人 工 知 能 78－1
（1991． 9． 12）

意志決定者が選択可能な操作変数をもつ離散時間システムのモデル化

金川直樹　岡田利久　米山忠暲　中田勝啓

玉川大学

意志決定者が選択可能な操作変数をもつ離散時間システムのモデル化に付いて述べる。状態変数，入力変数に対する操作変数として物理的制約を満たす範囲で複数の選択肢が存在することを許容する。意志決定者に構造化された選択規則，選択規則選定手続きに関する知識と操作変数生成に必要な一連の演算操作をもたせる。目標，状態変数，入力変数および操作変数相互間に存在する関係を明確にし，目標，状態変数，入力変数の認識から操作変数を特定するまでの過程を見通しの良い形式で表現する。これらの考察をもとにコンピュータ援用に適した意志決定者モデルを構築する。

MODELING OF A DISCRETE-TIME SYSTEM WITH DECISION VARIABLES

Naoki Kanekawa　Tosihisa Okada　Tadaaki Yoneyama　Katsuhiro Nakada

Tamagawa University

6-1-1 Tamagawagakuen, Machida-shi, Tokyo 194, Japan

Modeling of a discrete-time system with decision variables are discussed. Each of decision variables in the system is allowed to have a set of possible alternatives. We propose some structural rules and procedures for describing the choice of one of possible alternatives for each of decision variables. After making relationships among goal of the system, state variables, inputs and decision variables clear, we develop a structural model of decision maker in the system. The model has a feasible form for employing computer assistance in analysis of the system.

1．まえがき

現実世界のシステムが，(1)外部入力（目標，入力事象）と状態変数に基づいて決定される操作（または制御）可能な変数（以後操作変数あるいは指令と言う）を生成するサブシステムと(2)外部入力，状態変数及び(1)で決定された操作変数に基づいて挙動と出力が決定される操作の対象（サブシステム）とからなり，システムを操作する時点が離散的であり，時間集合が整数集合として与えられられる場合を考察の対象とする。

一つの興味は考察対象となる現実世界におけるシステムを意志決定システムとしてとらえ，意志決定問題の解を取り扱うことにある。しかし，この目的を達成するためには，第一段階として現実世界におけるシステムの入力と出力の関係，システムの挙動を記述できるモデルが必要になる。現実世界のシステムの解析や評価にコンピュータの援用が不可欠である今日，富田等が指摘しているように，少なくともコンピュータに行わせようとしている作業の構造を明確に認識できるよう考察対象のシステムのモデルが構造化されていなければならない[1]。この観点からすれば，モデル化の結果はシステムの状態を表す状態変数，入力変数，操作変数および出力変数に関連して何が何から決定される形になっているかが構造的に明確にされ，これらの変数相互間に存在する関係が最も見通しの良い表現形式で記述されていなければならない。

本論文では，考察対象となるシステムが状態変数，入力変数に対する操作変数に関して物理的制約を満たす範囲で複数の選択肢の存在を認める場合を扱う。このため選択肢の集合の中からそれぞれ一つの操作変数を選定する手順，手続きの設定に工夫がいる。物理的制約を満たす操作変数をただ一つ特定するための「選択規則」および「選択規則選定手続き」について考察し，これらの知識を構造化する。つぎに操作変数を生成するサブシステム（以後意志決定者という）が目標，状態変数，入力変数を認識したとき，構造化されたこれらの知識をもとに対応する操作変数を生成するために必要な一連の演算操作について考察する。これらの考察結果をもとに意志決定者をモデル化する。モデル化の中心を意志決定者におき，操作の対象については状態推移及び出力を記述する関数の導出手法を述べるにとどめる。

2．システムとその物理的制約

2.1 対象システムの概要

考察の対象にする現実世界のシステムの概要を図1に示す。外部入力である入力事象の生起は操作できないが，これら事象は操作の対象内部で意志決定者から受ける何らかの作用に影響されるものとし，この作用を「意志決定者の操作」と言うことにする。意志決定者は操作の対象内部で入力事象を操作するための操作変数（以後指令a_cと言う）及び状態変数を操作するための操作変数（以後指令a_xと言う）を生成するものとする。操作の対象内部で指令a_xが状態変数を操作し，指令a_cが入力事象を操作した結果として操作の対象内部に新たな状態変化と出力が生起するものとする。システムを記述するのに必要な変数を表す記号を次のように定義する。

U:目標uの集合。　X:システムの状態xの集合。

C:システムへの入力cの集合。　O:出力oの集合。

A_x:指令a_xに関して何等の制約を課さないとき考え得る実現値の全ての集合。

A_c:指令a_cに関して何等の制約を課さないとき考え得る実現値の全ての集合。

2.1 二項関係

$X\times A_x$上の二項関係は考察対象となる現実世界のシステムの物理的制約によって決まる。システム設計者はこの物理的制約に基づく$X\times A_x$上の二項関係を抽出する。物理的制約を満たすxとa_xの全ての組み合わせをR_x（$\subset X\times A_x$）で表す。現実世界のシステムに対する考察から$X\times A_x$上の部分集合R_xを特性づける特性関数が

$$\chi_{Rx}:X\times A_x\rightarrow\{0,1\} \tag{1}$$

$$\chi_{Rx}(x,a_x)=\begin{cases}1 & \text{if } (x,a_x)\in R_x\\ 0 & \text{if } (x,a_x)\notin R_x\end{cases}$$

で与えられるものとする。

固定されたx（$\in X$）であるという状況のもとで組み合わせ得る指令a_xの実現値の全ての集合を$\Gamma_{ax/x}(x)$で表す。指令a_xが$\Gamma_{ax/x}(x)$の要素であることは，

$$a_x\in\Gamma_{ax/x}(x)\quad\text{iff}\quad\exists a_x\in A_x$$
$$\text{such that}\quad\chi_{Rx}(x,a_x)=1\ \text{and fixed } x$$

によって明らかにされる。$\forall x\in X$について同様に考えれば，$X\times A_x$上の二項関係に関するXから$P(A_x)$（$P(A_x)$はA_xのべき集合）への写像

$$f_x:X\rightarrow P(A_x) \tag{2}$$

$f_x(x)=\Gamma_{ax/x}(x)$，$\Gamma_{ax/x}$:Xから$P(A_x)$への対応

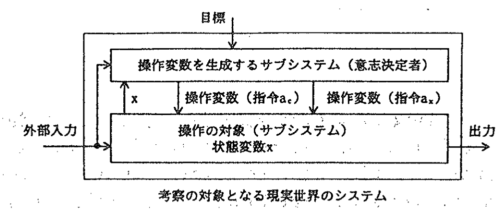

図1　考察対象となる現実世界のシステム

を定義できる。f_xはxとa_xとの組み合わせに関する物理的制約を記述する。

同様にして，考察の対象となる現実世界のシステムの物理的制約に基づいて設計者がcとa_c及びa_xとa_cの組み合わせを抽出する。$C \times A_c$上および$A_x \times A_c$上の二項関係をそれぞれ特性関数

$$\chi_c : C \times A_c \to \{0, 1\} \tag{3}$$

$$\chi_{ac/ax} : A_x \times A_c \to \{0, 1\} \tag{4}$$

によって特定すれば，つぎの写像

$$f_c : C \to P(A_c) \tag{5}$$

$f_c(c) = \Gamma_{ac/c}(c) = \{a_c \mid \chi_c(c, a_c) = 1, a_c \in A_c\}, c \in C$

$\Gamma_{ac/c}$：Cから$P(A_c)$への対応

$$f_{ac/ax} : A_x \to P(A_c) \tag{6}$$

$f_{ac/ax}(a_x) = \Gamma_{ac/ax}(a_x)$

$= (a_c \mid \chi_{ac/ax}(a_x, a_c) = 1, a_c \in A_c\}, \ a_x \in \Gamma_{ax/x}(x)$

$\Gamma_{ac/ax}$：A_xから$P(A_c)$への対応

を定義できる。$f_c, f_{ac/ax}$はそれぞれcとa_c，a_xとa_cの組み合わせに関する制約を記述する。

2.2 $X \times C \times A_x$及び$X \times C \times A_x \times A_c$上の関係

(x, c)を固定して考える。$\forall a_x \in f_{ax/x}(x)$に対して式(5),(6)に示した制約を満たす指令$a_c$が存在するとき，かつ，そのときに限り指令$a_x$は$x$に対して発し得る指令として採用出来る。すなわち，$\forall a_x \in f_{ax/x}(x)$に着目したとき，この$a_x$を$x$に対して採用できるか否かは$f_{ac/c}(c) \cap f_{ac/ax}(a_x)$が空集合であるか否かを判定することで判別出来る。固定された(x, c)に対して組み合わせ得る指令a_xの集合を$\Gamma_{ax/x,c}(x, c)$で表す。指令a_xが$\Gamma_{ax/x,c}(x, c)$の要素であることを次のように定める。

