m,\ 1 \leq j \leq n)$

ここで，以下の説明のためWinを定義する．

$Win = \{w \mid w \in W,\ wlab(w) =$ "in"$\}$

なお，知識ベース更新の際，Ｗは常にＯＦＢの全モデルに等しくなるよう調整される．また，Winは前提ＦＢに対するエージェントの信念全体を表す可能世界集合である（つまりWinの全世界で真となる式集合がシステムの信念集合に等しい）と見なす．

以上で定義した記号を用いると，ＢＭＳの状態は図１のように表される．また，例としてＦＢ＝$\{p,\ q \rightarrow \neg r,\ q \rightarrow r,\ p \Rightarrow r\}$が与えられたときのＢＭＳの状態を図２に示す．図２の状態では，Win＝$\{w_2\}$であることから，w_2の真理値割り当てで真となる式，例えばp，$\neg q$，rがシステムの信念に含まれるといえる．

2.4. ＢＭＳ解釈と無矛盾性

本節では可能世界へのラベル付け，および知識ベースの無矛盾性を定義する．

可能世界ベースの各世界に付けられるラベルは，そ

ＦＢ	OFP	$o_1, o_2, \cdots, o_s$		
	DFP	$d_1, d_2, \cdots, d_t$		
ＢＢ	b_1 : blab(b_1) b_2 : blab(b_2) : 　 : b_k : blab(b_k)			
ＷＢ	$c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n$		Label	
	$(v_{1,1}\ v_{1,2} \cdots v_{1,n})$ $(v_{2,1}\ v_{2,2} \cdots v_{2,n})$: 　 : 　 ⋯ 　 : $(v_{m,1}\ v_{m,2} \cdots v_{m,n})$		wlab(w_1) wlab(w_2) : wlab(w_m)	w_1 w_2 : w_m

図１．ＢＭＳの一般的なデータ形式

の世界における真理値割当，およびＢＢに記述された信念によって決定される．以下にその定義を記す．

［定義１］（ＢＭＳ解釈）

ｗをＷＢの１つの可能世界，α，βを通常式とするとき，以下の条件を満たすデフォルト式への解釈をｗにおけるＢＭＳ解釈と呼び，I(w)で表す．

・blab(α)="valid"または"believed"，blab(¬β)="not believed"，かつｗでαが偽であるとき，またそのときに限りα⇒βが偽．

但し恒真命題■については，常にblab(■)="valid"であると考える．

［定義２］（世界へのラベル付け）

I(w)でＤＦＢの全式が真となるとき，wlab(w)="in"とし，そうでない場合，wlab(w)="out"とする．

前節で述べたように，Winで真となる式の集合がシステムの持つ信念全体と見なされるが，それが妥当な（無矛盾な）ものであるためには知識ベースが以下の条件を満たしている必要がある．

［定義３］（ＢＭＳの無矛盾性）

全てのα∈Ｂについて以下の条件を満たすとき，ＢＭＳの状態が無矛盾であるという．

(1) Win≠φ．

(2) blab(α)="valid"または"believed"ならばWinの全ての世界でαが真．

(3) blab(α)="not believed"ならば，Winの少なくとも１つの世界でαが偽．

定義３は，信念ベースにおける信念の記述が，Winで表される信念集合に合致するかという条件であり，これらを満たさないとき，信念と推論結果との間にくい違いが生じていることになり，ＢＭＳは妥当な推論結果を持っていないことになる．

例えば，図２の状態は無矛盾であるといえる．

F B	OFB	p q → ¬ r q → p		
	DFB	p ⇒ r		
B B	p : valid ¬ r : not believed			
W B	p　q　r		Label	
	(1　1　0)		out	w_1
	(1　0　1)		in	w_2
	(1　0　0)		out	w_3

図２．ＢＭＳの状態例

2.5. 知識ベースの更新と無矛盾性維持

ＢＭＳは，新しい知識が加えられたとき，知識ベースを更新するアルゴリズムを持っている．これは，追加された式を満たすよう信念を変更し，かつ定義３の無矛盾性が崩れたときにそれを解消する働きであり，これにより，常にＢＭＳは与えられた式集合に対する妥当な信念を持ち続けることができる．以下にアルゴリズムを記す．その説明に用いられる各記号は，２．３節での定義に従い，特に断わりがない限り手続きは番号の順に行われるものとする．

