人　工　知　能 98－3
（１９９５．１．１８）

帰納的学習アルゴリズムの特性解析

衣川 裕史　上原 邦昭　前川 禎男
神戸大学 工学部 情報知能工学科

帰納的学習アルゴリズムの特性解析の手法は，実験による特性解析手法の他に，PAC学習モデルを用いた手法，平均的事例解析手法が提案されている．PAC 学習では，ワーストケースの特性解析を行なうため，実際のアルゴリズムの挙動とは大きく異なる場合が多い．また，平均的事例解析はアルゴリズムの様々な学習条件での特性を知ることができるが，モデル化が難しく，また，計算量が大きくなる等の問題がある．本研究では，学習アルゴリズムの解析としてランダムアルゴリズムを用いた特性解析手法(Random-Case Analysis)を提案する．本手法は，ランダムサンプリングによって無作為に抽出した事例のみを用いた解析を行い，解析の自由度を保持しながら計算量の問題を解決した特性解析手法である．

Random-Case Analysis of Inductive Learning Algorithms

Hironobu Kinugawa　Kuniaki Uehara　Sadao Maekawa
Department of Computer and Systems Engineering, Kobe University

In this paper, we present a framework to analyze a behavior of learning algorithms. Most researchers use either experimental or theoretical method to analyze the performance of learning algorithms. However, experimental approaches are not so flexible to analyze various characteristics of learning algorithms. On the other hand, theoretical approach, such as PAC learning, does not deduce real characteristics of learning algorithms. In our framework, called Random-Case Analysis, we adapt the idea of randomized algorithms to integrate both experimental and theoretical approaches. By using of Random-Case Analysis, we can predict various aspects of learning algorithm's behavior and apply our framework to practical learning algorithms, such as ID3 or AQ.

1 はじめに

機械学習の研究は，学習アルゴリズムの能力について良く知り，より良い学習アルゴリズムを開発することを目的としている．帰納的学習アルゴリズムの能力を理解する事は学習アルゴリズムの開発を行なう上で重要であり，また，実用化の面においても必要不可欠である．

従来の研究で，学習アルゴリズムの特性を調べる際に最も一般的に用いられている方法は，実験による方法である．実験による特性解析法は，学習アルゴリズムを実在のデータに適用し，その結果から学習アルゴリズムの分類精度などの特性を調べる手法である．

このような従来の実験によるアプローチに対して，数学的な手法を用いて学習アルゴリズムの特性を調べる方法が研究されている．Valiant [1] は，概念の学習可能性を扱うために， PAC 学習と呼ばれる概念を提案している．PAC 学習可能性に関する研究は，あるクラスの概念の学習を帰納的学習アルゴリズムによって行なう際に，「多項式時間内の学習でおよそ正しいと認められる概念記述を高い確率で出力することができるか (Probably Aproximately Correct)」といった問題を議論している．多くの研究者が様々な概念クラスの PAC 学習可能性について研究しており，連言概念，k-DNF，k-CNF 等の幾つかの概念クラスについては，それらの PAC 学習可能性が証明されている．しかしながら，PAC 学習に関する研究はワーストケースでの学習可能性を取り扱っているために，現実的でない結果しか得られない場合が多いこと [2]，学習可能性を議論する際の仮定として，目的概念がノイズを含まない場合のみを扱っており実用的でないことなどの問題がある．

一方，Pazzani と Sarett [2] は，学習アルゴリズムの実験による特性解析手法と PAC 学習のような理論的解析手法を合わせた特性解析手法として，平均的事例解析法 (Average-Case Analysis) を提案している．平均的事例解析は，アルゴリズムの特性の期待値を数式モデルによって表現し，特性値を求める手法である．平均的事例解析の研究としては，k-CNF 概念の学習アルゴリズム [3]，Nearest Neighbor Algorithm [4]，一階決定木を用いた学習アルゴリズム [5]，Bayesian Classifier アルゴリズム [6]，Prototype Based Learning アルゴリズム [7] 等の特性解析がある．しかしながら，平均的事例解析では，解析条件の設定を変更する事で様々な条件下での帰納的学習アルゴリズムの特性を調べることができるが，定式化に高度な確率的知識を必要とするために複雑なアルゴリズムへの適用は困難であることが知られている．このため，実際に平均的事例解析によって解析が行なわれているアルゴリズムは，単純なアルゴリズムのみにとどまっている．また，定式化の方法と解析条件によっては計算量が非常に大きくなって，事実上計算不可能となる場合もあり，大きな問題点となっている [7].