$a_x \in \Gamma_{ax/x,c}(x, c)$ iff $\exists a_x \in f_{ax/x}(x)$

such that $f_{ac/c}(c) \cap f_{ac/ax}(a_x) \neq \emptyset$。

xを固定したままcを変え同様の検討を行う。$\Gamma_{ax/x,c}$は(x, c)から$p(A_x)$への対応にほかならない。

$\{a_x^{1}, a_x^{2}, \ldots, a_x^{i}, \ldots, a_x^{|Ax|}\} = A_x$

$\{a_x^{Ln(1)}, a_x^{Ln(2)}, a_x^{Ln(3)}, \ldots, a_x^{Ln(i<n>)}, \ldots\ldots, a_x^{Ln(i<N>)}\}$

$= \Gamma_{ax/x,c}(x, c_n)$

とするとき，A_xの要素と$\Gamma_{ax/x,c}(x, c_n)$の要素の上付きの添え字に関する対応を

$$L_n : \{1, .., i_{<n>}, .., i_{<N>}\} \to \{1, .., i, .., |A_x|\} \tag{7}$$

で記述できるものとする。$L_n(i_{<n>}) = i$であれば，

$$a_x^{Ln(i<n>)} = a_x^{i}, \tag{8}$$

とする。対応$\Gamma_{ax/x,c}$をもとに次の写像

$$f_{ax/x,c}^{<x>} : \{x\} \times C \to p(A_x) \tag{9}$$

$f_{ax/x,c}^{<x>}(x, c) = \Gamma_{ax/x,c}(x, c)$

を定義できる。上付きの添え字$<x>$は固定されたxについて考えていることを表すため付けられている。

$f_{ax/x,c}^{<x>}(x, c)$ $(= \Gamma_{ax/x,c}(x, c))$

はシステム状態がx，入力事象がcであるときにxに対して発し得る指令の候補，即ち，選択肢の集合である。

x, c, a_x $(\in \Gamma_{ax/x,c}(x, c))$ を固定したときcに対する指令が $f_{ac/c}(c) \cap f_{ac/ax}(a_x)$の要素で与えられる。$a_c$が集合$\Gamma_{ac/x,c,ax}(x, c, a_x)$の要素であることを

$a_c \in \Gamma_{ac/x,c,ax}(x, c, a_x)$ iff $\exists a_c \in A_c$

such that $a_c \in f_{ac/c}(c) \cap f_{ac/ax}(a_x)$ for fixed

(x, c, a_x), $a_x \in \Gamma_{ax/x,c}(x, c)$

で定義する。

$\{a_c^{1}, a_c^{2}, \ldots, a_c^{i}, \ldots, a_c^{|Ac|}\} = A_c$

$\{a_c^{Mn(1)}, a_c^{Mn(2)}, a_c^{Mn(3)}, \ldots, a_c^{Mn(i<n>)}, \ldots, a_c^{Mn(i<N>)}\}$

$= \Gamma_{ac/x,c,ax}(x, c_n, a_x)$

とするとき，A_cの要素と$\Gamma_{ac/x,c,ax}(x, c_n, a_x)$の要素の上付きの添え字に関する対応を

$$M_n : \{1, .., i_{<n>}, .., i_{<N>}\} \to \{1, .., i, .., |A_c|\} \tag{10}$$

で記述できるものとする。$M_n(i_{<n>}) = i$であれば，

$a_c^{Mn(i<n>)} = a_c^{i}$,

とする。

対応$\Gamma_{ac/x,c,ax}$をもとに写像

$$f_{ac/x,c,ax}^{<x>} : \{x\} \times C \times A_x \to p(A_c) \tag{11}$$

ただし $f_{ac/x,c,ax}^{<x>}(x, c, a_x) = \Gamma_{ac/x,c,ax}(x, c, a_x)$

$a_x \in \Gamma_{ax/x,c}(x, c)$

を定義できる。$f_{ac/x,c,ax}^{<x>}(x, c, a_x)$ $(= \Gamma_{ac/x,c,ax}(x, c, a_x))$ は(x, c)においてxへの指令にa_x $(\in f_{ax/x,c}(x, c))$ が採用されたときcに対する指令a_cに関する選択肢の集合を与える。

3．選択規則

式(9),(11)に導出したように，システム状態x，入力事象cに対する指令として，システムにおける物理的制約を満たす範囲でそれぞれ複数の選択肢が存在する。意志決定者がa_x及びa_cに関する選択肢の集合$f_{ax/x,c}^{<x>}(x, c)$及び$f_{ac/x,c,ax}^{<x>}(x, c, a_x)$の中からそれぞれ唯一つの指令$a_x$,$a_c$を選び出す方法の設定には場合を尽くす必要がある。選択方法の記述を明確にして，指令a_x,a_cを選び出す方法の設定に場合を尽くしていることを明らかにするため以下に述べる「選択規則」の考え方を導入する。

3.1 固定されたxに対する指令a_x選択規則

システムが状態xにあり，入力事象として$\forall c \in C$が生起したとき，xに対する指令を$f_{ax/x,c}^{<x>}(x, c)$の中から唯一つ選ぶ方法は$\{x\} \times C$からA_xへの写像

$$h : \{x\} \times C \to A_x \tag{12}$$

ただし　$h(x, c) \in f_{ax/x,c}^{<x>}(x, c)$

で記述できる。写像hを(x, c)における指令a_x選択規則ということにする。

条件$h(x,c)\in f^{\langle x\rangle}_{ax/x.c}(x,c)$が付加された場合における$\{x\}\times C$から$A_x$への写像$h$は

$$K(x)=\prod_{c\in C}|f^{\langle x\rangle}_{ax/x.c}(x,c)| \tag{13}$$

個存在する。これらを区別するため添え字$\langle x,j\rangle$（$j=1,2,..,K(x)$）を用いる。固定されたxに対するa_xの選択規則を表す写像の全体を$H_{\langle x\rangle}$で表すとき，$H_{\langle x\rangle}$は

$$H_{\langle x\rangle}=\{h_{\langle x,j\rangle}\mid j=1,2,..,K(x)\} \tag{14}$$

となる。今後の表記上の便宜から写像

$$\upsilon_{\langle x\rangle}:H_{\langle x\rangle}\to K_{\langle x\rangle},\quad \upsilon_{\langle x\rangle}(h_{\langle x,j\rangle})=j \tag{15}$$
$$K_{\langle x\rangle}=\{1,2,...,j,...,K(x)\}$$

を定義し，選択規則$h_{\langle x,j\rangle}$をjで番号付けることがある。

3.2 固定されたxに対する指令a_xの選択規則の生成

記述の便宜で入力事象の集合Cの要素を番号付けする。

$$g_c:C\to N_{\langle c\rangle},\quad N_{\langle c\rangle}=\{1,2,...,n,...,|C|\} \tag{16}$$
$$g_c(c)=n$$

で入力事象$c\in C$とnとを対応させる。番号付けされた入力事象n（$=g_c(c)$）を行にとり，番号づけられた選択規則j（$=h_{\langle x,j\rangle}$）を列にとって，要素$G^{\langle x\rangle}(n,j)$に

$G^{\langle x\rangle}(n,j)$=入力事象$n$が生起したとき，選択規則$j$のもとで$x$に対して割り付けられる指令$a_x$

をとることにした行列$G^{\langle x\rangle}$を考える。固定されたxに対して発せられる指令a_xを選択する写像の全体$H_{\langle x\rangle}$を行列$G^{\langle x\rangle}$で表すことが出来る。$G^{\langle x\rangle}$の第j列は指令a_x選択規則$h_{\langle x,j\rangle}$を記述する。