【知識ベース更新アルゴリズム】

(1-1) 新たに与えられた式をαとする．

(1-2) αがｃ∉Ｃなる（ＢＭＳにとって未知の）命題定数ｃを含んでいるならば(1-3)へ，含んでいなければ(2)へ．

(1-3) Ｃにｃを加える．次にＷの全ての世界
$w_i=\{(c_1, v_{i,1}), \cdots, (c_n, v_{i,n})\}$
を，次の２つの世界に分解する．
$w_i'=\{(c_1, v_{i,1}), \cdots, (c_n, v_{i,n}), (c, 1)\}$
$w_i''=\{(c_1, v_{i,1}), \cdots, (c_n, v_{i,n}), (c, 0)\}$
このとき，w_i'およびw_i''にはw_iと同じラベルを与える．

(1-4) (1-2)へ．

(2) αが通常式ならば(3-1)へ，デフォルト式ならば(4-1)へ．

(3-1) ＯＦＢにαを加える．

(3-2) ＷＢの全ての世界ｗについて，もしｗがαを充足しないならばＷＢからｗをそのラベルとともに消去する．

(3-3) Ｂの各式b_iについて，b_iがＷＢの全世界で真となるかどうかを調べ，その場合，ＢＢにおけるb_iのラベルblab(b_i)="valid"とする．

(3-4) (3-3)で"not believed"から"valid"に変更されたb_i∈Ｂが存在したならば，定義２に従ってＷＢの各世界のラベルの付け替えを行う．

(3-5) (5-1)へ．

(4-1) ＤＦＢにαを加える．αはデフォルト式なので以下αをβ⇒γと表す．

(4-2) ＢＢにβが記述されていないならば，βをＢＢに記述する．このときblab(β)を以下のように定める．

- βがＷの全世界で真ならば，"valid".
- βがWinの全ての世界で真ならば"believed".
- それ以外の場合"not believed".

(4-3) ＢＢに¬γが記述されていないならば，¬γもまたＢＢに記述する．このラベルの決定は(4-2)と同様である．

(4-4) (5-1)へ．

(5-1) 定義３により，現在のＢＭＳの状態が無矛盾かどうかを調べ，無矛盾ならば(6)へ，矛盾していれば(5-2)へ．

(5-2) ＢＢのラベルの組み合せを変更する．このとき，"valid"であるものについては変更はせず，他のラベルから"valid"とも変更しない．

(5-3) 定義２に従って，ＷＢの各世界のラベルを変更し，(5-1)へ．

(6) 動作を終了する．

次に更新アルゴリズムの適用例を示す．図２の状態にｑという式が加えられた場合を考える．

初期状態：Ｃ＝｛p，q，r｝，Ｂ＝｛q，¬r｝．

(1-2) ｑはc∉Ｃなる命題定数ｃを含んでいないので(2)へ．

(2) ｑは通常式なので(3-1)へ．

(3-1) ＯＦＢにｑを加える．

(3-2) ＷＢからw_2とw_3を消去する．

(3-3) ＢＢにおける¬ｒのラベルを"valid"と変更．

(3-4) w_1のラベルを"in"とする．

(3-5) (5-1)へ．

(5-1) 無矛盾性の条件を満たすので(6)へ．

<table>
<tr><td rowspan="2">ＦＢ</td><td>OFB</td><td colspan="2">p
q → ¬ r
q → p
q</td></tr>
<tr><td>DFB</td><td colspan="2">p ⇒ r</td></tr>
<tr><td>ＢＢ</td><td colspan="3">p : valid
¬ r : valid</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ＷＢ</td><td colspan="2">p q r</td><td>Label</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1 1 0)</td><td>in</td></tr>
</table>

図３．図２にｑを加えたときの最終状態

(6) 動作終了．

この最終状態を図３に示す．システムが最初¬ｑを信じていたのに対して，ｑという事実が加えられたため，そのままでは矛盾を生じる．そこで，システムはＢＢにおける信念の仮定（¬ｒを信じていないという仮定）を変更することによって，無矛盾な状態を取り戻した．その結果，システムは当初の信念を変更し，ｑ，¬ｒを信じる結果となっている．

2.6.質問と応答

ＢＭＳのもう一つの機能として，命題で質問を与えることによりシステムの持つ信念を参照できるという点が挙げられる．その仕組みは以下に示す通りである．

［定義４］（質問に対する応答）

ＢＭＳはその知識ベースの状態に応じ，通常式で与えられる質問αに対して以下の応答を行う．

(a) Ｗの全ての世界でαが真ならばtrue.