平均的事例解析で計算量が膨大になるのは，アルゴリズムの平均的な挙動を求める際の場合分けが数多くなるからである．このような問題を解決する一般的な手法として，ランダムアルゴリズム [8] を用いる手法がある．ランダムアルゴリズムを用いる手法は，解析値を計算する際に，場合分けの数を減らすために乱数を用いた無作為抽出を行なうことに特徴がある．この無作為抽出を用いれば，平均的事例解析と同様な解析を行ないながら，必要な計算量を減らすことが可能となる．本研究では，ランダムアルゴリズムを用いて学習アルゴリズムの特性解析を行なう手法 (Random-Case Analysis) を提案する．

2 平均的事例解析

実在のデータを用いた実験による特性解析手法には，実験が容易であるという利点があるが，実験の際に実在のデータを用いるために，解析条件の設定が不自由であるという問題がある．また，実験によって得られたアルゴリズムの特徴的な挙動が，入力データのどの要素によって引き起こされたものなのかを特定する事が困難であるという

問題もある．

Pazzani と Sarett によって提案された平均的事例解析法は，解析対象となるアルゴリズムの平均的な挙動を表わす数式モデルを作成する．アルゴリズムの分類精度は，作成した数式モデルを評価することによって得られるようになっている．このため，実験者が指定した条件下での学習アルゴリズムの分類精度の正確な期待値を求めることができ，また，実験者が解析条件の調整を自由に行なうこともできるという利点がある．平均的事例解析の簡単な例として，文献 [2] で紹介されている学習アルゴリズム wholist を取り上げる (図 1)．wholist アルゴリズムは，すべての正の訓練事例に含まれている特徴を取り出し，それを与えられた事例の概念記述として出力とするアルゴリズムである．wholist の平均的挙動を定式化する際に，以下の値が実験者によって解析条件として与えられる．

N	:	訓練事例数
P	:	正事例の出現確率
I	:	不要属性数
$P(f_j)$	:	不要属性 f_j が正例の記述の中に含まれている確率

wholist アルゴリズムの平均的事例解析によって以下の数式モデルが得られる．定式化の詳細は，文献 [2] で詳しく説明されているので，ここでは省略する．

$$\begin{aligned}
M(f_j,i) &= 1-P(f_j)^i(1-P(f_j)) \\
b(i,N,P) &= \binom{N}{i} P^i(1-P)^{N-i} \\
accuracy &= P\sum_{i=0}^{N}\left[b(i,N,P)\prod_{j=1}^{I}M(f_j,i)\right] \\
&\quad +(1-P) \qquad (1)
\end{aligned}$$

得られた式 1 の数式モデルを用いて wholist アルゴリズムの分類精度の変化を調べる．解析条件の設定は，

$$P=0.5, I=3, P(f_j)=0.5$$

とし，訓練事例数 N を 1 から 30 まで変化させた場合の分類精度の変化を調べたものを図 2 に示す．

1. $H \leftarrow$ すべての特徴
2. 与えられた訓練例が正の例で，現在の仮説 H がその訓練例を正しく分類できなかった場合，H の中で訓練例に含まれていない特徴を削除する．
3. 次の訓練例を取り出し，2 を繰り返す．

図 1: wholist アルゴリズム

図 2 の実験では，訓練事例数 N を変化させて，分類精度の変化を調べているが，その他のパラメータ P，I，$P(f_j)$ も同様に変化させて特性変化を調べることが可能であり，この柔軟性が平均的事例解析法の大きなメリットとなっている．

平均的事例解析は優れた特性解析法であるが，学習アルゴリズムの数式モデルの作成に高度な確率的知識が必要であり，ID3 や AQ のように複雑な学習アルゴリズムへの適用は困難である．また，例として示した wholist アルゴリズムの場合は比較的シンプルな数式モデルが示されているが，解析を行なう学習アルゴリズムによっては数式モデルが複雑になり，それに伴って解析に必要な計算量が増大するという問題がある．そのため，定式化の複雑なアルゴリズムでは，解析条件の設定によっては計算量が膨大となり，事実上計算不可能となる場合もある [7]．