以下の考えに基づいて指令a_x選択規則を生成する。

（1）行列$G^{\langle x\rangle}$第n行を $K_n^{\circ\langle x\rangle}$個ずつに区切り，$K_n^{\langle x\rangle}$個のブロックをつくる。ただし，

$$K_n^{\circ\langle x\rangle}=\prod_{c\in C_n^{\circ}}|\Gamma_{ax/x.c}(x,c)|$$
$$K_n^{\langle x\rangle}=\prod_{c\in C_n}|\Gamma_{ax/x.c}(x,c)|$$
$$C_n^{\circ}=C-C_n,\quad C_n=\{c_1,c_2,c_3,c_4,...,c_n\}.$$

（2）ブロック番号を

$$B_n^{\langle x\rangle}(i_{\langle 1\rangle},i_{\langle 2\rangle},...,i_{\langle r\rangle},...,i_{\langle n\rangle}) = \begin{cases} i_{\langle n\rangle} & \text{if } n=1 \\ \left[\sum_{r=1}^{n-1}(i_{\langle r\rangle}-1)\prod_{a=1}^{n}\Gamma_a\right]+i_{\langle n\rangle} & \text{if } n\geqq 2 \end{cases} \tag{17}$$

にしたがって決定する。ただし，

$$i_{\langle n\rangle}=1,2,...,n,\quad n=1,2,...,|C|$$
$$\Gamma_a=|\Gamma_{ax/x.c}(x,c_a)|.$$

（3）$G^{\langle x\rangle}(n,j)$に対する指令を次式をもとに選定する。

$$\{B_n^{\langle x\rangle}(i_{\langle 1\rangle},i_{\langle 2\rangle},..,i_{\langle n\rangle})-1\}K_n^{\circ\langle x\rangle}+1 \leqq j\leqq B_n^{\langle x\rangle}(i_{\langle 1\rangle},i_{\langle 2\rangle},...,i_{\langle n\rangle})K_n^{\circ\langle x\rangle}$$

を満たすjに対して指令$a_x^{Ln(i\langle n\rangle)}$を選ぶ。このとき

$$h_{\langle x,j\rangle}(x,c_n)=G^{\langle x\rangle}(n,j)=a_x^{Ln(i\langle n\rangle)} \tag{18}$$

なる関係が成立する。

3.3 選択規則$h_{\langle x,j\rangle}$のグラフのベクトル表示

写像$h_{\langle x,j\rangle}$のグラフを$G(h_{\langle x,j\rangle})$で表す。$x,j$を固定して，任意の$c$（$\in C$）を選ぶ。このとき$A_x$上の部分集合$\{h_{\langle x,j\rangle}(x,c)\}$（シングルトン）を特性づける特性関数は

$$\chi_{(h\langle x,j\rangle(x,c))}:A_x\to\{0,1\} \tag{19}$$
$$\chi_{(h\langle x,j\rangle(x,c))}(a_x)=\begin{cases}1 & \text{if } a_x=h_{\langle x,j\rangle}(x,c)\\ 0 & \text{if } a_x\neq h_{\langle x,j\rangle}(x,c)\end{cases}$$

で与えられる。$\chi_{(h\langle x,j\rangle(x,c))}$を利用して$A_x$上の部分集合$\{h_{\langle x,j\rangle}(x,c)\}$を記述するベクトル

$$A_{\langle u,x,c\rangle}=[\chi_{(h\langle x,j\rangle(x,c))}(a_x)],\quad a_x\in A_x \tag{20}$$

を定義できる。この結果，グラフ$G(h_{\langle x,j\rangle})$は次の列ベクトルで表現できる。

$$G(h_{\langle x,j\rangle}) =[A_{\langle u,x,c1\rangle},.,A_{\langle u,x,cn\rangle},.,A_{\langle u,x,c|C|\rangle}]^T \tag{21}$$

3.4 固定されたxと組み合わされたcに対する指令a_c選択規則

システムが状態xにあり，入力事象$\forall c\in C$が生起したとき，xに対する指令a_xを$h_{\langle x,j\rangle}(x,c)$によって選択した場合，$c$に対する指令の選択肢の集合は式(11)から求められる。このことに注意すれば，固定したcに対して指令a_cを唯一つ選ぶ方法は$\{x\}\times C\times A_x$からA_cへの写像

$$f:\{x\}\times C\times A_x\to A_c \tag{22}$$

ただし　$f(x,c,a_x)\in f^{\langle x\rangle}_{ac/x.c.ax}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c))$

で記述できる。式(12)と式(22)とを合わせて

$$g:\{x\}\times C\to A_c,\quad g(x,c)=f(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c)) \tag{23}$$

を定義できる。写像gを(x,c)における指令a_c選択規則ということにする。

条件$f(x,c,a_x)\in f^{\langle x\rangle}_{ac/x.c.ax}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c))$が付加された場合における$\{x\}\times C$から$A_c$への写像$g$は

$$M(x,j)=\prod_{c\in C}|f^{\langle x\rangle}_{ac/x.c.ax}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c))| \tag{24}$$

個存在する。これらを区別するため添え字$\langle x,j,m\rangle$（$j=1,2,..,K(x)$, $m=1,2,..,M(x,j)$）を用いる。固定されたxに組み合わされたcに対する指令a_c選択規則を表す写像の全体を$F_{\langle x\rangle}$で表すとき，$F_{\langle x\rangle}$は

$$F_{\langle x\rangle} =\{g_{\langle x,j,m\rangle}\mid j=1,2,..,K(x),\ m=1,2,..,M(x,j)\} \tag{25}$$

となる。ここで，$M(x,j)$はx,jの関数になっていることに注意されたい。a_x選択規則と同様，写像

$$\upsilon_{\langle c\rangle}:F_{\langle x\rangle}\to K_{\langle c\rangle},\quad \upsilon_{\langle c\rangle}(g_{\langle x,j,m\rangle})=m \tag{26}$$
$$K_{\langle c\rangle}=\{1,2,...,m,...,M(x,j)\}$$

を定義し，指令a_c選択規則$g_{\langle x,j,m\rangle}$をmで番号付けて扱うことがある。

3.5 固定されたxに組み合わされたcに対する指令a_cの選択規則の生成

番号付けされた入力事象の集合の要素nを行に，番号づけられた選択規則mを列にとり，要素$G_c^{\langle x\rangle}(n,m)$に

$G_c^{\langle x\rangle}(n,m)$=入力事象$n$が生起したとき，選択規則$m$のもとで$c$に対して割り付けられる指令$a_c$

をとることにした行列$G_c^{\langle x\rangle}$を考える。指令a_x選択規則生成の場合と同様の考えで指令a_c選択規則を生成でき，

$$\{B_n^{\langle c\rangle}(i_{\langle 1\rangle},i_{\langle 2\rangle},..,i_{\langle n\rangle})-1\}\,K_n^{*\langle c\rangle}+1 \leqq m \leqq B_n^{\langle c\rangle}(i_{\langle 1\rangle},i_{\langle 2\rangle},...,i_{\langle n\rangle})K_n^{*\langle c\rangle} \tag{27}$$

を満たすmを持つ要素$G_c^{\langle x\rangle}(n,m)$に対して指令$a_c^{Mn(i\langle n\rangle)}$を選定すれば良い。ただし，

$$C_n^{*}=C-C_n,\quad C_n=\{c_1,c_2,c_3,c_4,..,c_n\},$$

$$i_{\langle n\rangle}=1,2,...,n,\quad n=1,2,...,|C|$$

$$\Gamma_a^{*}=|\Gamma_{ac/x,c,ax}(x,c_a,h_{\langle x,j\rangle}(x,c_a))|,$$

$$K_n^{*\langle c\rangle}=\prod_{c\in C_n^{*}}|\Gamma_{ac/x,c,ax}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c))|$$

$$K_n^{\langle c\rangle}=\prod_{c\in C_n}|\Gamma_{ac/x,c,ax}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c))|$$

とするとき，ブロック番号を

$$B_n^{\langle c\rangle}(i_{\langle 1\rangle},i_{\langle 2\rangle},...,i_{\langle r\rangle},...,i_{\langle n\rangle}) = \begin{cases} i_{\langle n\rangle} & \text{if } n=1 \\ \left[\sum_{r=1}^{n-1}(i_{\langle r\rangle}-1)\prod_{a=1}^{n}\Gamma_a^{*}\right]+i_{\langle n\rangle} & \text{if } n\geqq 2 \end{cases} \tag{28}$$

にしたがって決定する。

このとき次の関係が成立している。

$$g_{\langle x,j,m\rangle}(x,c_n,h_{\langle x,j\rangle}(x,c_n)) = G_c^{\langle x\rangle}(n,m)=a_c^{Mn(i\langle n\rangle)} \tag{29}$$