(b) Ｗの全ての世界でαが偽ならばfalse.

(c) (a)の条件を満たさず，Winの全ての世界でαが真ならばperhaps true.

(d) (b)の条件を満たさず，Winの全ての世界でαが偽ならばperhaps false.

(e) 以上のどれでもない場合，unknown.

図２の状態を例に示すと，ｐという質問に対しては上の(a)の条件に適うためtrueと返答し，ｑという質問に対しては，(d)の条件に適うためperhaps trueと返答する．このようにＢＭＳは式の真偽だけでなく，確かさに応じて柔軟な返答をする能力を持つといえる．

3．変形自己認識論理（ＭＡＬ）

前章で述べたように，ＢＭＳが対象とする式は自己認識論理式を制限し，変形を施したものである．本章ではＢＭＳの論理的意味について議論するため，通常式およびデフォルト式を対象とする論理体系，変形自己認識論理ＭＡＬを構成する．

ＭＡＬの利点の１つは，自己認識論理では様相記号が各所に現われ，表現が煩雑であったのに対して，デフォルトの表現に様相記号を含むことなくデフォルト型知識を記述でき，各式の表す意味がより明確になるということである．なおＭＡＬは自己認識論理を基礎にしているため，その大部分の性質は自己認識論理の諸性質より導くことができる．

3.1. シンタックス

最初にＭＡＬのシンタックスを定義する．ＭＡＬが対象とする式は，２．２節で述べた通常式とデフォルト式であり，これらを総称してＭＡＬ式と呼ぶことにする．

［定義５］（ＭＡＬ式）

(1) 基本論理式（命題定数）は通常式である．
(2) αが通常式ならば，$\neg\alpha$も通常式である．
(3) α，βが通常式ならば，$\alpha\rightarrow\beta$，$\alpha\wedge\beta$，$\alpha\vee\beta$も通常式である．
(4) α，βが通常式ならば，$\alpha\Rightarrow\beta$はデフォルト式である．
(5) 通常式とデフォルト式はＭＡＬ式である．

なお，オペレータ"⇒"を自己認識含意(autoepistemic implication)記号と呼ぶことにする．

次に，ＭＡＬの理論(theory)を定義する．自己認識論理では，理論は記号Ｌを含む式も含んでいたのに対し，ＭＡＬにおける理論は通常式だけを対象とすることにする．

［定義６］（ＭＡＬ理論）

ＭＡＬ理論とはエージェントの信念全体を表す通常式集合である．

3.2. セマンティックス

ＢＭＳは可能世界集合という形で推論結果を求めていることは既に述べた．また自己認識論理でも，可能世界(possible world)を用いることにより，その意味論を定義できる．これらに従い，ＭＡＬの意味論も可能世界によって定めることにする．

まず，ＭＡＬ理論Ｔは完全Ｓ５構造Ｋの全ての世界で真となる式集合であると定義する．ここで，完全Ｓ５構造とは，その中の任意の世界から他の全ての世界を見ることができる（真理値を参照できる）ような可能世界集合のことである．但し，自己認識論理とは異なり，Ｔは通常式集合であるため，ＫはＴの全モデル集合に等しくなることに注意しなければならない．

［定義７］（理論と完全Ｓ５構造との関係付け）

ＭＡＬ理論をＴ，完全Ｓ５構造をＫとする．任意の通常式αについて，$\alpha\in$Ｔであることと Ｋの全ての世界でαが真となることが同値であるとき，ＫはＴを表す完全Ｓ５構造である，または，ＫはＴに（ＴはＫに）対応するという．

《定理１》

ＭＡＬ理論と完全Ｓ５構造とは１対１に対応する．

次に，ＭＡＬ式の解釈およびモデルを定義する．これらは可能世界によって特徴付けられるため，それぞれ可能世界解釈，可能世界モデルと呼ぶことにする．完全Ｓ５構造の性質から，可能世界解釈におけるデフォルト式の真理値はその全ての可能世界を参照することにより決定される．それを以下に示す．