3.6 選択規則$g_{\langle x,j,m\rangle}$のグラフのベクトル表示

写像$g_{\langle x,j,m\rangle}$のグラフを$G(g_{\langle x,j,m\rangle})$で表す。2.3節選択規則$h_{\langle x,j\rangle}$のグラフのベクトル表示とまったく同様の検討と手順で選択規則$g_{\langle x,j,m\rangle}$のグラフのベクトル表示を求められる。

任意のc（$\in C$）にたいしてベクトル

$$A_{\langle ac|u,x,c\rangle} =[\chi_{\{g\langle x,j,m\rangle(x,c,h\langle x,j\rangle(x,c))\}}(a_c)],\quad a_c\in A_c \tag{30}$$

ただし
$$\chi_{\{g\langle x,j,m\rangle(x,c,h\langle x,j\rangle(x,c))\}}(a_c) = \begin{cases} 1 & \text{if } a_c=g_{\langle x,j,m\rangle}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c)) \\ 0 & \text{if } a_c\neq g_{\langle x,j,m\rangle}(x,c,h_{\langle x,j\rangle}(x,c)) \end{cases}$$

を定義すれば，グラフ$G(g_{\langle x,j,m\rangle})$を次の列ベクトル

$$G(g_{\langle x,j,m\rangle})=[A_{\langle ac|u,x,c1\rangle},...,A_{\langle ac|u,x,cn\rangle},...,A_{\langle ac|u,x,c|C|\rangle}]^{T} \tag{31}$$

で表せる。

4. 選択規則の構造化

4.1 a_x選択規則の構造化

固定されたxに対するa_x選択規則を表す写像の全体は式(14)に求められており，$j=1$～$K(x)$まで$K(x)$個の選択規則がある。全てのxに対する選択規則数に関し，

$$K_{max}=\max(K(x_1),K(x_2),...,K(x_k),...,K(x_{|X|}))$$

を考える。固定されたxにおいて$K(x)-K_{max}<0$のとき

$$H_{\langle x\rangle}^{*}=\{h_{\langle x,a\rangle}\mid a=K(x)+1,...,K_{max}\},$$
$$h_{\langle x,a\rangle}=h_{\langle x,K(x)\rangle}$$

で定義されるダミーの選択規則の集合を導入する。個々のxに対する選択規則数を全てのxに対して同数に統一して扱い，以後の行列演算の実行を簡単に行えるようにするためである。任意のxに対して指令a_x選択規則はK_{max}個存在する。ダミーの選択規則を含めた全てのa_x選択規則の集合は

$$L=\bigcup_{x\in X}(H_{\langle x\rangle}^{*}\cup H_{\langle x\rangle}) =\{h_{\langle x,j\rangle}\mid(x,j)\in X\times J\},\quad J=\{1,2,..,K_{max}\} \tag{32}$$

で与えられる。集合Lは$|X|\times K_{max}$行列

$$L=[h_{\langle x,j\rangle}],\quad x\in X,\quad j\in J \tag{33}$$

で表せる。集合L（行列L）を「知識＜指令a_x選択規則＞」の集合L（行列L）と言うことにする。

X×Jから知識＜指令a_x選択規則＞の集合Lへの対応を

$$\delta: X\times J\rightarrow L \tag{34}$$

で表す。また，今後の解析の便宜からxを固定したときJから$H_{\langle x\rangle}^{*}\cup H_{\langle x\rangle}$への写像を次のように定義しておく。

$$\zeta_{\langle x\rangle}: J\rightarrow H_{\langle x\rangle}^{*}\cup H_{\langle x\rangle},\quad \zeta_{\langle x\rangle}(j)=h_{\langle x,j\rangle} \tag{35}$$

知識＜指令a_x選択規則＞の集合L上の二つの任意の要素h_a,h_b（$\in L$）を考える。$h_a,h_b\in\delta(\{x_k\}\times J)$である$h_a,h_b$が存在するとき，かつ，そのときに限り$h_a$と$h_b$は$R_k$という関係にあると言うことにする。すなわち

$$h_aR_kh_b \text{ iff } \exists h_a,h_b\in L \text{ such that } h_a,\ h_b\in\delta(\{x_k\}\times J),\ j\in J$$

すべてのx_k（$k=1,2,...,|X|$）について同様の検討を行う。得られた$|X|$個の関係の統合$R_{\langle x\rangle}$，関係$E_{\langle x\rangle}$を

$$h_aR_{\langle x\rangle}h_b =h_aR_1h_b \text{ or } h_aR_2h_b \text{ or } ... \text{ or } h_aR_kh_b \text{ or } ... \text{ or } h_aR_{|X|}h_b,$$

$$h_aE_{\langle x\rangle}h_b \text{ iff } h_aR_{\langle x\rangle}h_b \text{ and } h_bR_{\langle x\rangle}h_a$$

で定義する。$E_{\langle x\rangle}$はL上の同値関係である。$E_{\langle x\rangle}$はLの分割

$$\pi_{\langle x\rangle}^{L}=\{L_{\langle x1\rangle},L_{\langle x2\rangle},...,L_{\langle xk\rangle},...,L_{\langle x|X|\rangle}\}$$

ただし，$L_{\langle xk\rangle}=\delta(\{x_k\}\times J)=\{h_{\langle xk,j\rangle}\mid j\in J\}$

を定義する。

x,jをともに固定した場合のLの分割もxを固定した場合のLの分割と同様に検討できる。結果として

$$\pi_{\langle x,j\rangle}^{L}=\{\delta(\{x\}\times\{j\})\mid x\in X,\ j\in J\}$$

$=\{\{h_{<x,j>}\} \mid x \in X,\ j \in J\}$
を定義できる。証明は略するがLの分割$\pi^{L}_{<x,j>}$はLの分割$\pi^{L}_{<x>}$の細分であるといえ，分割$\pi^{L}_{<x>}$，$\pi^{L}_{<x,j>}$は分割木で表現できる。$\pi^{L}_{<x>}$をレベルxにおけるLの分割，$\pi^{L}_{<x,j>}$をレベルjにおけるLの分割と言うことにする。る。レベルjにおけるLの分割$\pi^{L}_{<x,j>}$の要素$L_{<xk>}$の要素をjの順に並べて得られる列ベクトル

$$L_{<xk>}=[h_{<xk,1>},\ldots,h_{<xk,j>},\ldots,h_{<xk,Kmax>}]^T \quad (36)$$

を定義する。レベルxにおけるLの分割$\pi^{L}_{<x>}$の要素$L_{<x>}$をxの順に並べて得られる列ベクトル

$$L=[L_{<x1>},L_{<x2>},\ldots,L_{<xk>},\ldots,L_{<x|X|>}]^T \quad (37)$$

は選択規則の集合Lの列ベクトル表示Lにほかならない。

レベルjにおけるLの分割の要素の列ベクトル表示を$L_{<x,j>}$とすれば，$L_{<x,j>}$は単一成分のベクトルであって，

$$L_{<x,j>}=[h_{<x,j>}],\ （単一成分） \quad (38)$$

で表される。

二項関係による構造化手法については文献(2)～(4)を参考にしている。構造化手法の詳細についてはこれらの文献を参照されたい。

4.2 a_c選択規則の構造化

固定された(x, j)に対するa_c選択規則はm=1～M(x, j)までのM(x, j)個存在する。4.1の場合と同じ理由から任意の(x, j)が全て同数の選択規則を持つように

$$F^{*}_{<x,j>}=\{g_{<x,j,a>} \mid a=M(x,j)+1,\ldots,M_{max}\},$$
$$g_{<x,j,a>}=g_{<x,j,M(x,j)>}$$
$$M_{max}=\max(M(x,j)),\ (x,j)\in X\times J$$

で定義されるダミーの選択規則の集合を導入する。ダミーの選択規則を含めた全てのa_c選択規則の集合は

$$N=\bigcup_{(x,j)\in X\times J}(F^{*}_{<x,j>}\cup F_{<x,j>})$$
$$=\{g_{<x,j,m>} \mid (x,j,m)\in X\times J\times M\}, \quad (39)$$
$$M=\{1,2,\ldots,M_{max}\}$$

で与えられる。集合Nは$|X|\times K_{max}\times M_{max}$行列

$$N=[g_{<x,j,m>}],\ x\in X,\ j\in J,\ m\in M \quad (40)$$

で表せる。集合N（行列N）を「知識＜指令a_c選択規則＞」の集合N（行列N）と言うことにする。X×J×Mから知識＜指令a_c選択規則＞の集合Nへの対応を

$$\rho: X\times J\times M\rightarrow N \quad (41)$$

で表す。(x, j)を固定したときMから$F^{*}_{<x,j>}\cup F_{<x,j>}$への写像を次のように定義しておく。

$$\xi_{<x,j>}: M\rightarrow F^{*}_{<x,j>}\cup F_{<x,j>},\quad \xi_{<x,j>}(m)=g_{<x,j,m>} \quad (42)$$

4.1と同様の検討から指令a_c選択規則を以下のように構造化できる。結果は列ベクトル表示で示す。

（１）レベルmにおけるNの分割$\pi^{N}_{<x,j,m>}$

$$N_{<x,j,m>}=[g_{<x,j,m>}],\ （単一成分） \quad (43)$$

（２）レベルjにおけるNの分割$\pi^{N}_{<x,j>}$

$$N_{<x,j>}=[N_{<x,j,1>},\ldots,N_{<x,j,m>},\ldots,N_{<x,j,Mmax>}]^T \quad (44)$$

（３）レベルxにおけるNの分割$\pi^{N}_{<x>}$

$$N_{<x>}=[N_{<x,1>},\ldots,N_{<x,j>},\ldots,N_{<x,Kmax>}] \quad (45)$$

$\pi^{N}_{<x>}$がレベルxにおけるNの分割であることから

$$N=[N_{<x1>},\ldots,N_{<xk>},\ldots,N_{<x|X|>}] \quad (46)$$

は知識＜指令a_c選択規則＞を表す。

5．意志決定者による選択規則の選定

変数x, cに関する観測値と意志決定の目標に対応する選択規則選定手続きが与えられているとの仮定のもとで，意志決定者が変数x, cに関する観測値と意志決定の目標をもとに適用可能な選択規則の中から唯一つの選択規則を選定してx, cに対する操作変数（指令a_x, a_c）を特定するまでの処理過程のモデル化を考える。

5.1 選択規則選定手続き

5.1.1 指令a_x選択規則選定手続き

時刻t_k($t_k\in T$)におけるシステムの現状に対する情報が，(1)時刻t_kでシステムがどの状態にいるか，(2)時刻t_kでどのような外部入力が入っているか，(3)意志決定の目標が何であるか，の３つであるとする。(1)，(2)の情報x, cを意志決定のための観測値としてとらえ，意志決定者を一つのサブシステムと考えることにすれば，x, cはこのサブシステムへの外部入力に相当する。意志決定の目標がu_i($u_i\in U$)であるとする。変数x, cの値を観測した意志決定者は，意志決定の目標がu_iであることを勘案して知識＜指令a_x選択規則＞の集合Lおよび知識＜指令a_c選択規則＞の集合Nのなかから一つの指令a_x選択規則および一つの指令a_c選択規則を選び出さなければならない。モデル化に当たって「どの選択規則を選定するか」の記述が必要になる。

目標u_iを認識している意志決定者が，変数x, cの観測値x_k, cを得たとき，指令a_xの選択規則として$h_{<xk,j>}$を選定することを次の写像

$$\omega_{<ui,xk>}:\{u_i\}\times\{x_k\}\rightarrow J \quad (47)$$

を用いて記述し，$\omega_{<ui,xk>}$を「選定手続き」と言うことにする。本論文では立ち入らないが，意志決定問題の考察からその解が求められたときには，(u_i, x_k)に対して解に相当するjを割付けるように式(47)を定義すればよい。選定手続き$\omega_{<ui,xk>}$によって$j=\omega_{<ui,xk>}(u_i,x_k)$が選定されたとき，式(35)においてxを$x_k$とおいて得られる写像$\zeta_{<xk>}$が選択規則$h_{<xk,j>}$を特定する。

写像$\omega_{<ui,xk>}$と写像$\zeta_{<xk>}$との合成

$$\zeta_{<xk>}\circ\omega_{<ui,xk>}(u_i,x_k)=h_{<xk,j>} \quad (48)$$

が選定された選択規則を与える。

全ての$\omega_{\langle u,x\rangle}$の集合をΩで表すとき，Ωは

$$\Omega=\{\omega_{\langle u,x\rangle}\mid(u,x)\in U\times X\} \tag{49}$$

で定義される。集合Ωを知識＜指令a_x選択規則選定手続き＞の集合と言うことにする。U×XからΩへの対応を次式で表す。

$$\zeta:U\times X\to\Omega,\quad \zeta(u,x)=\omega_{\langle u,x\rangle} \tag{50}$$

5.1.2 指令a_c選択規則選定手続き

指令a_cの選択規則は，式(23)で求められている。目標u_i，状態x_kのみで決められず，指令a_xの選択規則として何を選定したかによって条件づけられる。したがって，指令a_cの選択規則の選定手続きも目標u_i，状態x_kに加えて指令a_xの選択規則として何を選定したかが選定の条件に加えられる。(u_i,x_k)に対して$\omega_{\langle ui,xk\rangle}$は$\forall j\in J$を唯一つ対応させ，指令$a_x$の選択規則$h_{\langle xk,j\rangle}$を選定する。指令$a_c$の選択規則選定手続き$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}$を

$$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}:\{u_i\}\times\{x_k\}\times\{j\}\to M \tag{51}$$

$$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}(u_i,x_k,j)=m$$

で定義できる。(u_i,x_k,j)に対するmの割付については式(47)の場合と同様に考えればよい。

U×X×J上の要素(u,x,j)は選定手続き$\theta_{\langle u,x,j\rangle}$と対応している。この対応を次式の写像で記述する。

$$\xi:U\times X\times J\to\Theta \tag{52}$$

$$\Theta=\{\theta_{\langle u,x,j\rangle}\mid u\in U,\ x\in X,\ j\in J\}$$

$\Theta_{\langle ui,xk\rangle}=\{\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}\mid j\in J\}=\xi(\{u_i\}\times\{x_k\}\times J)$であるとして，Jから$\Theta_{\langle ui,xk\rangle}$への対応を写像

$$\xi_{\langle ui,xk\rangle}:J\to\Theta_{\langle ui,xk\rangle} \tag{53}$$

$$\xi_{\langle ui,xk\rangle}(j)=\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}$$

で記述する。写像$\omega_{\langle ui,xk\rangle}$と写像$\xi_{\langle ui,xk\rangle}$の合成

$$\xi_{\langle ui,xk\rangle}\circ\omega_{\langle ui,xk\rangle}(u_i,x_k)=\theta_{\langle ui,xk,j\rangle} \tag{54}$$

は，(u_i,x_k)において指令a_xに対する選択手続きとして$\omega_{\langle ui,xk\rangle}$を採用したとの条件のもとで，$(u_i,x_k)$と指令$a_c$に対する選択規則選定手続き$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}$との対応を記述している。指令$a_c$に対する選択規則選定手続き$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}$によって

$$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}(u_i,x_k,j)=m$$

が指定されたとき，写像$\xi_{\langle xk,j\rangle}$（式(42)参照）が

$$\xi_{\langle xk,j\rangle}(m)=g_{\langle xk,j,m\rangle}$$

を満たす指令a_cに対する選択規則$g_{\langle xk,j,m\rangle}$を特定する。このことは写像$\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}$と写像$\xi_{\langle xk,j\rangle}$の合成

$$\xi_{\langle xk,j\rangle}\circ\theta_{\langle ui,xk,j\rangle}(u_i,x_k,j)=g_{\langle xk,j,m\rangle} \tag{55}$$

で記述できる。

全ての$\theta_{\langle u,x,j\rangle}$の集合Θおよび列ベクトル表示Θを知識＜指令$a_c$選択規則選定手続き＞の集合および列ベクトルと言うことにする。

5.2 選択規則選定手続きの構造化

第4章で述べた選択規則の構造化で用いた手法が選択規則選定手続きの構造化の場合にも使える。ここでは必要事項と結果のみを示す。

5.2.1 指令a_x選択規則選定手続き

(a)レベルxにおけるΩの分割$\pi_{\langle u,x\rangle}$

$$\Omega_{\langle ui,xk\rangle}=\zeta(\{u_i\}\times\{x_k\})=\{\omega_{\langle ui,xk\rangle}\},\ u_i\in U,\ x_k\in X \tag{56}$$

$$\Omega_{\langle ui,xk\rangle}=[\omega_{\langle ui,xk\rangle}],\ \text{（単一成分）} \tag{57}$$