［定義８］（可能世界解釈）

ＭＡＬ式の可能世界解釈は次の条件を満たす完全Ｓ５構造Ｋと命題真理値割当Ｖの順序対＜Ｋ，Ｖ＞によって与えられる．

(1) 通常式αはＶでαが真であるとき，またそのときに限り真である．
(2) デフォルト式$\alpha\Rightarrow\beta$は，αがＫの全世界で真で，Ｋにβが真となる世界が少なくとも１つ存在し，かつβがＶで偽であるときのみ偽である．

［定義９］（可能世界モデル）

ＭＡＬ式集合Ｓの全式を真とする可能世界解釈をＳの可能世界モデルと呼ぶ．

3.3. 拡張世界

次に，ＭＡＬにおける拡張世界(extension）を定義する．拡張世界とは，与えられた前提（ＭＡＬ式集合）に対するエージェントの持つ信念集合と考えられ，自己認識論理における安定拡張世界(stable expansion)に相当する概念である．以下にその定義を記す．

［定義１０］（拡張世界）

前提として通常式集合ΔＯ及びデフォルト式集合ΔＤが与えられているとする．このとき，ＭＡＬ理論Ｔが以下の条件を満たすとき，またそのときに限りＴを$\Delta=\Delta O\cup\Delta D$の拡張世界（extension)であるという．

(a) $T=Th[T]$
(b) $T\supseteq\Delta O$
(c) 全ての$\alpha\Rightarrow\beta\in\Delta D$について，$\alpha\in T$かつ$\neg\beta\notin T$ならば$\beta\in T$である．
(d) $T\subseteq Th[\Delta O\cup\{\beta\mid\alpha\Rightarrow\beta\in\Delta D,\alpha\in T,\neg\beta\notin T\}]$

但し，Th[Ｓ]は通常式集合Ｓの論理的帰結集合である．

ちなみに，上の(a)(c)は自己認識論理における安定性の条件に，(d)は依存性の条件にそれぞれ対応する．

拡張世界は，与えられた前提に対して，理想的に合理的な判断を行うエージェントが得る推論結果と考えられ，拡張世界を求めることが妥当な推論結果を導くことであるといえる．

《定理２》

前提として通常式集合ΔＯ及びデフォルト式集合ΔＤが与えられているとき，以下の(1)と(2)は同値である．

(1) ＭＡＬ理論ＴはΔ＝ΔＯ∪ΔＤの拡張世界である．

(2) $T = Th[\Delta O \cup \{\beta \mid \alpha \Rightarrow \beta \in \Delta D, \alpha \in T, \neg\beta \notin T\}]$

自己認識論理では複数の安定拡張世界を持つこともあり，存在しないこともありうる．そして，どのような場合に拡張世界が存在しないかという判別は一般に困難である．ところがＭＡＬでは，次の定理に示すように，前提の通常式集合が矛盾していない限り拡張世界が存在することが保証されている．

《定理３》

ΔＯを無矛盾な通常式集合，ΔＤを任意の有限のデフォルト式集合とする．このときΔＯ∪ΔＤは少なくとも１つの拡張世界を持つ．

なお，自己認識論理と同様に拡張世界は複数存在することもありうる．例えば $\{a \Rightarrow b,\ a \Rightarrow c,\ \neg b \vee \neg c,\ a\}$ という前提に対しては，$\{b, \neg c\} \subseteq T_1$ および $\{\neg b, c\} \subseteq T_2$ なる２つの拡張世界 T_1, T_2 が存在する．

ここで，最も興味ある問題は，拡張世界は可能世界意味論的にどのように表されるかということである．このことに関して次の定理が得られる．

《定理４》

前提Δ＝ΔＯ∪ΔＤに対して可能世界集合Ｋが以下の条件を満たすとき，またそのときに限り，ＫはΔの拡張世界を表す完全Ｓ５構造である．

(1) Δのどの可能世界モデル＜Ｋ，Ｖ＞についてもＶがＫに含まれる．

(2) Ｋの全ての世界ｗについて，＜Ｋ，ｗ＞はΔの可能世界モデルとなる．

よって，この定理の２条件を満たすＫを求めることが，Δの拡張世界を構成することと等価であるといえる．

４．ＢＭＳとＭＡＬの関係

本節では，ＢＭＳの持つ各特徴がＭＡＬによって論理的に意味付けられることを示す．以下のいくつかの定理は両者の関係を与えるものである．ここで，Ｗ，Win等の記号は２章で定義したものとする．