(b)レベルuにおけるΩの分割$\pi_{\langle u\rangle}$

$$\Omega_{\langle ui\rangle}=[\Omega_{\langle ui,x1\rangle},..,\Omega_{\langle ui,xk\rangle},..,\Omega_{\langle ui,x|X|\rangle}]^T \tag{58}$$

集合Ωの列ベクトル表示Ωは次式で与えられる。

$$\Omega=[\Omega_{\langle u1\rangle},...,\Omega_{\langle ui\rangle},...,\Omega_{\langle u|U|\rangle}]^T \tag{59}$$

5.2.2 指令a_c選択規則選定手続き

(a)レベルjにおけるΘの分割$\dot{\pi}_{\langle u,x,j\rangle}$

$$\Theta_{\langle u,x,j\rangle}=[\theta_{\langle u,x,j\rangle}],\ \text{（単一成分）} \tag{60}$$

(b)レベルxにおけるΘの分割$\dot{\pi}_{\langle u,x\rangle}$

$$\Theta_{\langle u,x\rangle}=[\Theta_{\langle u,x,1\rangle},...,\Theta_{\langle u,x,j\rangle},...,\Theta_{\langle u,x,Kmax\rangle}]^T \tag{61}$$

(c)レベルuにおけるNの分割$\dot{\pi}_{\langle u\rangle}$

$$\Theta_{\langle u\rangle}=[\Theta_{\langle u,x1\rangle},...,\Theta_{\langle u,xk\rangle},...,\Theta_{\langle u,x|X|\rangle}]^T \tag{62}$$

$\dot{\pi}_{\langle u\rangle}$がΘの分割なので，次の列ベクトルを定義できる。

$$\Theta=[\Theta_{\langle u1\rangle},...,\Theta_{\langle ui\rangle},...,\Theta_{\langle u|U|\rangle}]^T \tag{63}$$

6．意志決定者のモデル化

6.1 目標u_i，状態x_k，入力事象c_nの認識とプロセス

意志決定者が「システムの目標がu_iであることを認識する」という事実を「知識＜目標＞の集合Uの中から知識＜目標u_i＞を活性化することである」と考えることにし，このとき「知識＜目標u_i＞が活性化された」と言うことにする。

知識＜目標＞の集合Uの部分集合$\{u_i\}$（シングルトン）を表現する方法としてベクトルによる表現を考える。$\chi_{\{ui\}}$を部分集合$\{u_i\}$を特性づける特性関数とすれば，

$$\chi_{\{ui\}}(u)=\begin{cases}1 & \text{if } u\in\{u_i\}\\ 0 & \text{if } u\notin\{u_i\}\end{cases} \tag{64}$$

であるので，U上の部分集合$\{u_i\}$は第u成分を$\chi_{\{ui\}}(u)$とする行ベクトル

$$U_{\langle ui\rangle}=[\chi_{\{ui\}}(u)],\quad u\in U \tag{65}$$

によって表現できる。知識〈目標u_i〉の活性化と意志決定者による行ベクトル$U_{\langle ui\rangle}$の生成とは同じことを意味すると解釈する。

活性化された知識＜目標u_i＞を表すベクトル$U_{\langle ui\rangle}$の転置ベクトルを$U^T_{\langle ui\rangle}$で表し，転置ベクトル$U^T_{\langle ui\rangle}$をベクトル$U_{\langle ui\rangle}$に左から乗じて行列

$$W_{\langle ui\rangle}=U^T_{\langle ui\rangle}\cdot U_{\langle ui\rangle} \tag{66}$$

をつくる。対角項(u_i,u_i)のみが値1をとる行列になる。$W_{\langle u_i\rangle}$を知識＜指令a_x選択規則選定手続き＞の集合Ωを表す列ベクトルΩに左から乗ずる演算を考える。列ベクトルΩは式(59)で与えられている。したがって，

$$W_{\langle u_i\rangle}\cdot\Omega=[0,\ldots,0,\Omega_{\langle u_i\rangle},0,\ldots,0]^T \tag{67}$$

を得る。この演算操作を操作（プロセス）$W_{\langle u_i\rangle}$による知識＜指令a_x選択規則選定手続き＞の集合Ωから活性化された知識の空間への写像として考える。

成分数$|U|$，全ての成分が値1である行ベクトル$[1,\ldots,1]$をプロセスの一つと考えるとき$W_{\langle u_i\rangle}\cdot\Omega$に$[1,\ldots,1]$を左から乗ずる演算

$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle u_i\rangle}\cdot\Omega)=\Omega_{\langle u_i\rangle} \tag{68}$$

は$\Omega_{\langle u_i\rangle}$そのものを導き出す。

意志決定者が観測結果から状態x_k，入力事象c_nを認識した場合についても目標u_iを認識した場合と同様に考えて，プロセス

$$W_{\langle x_k\rangle}=V^T_{\langle x_k\rangle}\cdot V_{\langle x_k\rangle} \tag{69}$$

$$V_{\langle x_k\rangle}=[\chi_{(x_k)}(x)],\ x\in X$$

$\chi_{(x_k)}$:X上の部分集合$\{x_k\}$を特性づける特性関数

$$W_{\langle c_n\rangle}=C^T_{\langle c_n\rangle}\cdot C_{\langle c_n\rangle} \tag{70}$$

$$C_{\langle c_n\rangle}=[\chi_{(c_n)}(c)],\ c\in C$$

$\chi_{(c_n)}$:C上の部分集合$\{c_n\}$を特性づける特性関数

を定義できる。例えば，演算操作

$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle x_k\rangle}\cdot\Omega_{\langle u_i\rangle})=\Omega_{\langle u_i,x_k\rangle}$$
$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle x_k\rangle}\cdot L)=L_{\langle x_k\rangle}$$
$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle x_k\rangle}\cdot\Theta)=\Theta_{\langle u_i,x_k\rangle} \tag{71}$$
$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle x_k\rangle}\cdot N)=N_{\langle x_k\rangle}$$

は，それぞれx_kに関連する知識$\Omega_{\langle u_i,x_k\rangle}$，$L_{\langle x_k\rangle}$，$\Theta_{\langle u_i,x_k\rangle}$，$N_{\langle x_k\rangle}$を導き出す。$W_{\langle c_n\rangle}$は選択規則$h_{\langle x_k,j\rangle}$および$g_{\langle x_k,j,m\rangle}$が特定されたとき入力事象$c_n$を認識した意志決定者が$x,c$に対する指令$a_x,a_c$を唯一つ選定する演算のプロセスとして用いられる。

6.2 知識＜指令a_c選択規則選定手続き＞を活性化する演算操作に用いるプロセス

先にも述べたように，$g_{\langle x_k,j,m\rangle}$の選定は$h_{\langle x_k,j\rangle}$によって条件付けられている。この関連を明確に記述するために，レベルxにおける知識

$$\Omega_{\langle u_i,x_k\rangle}=[\omega_{\langle u_i,x_k\rangle}]^T \tag{72}$$

が活性化され，$\omega_{\langle u_i,x_k\rangle}:\{u_i\}\times\{x_k\}\to J$に基づいて$j=j_{\langle u_i,x_k\rangle}=\omega_{\langle u_i,x_k\rangle}(u_i,x_k)$が特定されたとき，意志決定者が条件を満たす知識＜指令a_c選択規則選定手続き＞を活性化する演算操作に用いるプロセス

$$W_{\langle u_i,x_k\rangle}=Z^T_{\langle u_i,x_k\rangle}\cdot Z_{\langle u_i,x_k\rangle} \tag{73}$$

$$Z_{\langle u_i,x_k\rangle}=[\chi_{(j\langle u_i,x_k\rangle)}(j)],\ j\in J$$

$\chi_{(j\langle u_i,x_k\rangle)}$:J上の部分集合$\{j_{\langle u_i,x_k\rangle}\}$を特性づける特性関数

を定義する。演算操作

$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle u_i,x_k\rangle}\cdot\Theta_{\langle u_i,x_k\rangle})=\Theta_{\langle u_i,x_k,j\rangle}$$