まず，ＢＭＳ解釈とＭＡＬの可能世界解釈との等価性を示す．

《定理５》

任意のＷの世界ｗ，および任意のＤＦＢのデフォルト式 $\alpha \Rightarrow \beta$ について，知識ベースが無矛盾ならば，ＢＭＳ解釈Ｉ(ｗ)における $\alpha \Rightarrow \beta$ の真理値は，可能世界解釈＜Win，ｗ＞における $\alpha \Rightarrow \beta$ の真理値に等しい．

《定理６》

ＦＢ＝ΔとするＢＭＳの状態が無矛盾ならば，WinはΔの１つの拡張世界を表す完全Ｓ５構造である．

定理６は，ＢＭＳの無矛盾な状態を求めれば，システムの持つ信念集合は，前提に対する１つの拡張世界となることを示している．

《定理７》

Ｋを前提Δの拡張世界を表す完全Ｓ５構造とするとき，ＦＢ＝ΔかつWin＝Ｋである無矛盾なＢＭＳの状態が存在する．

定理７は，任意の拡張世界に対して，それに相当する無矛盾なＢＭＳの状態が存在することを示している．さらに，定理３を用いることにより，定理７から次の系が導かれる．

《系８》

ΔＯを無矛盾な通常式集合，ΔＤを任意のデフォルト式集合とする．このとき，少なくとも１つのＦＢ＝ΔＯ∪ΔＤである無矛盾なＢＭＳの状態が存在する．

《定理９》

以下に示す質問 α に対するＢＭＳの応答は，それぞれ右の条件に対応する．但しEx[FB]をＦＢの１つの拡張世界とする．

(a) true　　　：$\alpha \in Th[OFB]$

(b) false　　　　: $\neg\alpha \in Th[OFB]$
(c) perhaps true : $\alpha \notin Th[OFB]$, $\alpha \in Ex[FB]$
(d) perhaps false : $\neg\alpha \notin Th[OFB]$, $\neg\alpha \in Ex[FB]$
(e) unknown　　　: $\alpha \notin Ex[FB]$, $\neg\alpha \notin Ex[FB]$

これより，質問αに対してtrueあるいはfalseと返答するのは，完全な知識のみからαあるいは$\neg\alpha$が導かれる場合に相当し，perhaps trueまたはperhaps falseと返答するのは，αあるいは$\neg\alpha$が不完全な知識をも用いて導かれる場合に相当するといえる．

5．ＢＭＳの応用

本章ではＢＭＳの応用例として，データベースとしての利用について述べる．

演繹的データベースは，データを一階述語論理式として持ち，演繹推論を用いて質問の応答を行うものである．本稿では，その考えを発展させ，ＢＭＳの非単調推論機能を利用することによって，不完全な知識も対象に含めた非単調データベースシステムを構成する．

システムの構成を図４に示す．システムはＢＭＳ，一階知識ベース（ＦＫＢ）および検索モジュールから成る．ＦＫＢは，その知識としてＭＡＬ式を一階述語に拡張した表現を持つものとする．但し，その形を$p1 \wedge \cdots \wedge pn \rightarrow q$，または $p1 \wedge \cdots \wedge pn \Rightarrow q$（但し各$pi$と$q$は一階述語論理におけるリテラル）で表され，関数を含まず，変数は全て全称限定されているものに制限する．与えられるデータは一旦ここに納められる．

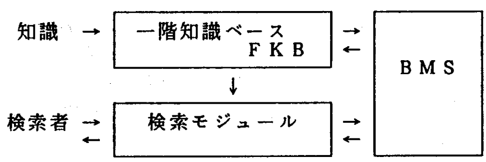

図４　ＢＭＳを利用した非単調データベースシステム

$penguin(x) \rightarrow \neg fly(x)$	$penguin(Chun)$
$bat(x) \rightarrow fly(x)$	$dog(Pochi)$
$penguin(x) \rightarrow bird(x)$	$cat(Mike)$
$pigeon(x) \rightarrow bird(x)$	$pigeon(Poppo)$
$dog(x) \rightarrow mammal(x)$	$bat(Blacky)$
$cat(x) \rightarrow mammal(x)$	
$bat(x) \rightarrow mammal(x)$	
$bird(x) \Rightarrow fly(x)$	
$mammal(x) \Rightarrow \neg fly(x)$	