は条件を満たす知識＜指令a_c選択規則選定手続き＞$\Theta_{\langle u_i,x_k,j\rangle}$を活性化する。$\Theta_{\langle u_i,x_k,j\rangle}$を認識した意志決定者は$\theta_{\langle u_i,x_k,j\rangle}$に関連する知識＜指令$a_c$選択規則＞を活性化するためのプロセス

$$W_{\langle u_i,x_k,j\rangle}=Z^T_{\langle u_i,x_k,j\rangle}\cdot Z_{\langle u_i,x_k,j\rangle} \tag{74}$$

$$Z_{\langle u_i,x_k,j\rangle}=[\chi_{(m\langle u_i,x_k\rangle,j\langle u_i,x_k\rangle)}(m)],\ m\in M$$

$\chi_{(m\langle u_i,x_k\rangle,j\langle u_i,x_k\rangle)}$

:M上の部分集合$\{m_{\langle u_i,x_k\rangle},j_{\langle u_i,x_k\rangle}\}$を特性づける特性関数

を生成する。

6.3 選択規則$h_{\langle x_k,j\rangle}$に基づく指令a_x活性化

システムが入力事象c_nを認識したとき，式(70)で示したプロセス$W_{\langle c_n\rangle}$が生成される。意志決定者はレベルu,x,jにおける当該知識の活性化の結果として$L_{\langle x_k,j\rangle}$（$h_{\langle x_k,j\rangle}$）に基づいて3.3節式(21)で定義された列ベクトル$G(h_{\langle x_k,j\rangle})$を生成する。$G(h_{\langle x_k,j\rangle})$に左から$W_{\langle c_n\rangle}$を乗ずる演算操作によって

$$W_{\langle c_n\rangle}\cdot G(h_{\langle x_k,j\rangle})=[0,\ldots0,A_{\langle u_i,x_k,c\rangle},0,\ldots,0]^T \tag{75}$$

を得る。$[1,\ldots,1]$を左から乗ずる演算操作によって

$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle c_n\rangle}\cdot G(h_{\langle x_k,j\rangle}))=A_{\langle u_i,x_k,c\rangle} \tag{76}$$

を導出する。さらに意志決定者はプロセス

$$W_{\langle a_x|u_i,x_k,c\rangle}=A^T_{\langle u_i,x_k,c\rangle}\cdot A_{\langle u_i,x_k,c\rangle} \tag{77}$$

を生成し，xに対する指令a_xの集合A_xの列ベクトル表示

$$A_x=[a_x^1,\ldots,a_x^i,\ldots,a_x^{|A_x|}]^T \tag{78}$$

に左から$W_{\langle a_x|u_i,x_k,c\rangle}$を乗じる演算操作

$$W_{\langle a_x|u_i,x_k,c\rangle}\cdot A_x=[0,\ldots,0,a_{x\langle i\rangle},0,\ldots,0]^T \tag{79}$$

を実行する。さらに$[1,\ldots,1]$を左から乗じ，

$$[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle a_x|u_i,x_k,c\rangle}\cdot A_x)=a_x^i \tag{80}$$

によってxに対する指令a_x^iを得る。

6.4 選択規則$g_{\langle x_k,j,m\rangle}$に基づく指令$a_c$活性化

6.3と同様に考える。意志決定者はレベルmにおいて活性化された$N_{\langle x_k,j,m\rangle}$（$g_{\langle x_k,j,m\rangle}$）に基づいて式(31)に求めた列ベクトル$G(g_{\langle x_k,j,m\rangle})$を活性化する。この結果，

$$\begin{aligned}[1,\ldots,1]\cdot(W_{\langle c_n\rangle}\cdot G(g_{\langle x_k,j,m\rangle}))&=[1,\ldots,1]\cdot[0,\ldots0,A_{\langle a_c|u_i,x_k,c\rangle},0,\ldots,0]^T\\&=A_{\langle a_c|u_i,x_k,c\rangle}\end{aligned} \tag{81}$$

が導出され，

$$W_{\langle a_c|u_i,x_k,c\rangle}=A^T_{\langle a_c|u_i,x_k,c\rangle}\cdot A_{\langle a_c|u_i,x_k,c\rangle} \tag{82}$$

が生成される。指令a_cの集合A_cの列ベクトル表示

$$A_c=[a_c^1,\ldots,a_c^i,\ldots,a_c^{|A_c|}]^T \tag{83}$$

に左から$W_{\langle a_c|u_i,x_k,c\rangle}$を乗じ，さらに$[1,\ldots,1]$を左か

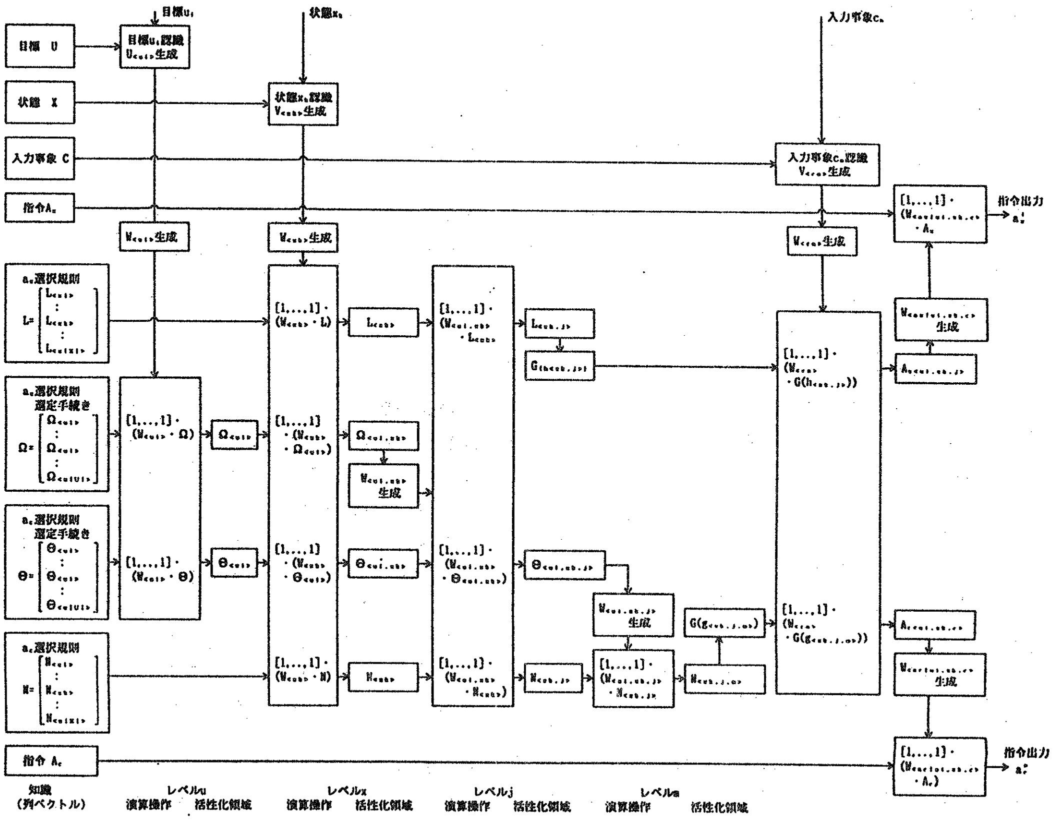

図２　意志決定者のモデル

ら乗ずる演算操作

$$[1,..,1]\cdot(W_{<aclui,xk,c>}\cdot A_c)=a_c^n \quad (84)$$

を実行し，cに対する指令a_c^nを得る。

図２に意志決定者が持つ知識と実行する一連の演算操作をもとに目標，状態，入力事象が与えられたとき，状態，入力事象に対する操作変数（指令）を特定するまでの情報処理過程にもとづいて意志決定者をモデル化した結果を示す。

７．状態推移と出力の記述

操作の対象内部では状態xが指令a_xを受けることによって状態の変化の原因となる内部事象$x^{*(t+1)}$を，また入力事象cが指令a_cを受けることによって状態の変化の原因となる内部事象$c^{*(t+1)}$を生起させるものとする。

$X^{*(t+1)}$：xが指令a_xを受けたとき生起する内部事象$x^{*(t+1)}$の全ての集合

$C^{*(t+1)}$：cが指令a_cを受けたとき生起する内部事象$c^{*(t+1)}$の全ての集合

システムのモデル化にあたってシステム設計者は現実世界の検討結果から(x,c)，a_x，内部事象$x^{*(t+1)}$の間に存在する関係を抽出する。ここでは検討結果を$X\times C\times A_x\times X^{*(t+1)}$上の部分集合Rで整理する。Rを特性関数

$$\chi^{x<t+1>}:X\times C\times A_x\times X^{*(t+1)}\to\{0,1\} \quad (85)$$

$$\chi^{x<t+1>}(x,c,a_x,x^{*(t+1)})=\begin{cases}0 & \text{着目する}x^{*(t+1)}\text{が}(x,c)\text{において指令}a_x\text{を受けたとき生起する内部事象でないとき}\\ 1 & \text{着目する}x^{*(t+1)}\text{が}(x,c)\text{において指令}a_x\text{を受けたとき生起する内部事象のとき}\end{cases}$$

で特性づける。(x,c)に対して指令a_xを与えたとき生起する内部事象は唯一つであることを考慮すれば，特性関数$\chi^{x<t+1>}$をもとにつぎの写像を定義できる。

$$\phi^{*}_{<x>}:\{x\}\times C\times A_x\to X^{*(t+1)} \quad (86)$$

ただし　$a_x=h_{<x,j>}(x,c)$

同様にして内部事象$c^{*(t+1)}$についても考察結果を

$$\chi^{c<t+1>}:X\times C\times A_c\times C^{*(t+1)}\to\{0,1\} \quad (87)$$

$$\chi^{c<t+1>}(x,c,a_c,c^{*(t+1)})=\begin{cases}0 & \text{着目する}c^{*(t+1)}\text{が}(x,c)\text{において指令}a_c\text{を受けたとき生起する内部事象でないとき}\\ 1 & \text{着目する}c^{*(t+1)}\text{が}(x,c)\text{において指令}a_c\text{を受けたとき生起する内部事象のとき}\end{cases}$$

で整理する。関数$\chi^{c<t+1>}$をもとに

$$\phi^{\circ}_{<x>}:\{x\}\times C\times A_c\to C^{\circ(t+1)} \quad (88)$$

を定義できる。

内部事象$x^{\circ(t+1)}$, $c^{\circ(t+1)}$の組み合わせが時刻t+1におけるシステムの状態x^{t+1}を決定するものとする。($x^{\circ(t+1)}$, $c^{\circ(t+1)}$)とx^{t+1}との対応についてもシステム設計者は現実世界の検討結果をもとに特定し，結果を

$$\chi^{<t+1>}:X^{\circ(t+1)}\times C^{\circ(t+1)}\times X^{t+1}\to\{0,1\} \quad (89)$$

$$\chi^{<t+1>}(x^{\circ(t+1)},\ c^{\circ(t+1)},x^{t+1})=\begin{cases}0 & \text{着目する}x^{t+1}\text{が}(x^{\circ(t+1)},\ c^{\circ(t+1)})\text{の生起による推移先でないとき}\\ 1 & \text{着目する}x^{t+1}\text{が}(x^{\circ(t+1)},\ c^{\circ(t+1)})\text{の生起による推移先のとき}\end{cases}$$

で整理する。関数$\chi^{<t+1>}$をもとに

$$\Xi^{\circ}_{<x>}:X^{\circ(t+1)}\times C^{\circ(t+1)}\to X^{t+1} \quad (90)$$

を定義できる。

式(12),(22),(86),(88),(90)をもとに{x}×CからXへの写像を以下の手順で導出する。

(1)式(12),(86)を合わせて次の写像を定義する。

$$\Psi_{<x,j>}:\{x\}\times C\to X^{\circ(t+1)} \quad (91)$$

ただし $\Psi_{<x,j>}(x,c)=\phi^{\circ}_{<x>}(x,c,h_{<x,j>}(x,c))$

(2)式(12),(22)を合わせてつぎの写像を定義する。

$$f^{\circ}_{<x,j,m>}:\{x\}\times C\to A_c \quad (92)$$

ただし $f^{\circ}_{<x,j,m>}(x,c)=g_{<x,j,m>}(x,c,h_{<x,j>}(x,c))$

(3)式(92),(88)を合わせた写像$\Phi_{<x,j,m>}$を定義する。

$$\Phi_{<x,j,m>}:\{x\}\times C\to C^{\circ(t+1)} \quad (93)$$

ただし $\Phi_{<x,j,m>}(x,c)=\phi^{\circ}_{<x>}(x,c,f^{\circ}_{<x,j,m>}(x,c))$
$=\phi_{<x>}(x,c,f^{\circ}_{<x,j,m>}(x,c,h_{<x,j>}(x,c))$

(4){x}×Cの要素(x,c)に直積$X^{\circ(t+1)}\times C^{\circ(t+1)}$の要素を対応させるつぎの写像を定める。

$$\Xi_{<x,j,m>}:\{x\}\times C\to X^{\circ(t+1)}\times C^{\circ(t+1)} \quad (94)$$

(5)$\Xi^{\circ}_{<x>}$と$\Xi_{<x,j,m>}$を合成する。

$$\begin{aligned}x^{t+1}&=\Xi^{\circ}_{<x>}\circ\Xi_{<x,j,m>}(x,c)\\&=\Xi^{\circ}_{<x>}(\Psi_{<x,j>}(x,c),\Phi_{<x,j,m>}(x,c))\\&=\Xi^{\circ}_{<x>}(\phi^{\circ}_{<x>}(x,c,h_j(x,c)),\\&\qquad\phi^{\circ}_{<x>}(x,c,g_{<x,j,m>}(x,c,h_{<x,j>}(x,c))))\end{aligned} \quad (95)$$

式(95)は，「システムが状態xにあり，入力事象cが生起したとき，選択規則$h_{<x,j>}$, $g_{<x,j,m>}$のもとでのxからx^{t+1}への推移」を記述する。

状態推移の場合と同様の検討を行い出力を記述する関数を求める。内部事象$x^{\circ(t+1)}$, $c^{\circ(t+1)}$の生起が時刻t+1における出力を決定すると考えることは自然である。システム設計者は現実世界の検討結果をもとに内部事象$x^{\circ(t+1)}$, $c^{\circ(t+1)}$と出力o^{t+1}との対応を

$$\chi^{<t+1>}_{<o>}:X^{\circ(t+1)}\times C^{\circ(t+1)}\times O^{t+1}\to\{0,1\} \quad (96)$$

$$\chi^{<t+1>}_{<o>}(x^{\circ(t+1)},\ c^{\circ(t+1)},o^{t+1})=\begin{cases}0 & \text{着目する}o^{t+1}\text{が}(x^{\circ(t+1)},\ c^{\circ(t+1)})\text{の生起による出力でないとき}\\ 1 & \text{着目する}o^{t+1}\text{が}(x^{\circ(t+1)},\ c^{\circ(t+1)})\text{の生起による出力のとき}\end{cases}$$

で整理する。関数$\chi^{<t+1>}_{<o>}$をもとに

$$\Lambda^{\circ}_{<x>}:X^{\circ(t+1)}\times C^{\circ(t+1)}\to O^{t+1} \quad (97)$$

を定義できる。$\Lambda^{\circ}_{<x>}$と式(94)に求めた$\Xi_{<x,j,m>}$を合成して(x,c)に対する出力を与える写像

$$o^{t+1}=\Lambda^{\circ}_{<x>}\circ\Xi_{<x,j,m>}(x,c),\ c\in C \quad (98)$$

が求められる。

8．まとめ

状態変数，入力変数に対する操作変数に関して物理的制約を満たす範囲で複数の選択肢が存在する離散時間システムのモデル化について考察した。意志決定者に構造化された選択規則，選択規則選定手続きに関する知識と操作変数生成に必要な一連の演算操作をもたせ，目標，状態変数，入力変数および操作変数相互間に存在する関係を明確にした。この結果，目標，状態変数，入力変数の認識から操作変数を特定するまでの過程が見通しの良い形式で表現され，コンピュータ援用に適した意志決定者モデルが構築された。

9．参考文献

(1)富田，橋本，高松："事象の決定過程の構造解析"，システムと制御，Vol.30, NO.5, pp.303-311 (1986).

(2)大内，栗原，加地："２項関係理論による知識獲得ツールとしての階層構造分析法の構成"，電学論c, 107, 2, pp.135-140 (昭62).

(3)鷹田，春名，中尾："サイクルを含むシステムの階層的構造分析法-HSA"，電学論c, 100, 12, pp.395-401 (昭55).

(4)J.N. Warfield: "Developing Interconnection Matrices in Structural Modeling", IEEE Trans. Syst. Man & Cybern., SMC-4, 81 (1974).