図５　一階知識ベースのデータ例

ＦＫＢのデータ例を図５に示す．

さて，このＦＫＢからＢＭＳへ知識が伝達されていくが，ＢＭＳはＭＡＬ式，すなわち変数を含まない式しか扱うことができないため，変数を含む式には変数代入を行い，ＭＡＬ式化したのちＢＭＳに送る．そこで，このとき作られる式を有限個にするため，ＤＣＡ(Domain Closure Assumption)[9]を採用することにする．これは，知識ベース内に現われるオブジェクト定数の集合の要素だけが変数に代入できるという制限である．以下ではその集合をＤと記す．例えば図５の場合，Ｄ＝{Chun, Pochi, Mike, Poppo, Blacky}となる．

この例では変数を含まないpenguin(Chun)などはそのままＢＭＳに送られるが，$penguin(x) \rightarrow \neg fly(x)$などはｘにＤの定数が代入された式が送られることになる．しかし，このような式全てをＢＭＳに与えることは明らかに非効率的である．これを改善するために本システムでは，ＢＭＳの質問応答機能を生かした以下のような方法をとることにする．

ＦＫＢの各式$p1 \wedge \cdots \wedge pn \Rightarrow q$について，

(1) この式の各変数にＤの要素を代入した式$p1' \wedge \cdots \wedge pn' \Rightarrow q'$を考える．
(2) ＢＭＳがこの式を既に持っているならば何もしない．持っていなければ，その前件$p1' \wedge \cdots \wedge pn'$をＢＭＳに質問する．
(3) ＢＭＳがtrueまたはperhaps trueと返答するならば，$p1' \wedge \cdots \wedge pn' \Rightarrow q'$をＢＭＳに与える．

なお，これは$p1 \wedge \cdots \wedge pn \rightarrow q$という形の式についても同様とする．

この方法は，変数代入を行った式について，その前件をＢＭＳが信じている場合のみ，その式を加えるという考え方に基づいている．

図５の例にこの方法を適用した場合，ＢＭＳには最終的に図６の式が渡されることになる．そして２章で述べた通り，ＢＭＳはＦＫＢから受け取った式から無矛盾な状態を求める．

次にデータの検索について述べる．検索者が，検索モジュールに，変数を含む一階述語論理式（但し変数は全て全称限定）の形で質問を与えると，検索モジュールは変数代入を答として与えることができる．その仕組みは以下の通りである．

検索モジュールは，常にＦＫＢにおけるＤを持っている．そこで，変数を含む式で質問が与えられた場合，

bird(Chun)⇒fly(Chun)
penguin(Chun)→¬fly(Chun)
penguin(Chun)→bird(Chun)
mammal(Pochi)⇒¬fly(Pochi)
dog(Pochi)→mammal(Pochi)
mammal(Mike)⇒¬fly(Mike)
cat(Mike)→mammal(Mike)
bird(Poppo)⇒fly(Poppo)
pigeon(Poppo)→bird(Poppo)
mammal(Blacky)⇒¬fly(Blacky)
bat(Blacky)→fly(Blacky)
bat(Blacky)→mammal(Blacky)

penguin(Chun)
dog(Pochi)
cat(Mike)
pigeon(Poppo)
bat(Blacky)

図6　図５の知識からＢＭＳに与えられるデータ

その式の各変数にＤの要素を代入した式を全て作り，それらをＢＭＳに質問として与える．そして，ＢＭＳがtrueまたはperhaps trueと答えたものに限り，検索モジュールはその代入を検索者に返す．

例えば前の例で，「飛ぶ」ものを検索したいとする．そのとき，検索者はfly(x)という質問を検索モジュールに与えればよい．そこで検索モジュールは，ＢＭＳに対しfly(x)のxにＤ＝｛Chun, Pochi, Mike, Poppo, Blacky｝の各要素を代入した式を質問する．その返答は以下のようになる．

質問		返答
fly(Chun) ?	…	false
fly(Pochi) ?	…	perhaps false
fly(Mike) ?	…	perhaps false
fly(Poppo) ?	…	perhaps true
fly(Blacky)?	…	true

そこで，検索モジュールは

x = Poppo ,Blacky

という答を検索者に返すことができる．

6．むすび

本稿では，不完全な知識も対象とした非単調知識処理システムＢＭＳを提案し，その構造および動作を説明した．さらに，その論理的性質について議論するため，変形自己認識論理ＭＡＬを構成し，ＢＭＳの持つ諸性質がＭＡＬによって論理的に説明できることを示した．その主要な成果として，ＢＭＳの行っている推論が，実はＭＡＬにおける拡張世界を求めることに相当するということを明らかにした．

最後に，ＢＭＳのデータベースシステムとしての応用例について述べ，ＢＭＳが非単調性を持つＡＩシステムに利用できる可能性を示した．しかし，実用に供するためには，記憶容量や探索時間の面での効率化について，さらに検討していく必要があると考えられる．

【参考文献】

[1] D.McDermott and J.Doyle: "Non-monotonic Logic I", Artif. Intell., Vol.13, No.1, pp.41-72 (1980).

[2] D.McDermott : "Nonmonotonic Logic II", Nonmonotonic Modal Theories, J. ACM, Vol. 29, No.1, pp.33-57(1982).

[3] R.Reiter: "A Logic for Default Reasoning", Artif.Intell., Vol.13, No.1/2, pp.81-132 (1980).

[4] R.C.Moore: "Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic", Artif. Intell., Vol. 25, No.1, pp.75-94 (1985).

[5] R.C.Moore: "Possible-World Semantics for Autoepistemic Logic", AAAI Non-Monotonic Reasoning Workshop, pp.344-354 (1984).

[6] 森馬,馬場口,手塚: "自己認識論理における拡張世界の一構成法", 情処第37回全大7J-5 (1988).

[7] 森馬,馬場口,手塚: "非単調知識ベースの更新と無矛盾性維持について",信学春季全大D-210 (1989).

[8] 森馬,馬場口,手塚: "信念に基づく非単調知識処理システムＢＭＳ", 情処第39回全大5C-4 (1989).

[9] M.Genesereth and N.Nilsson: "Logical Foundations of Artificial Intelligence",Morgan Kaufmann Publishres,Inc. (1987).

【付録】

本文中の主要な定理の証明を記す．

［定理２の証明］

以下，集合$\{\beta \mid \alpha \Rightarrow \beta \in \Delta D, \alpha \in T, \neg\beta \notin T\}$を単にΩと書くことにする．

(1)→(2)　定義１０の拡張世界の条件は，

(a) $Th[T]=T$　①

(b) $\Delta O \subseteq T$　②

(c) $\Omega \subseteq T$　③

(d) $Th[\Delta O \cup \Omega] \supseteq T$　④

と書ける．これらから，

$Th[\Delta O \cup \Omega]=T$　⑤

を導けばよい．②③式から，$\Delta O \cup \Omega \subseteq T$．この式の両辺の帰結集合を考えると，Thオペレータの単調性および①式から，$Th[\Delta O \cup \Omega] \subseteq Th[T]=T$が導かれる．この式と④から，⑤式を得る．

(2)→(1)　Tが⑤式を満たすとする．このとき②③④式，すなわち拡張世界の定義の条件(b)(c)(d)を満足することは明らかである．⑤式の両辺の帰結集合を考え，$Th[Th[S]]=Th[S]$であるという性質を用いて，

$Th[T]=Th[Th[\Delta O \cup \Omega]]=Th[\Delta O \cup \Omega]=T$

を得る．よってTは条件(a)も満たし，Tが拡張世界であることが示される．

［定理３の証明］

以下の帰納的手続きにより得られる通常式集合X_i，Y_i（i=0,1,…）を考える．

(1) i＝０のとき，$X_0=\Delta O$，$Y_0=\Delta D$．

(2) i≧０のとき，$\alpha \in Th[X_i]$かつ$\neg\beta \notin Th[X_i]$を満たすようなデフォルト式$\alpha \Rightarrow \beta$がY_iに存在するならば，その１つ$\alpha_i \Rightarrow \beta_i$を選び，$X_{i+1}=X_i \cup \{\beta_i\}$，$Y_{i+1}=Y_i \setminus \{\alpha_i \Rightarrow \beta_i\}$とする（ここで＼は集合の差を表すものとする）．存在しなければ$X=X_i$，$Y=Y_i$とし，終了する．

ΔＤが有限個の式を持つ限り$X=X_n$，$Y=Y_n$とするnが存在する．ここで$Th[X]$をTと定義し，ΔＯが無矛盾ならばTが$\Delta O \cup \Delta D$の拡張世界となることを示したい．

その前にTが無矛盾であることを証明しておく．仮定よりX_0は無矛盾であり，$Th[X_0]$も無矛盾である．次に$Th[X_i]$が無矛盾ならば$Th[X_{i+1}]$も無矛盾であることを示す．(2)より$\neg\beta_i \notin Th[X_i]$であり，$X_{i+1}=X_i \cup \{\beta_i\}$は無矛盾．従って，$Th[X_{i+1}]$も無矛盾．よって，帰納法により$Th[X_n]=Th[X]=T$も無矛盾．

次にTが$\Delta O \cup \Delta D$の拡張世界となることを証明する．Xの定義から，$X=\Delta O \cup \{\beta_1,\cdots,\beta_n\}$と書くことができるので，

$T=Th[X]=Th[\Delta O \cup \{\beta_1,\cdots,\beta_n\}]$

であり，この式と定理２(2)の式との比較から，

$\{\beta_1,\cdots,\beta_n\}=\Omega$　⑥

であることを示せばよい．まず，

$\{\beta_1,\cdots,\beta_n\} \subseteq \Omega$　⑦

を証明するため，全ての$\beta_i \in \{\beta_1,\cdots,\beta_n\}$について，$\alpha_i \Rightarrow \beta_i$がΔＤに存在し，$\alpha_i \in T$かつ$\neg\beta_i \notin T$であることを示す．$\alpha_i \Rightarrow \beta_i \in \Delta D$は明らか．また手続き(2)の条件から$\alpha_i \in Th[X_i]$がいえ，これに$Th[X_i] \subseteq Th[X]$であることを用いて，$\alpha_i \in Th[X]=T$が導ける．一方，$\beta_i \in X_{i+1}$であり，これに$X_{i+1} \subseteq X$であることを用いて$\beta_i \in Th[X]=T$が導け，さらにTが無矛盾であることから，$\neg\beta_i \notin T$が成立する．よって⑦は証明できる．次に，

$\{\beta_1,\cdots,\beta_n\} \supseteq \Omega$　⑧

を証明するため，ΔＤのどの$\alpha \Rightarrow \beta$についても，$\alpha \in T$かつ$\neg\beta \notin T$ならば，βが$\{\beta_1,\cdots,\beta_n\}$に含まれることを示す．ここではその対偶：「ΔＤのどの$\alpha \Rightarrow \beta$についても，βが$\{\beta_1,\cdots,\beta_n\}$に含まれないならば，$\alpha \in T$かつ$\neg\beta \notin T$という条件を満たさない」ことを証明する．X，Yの定義から，Yの要素であるどの$\alpha \Rightarrow \beta$についても，$\alpha \in Th[X]$かつ$\neg\beta \notin Th[X]$という条件を満たさない．しかし定義よりYは$\beta \notin \{\beta_1,\cdots,\beta_n\}$である$\alpha \Rightarrow \beta \in \Delta D$全体の集合に他ならない．よって上の対偶が成り立ち，⑧式が証明される．⑦⑧両式から⑥式が導け，Tが拡張世界であることが証明された．以上により，ΔＯが無矛盾ならば$\Delta O \cup \Delta D$は拡張世界を持つことが証明できた．

［定理５の証明］

知識ベースが無矛盾であるとする．定義３より任意の$\alpha \Rightarrow \beta \in DFB$について，lab(α)が"valid"または"believed"であることとWinの全ての世界でαが真であることとは同値である．従って定義８の条件(2)は，「$\alpha \Rightarrow \beta$は，αがWinの全世界で真で，Winにβが真となる世界が少なくとも１つ存在し，かつβがwで偽であるときのみ＜Win, w＞で偽となる」と書ける．よってI(w)での$\alpha \Rightarrow \beta$の真理値は＜Win, w＞でのそれに等しい．

［定理６の証明］

Wの定義から，WはＯＦＢの全モデル集合である．ＢＭＳが無矛盾性の条件を満たしていると仮定すると，定理５よりI(w)でのΔＤの各式の真理値は＜Win, w＞のそれに等しく，定義２よりWinはI(w)でＤＦＢの全式が真となるような世界wの集合に等しい．これらのことと，Win⊆Wから，Winの各世界wについて＜Win, w＞はＦＢの可能世界モデルであり，＜Win, V＞がＦＢの可能世界モデルとなるようなVは全てWinに含まれる．よって，WinはΔ＝ＦＢの拡張世界を表す完全Ｓ５構造である．