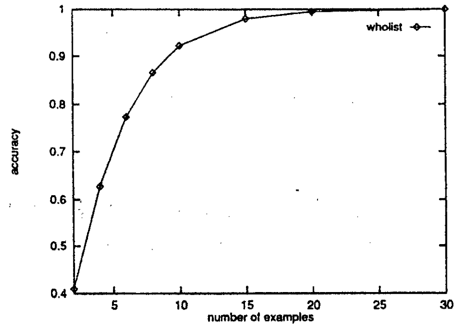

図 2: wholist アルゴリズムの分類精度の変化

3 ランダムアルゴリズムによる特性解析手法

本研究では，帰納的学習アルゴリズムの特性解析を行なう手法として，ランダムアルゴリズムの考え方を用いる．ランダムアルゴリズムは，ソーティング等の処理，組合せ問題，グラフ問題，線形計画法など多くの応用分野で用いられている手法である．また，ランダムアルゴリズムの手法には，ランダムウォークやサンプリング法などがある．本研究では，これらの手法のうちサンプリング法を基にした手法を用いて解析を行なっている．

サンプリング法は，母集団からランダムサンプリングによって抽出した部分集合が，元の母集団の特徴をかなり良く受け継いでいるという性質を利用した手法である．本研究では，事例の記述空間をランダムサンプリングしてアルゴリズムの特性を調べるという手法を用いることにより，帰納的学習アルゴリズムの特性解析を行なっている．

3.1 事例の表現

学習アルゴリズムに与えられる個々の事例は，事例の属するカテゴリと特徴の記述からなる．事例の特徴は，t 個の 0,1 の値をとる変数 a_i の並びによって表現される．なお，本研究では，平均的事例解析と異なり，個々の変数の独立性の仮定は行なわないので，変数間に従属関係も存在し得るものとする．事例 I は次のように記述される．

$$I = (I_c, I_f) = (I_c, (a_1, \cdots, a_t)) \tag{2}$$

ただし，I_c は事例の属するカテゴリを示し，I_a は事例の特徴を記述する変数 a_i を並べたベクトルである．

帰納的学習アルゴリズムは，学習しようとする目的概念に属する正事例と目的概念に属さない負事例の集合を入力とし，目的概念記述を出力とする．なお，学習アルゴリズムによって負事例の扱いは異なり，負事例を入力に必要としない学習アルゴリズムも存在する．また，目的概念が複数存在するような問題を扱える学習アルゴリズムもある．本研究では，問題を簡略化するために，目的概念は一つで，事例が目的概念に属している正事例と目的概念に属していない負事例に分類されている場合のみを扱うものとする．したがって，正カテゴリを $+$，負カテゴリを $-$ と記述すると，

$$I_c \in \{+, -\} \tag{3}$$

となる．

3.2 事例の生成アルゴリズム

本節では，事例の記述空間をランダムサンプリングするための，事例生成アルゴリズムについて説明する．

事例の記述空間をランダムサンプリングするためには，各事例の出現確率を決定する必要がある．そこで，事例を表現する各特徴 a_i にそれぞれ出現確率 p_i を定義し，各事例の出現確率を定める．各事例の出現確率 $Pr(I)$ は，

$$Pr(I) = \prod_{i=1}^{t} p_i \tag{4}$$

で計算される．

また，述語 f を導入して，生成された事例が正事例であるか負事例であるかを決定する．つまり，述語 f は特徴列 $(a_1, \cdots, a_t)$ を持つ事例のカテゴリに対して $f(a_1, \cdots, a_t)$ が真ならば正カテゴリ，偽ならば負カテゴリとなるものである．

以上により，事例生成時に生成アルゴリズムに入力する概念記述 α を次のように定義する．

$$\alpha = (f, (p_1, p_2, \cdots, p_t)) \tag{5}$$

また，α を入力として事例を生成するアルゴリズム **EXAMPLE**(α) を図 3 に示す．ただし，アルゴリズム内で **RND** と書かれた関数は $(0,1)$ の範囲の値を発生する乱数である．

```
Algorithm EXAMPLE((f,(p1,…,pt)))
    (f,(p1,…,pt)) : 生成する概念の記述
    (Ic,(a1,…,at)) : 生成する事例
begin
    i ← 1;
    while i ≤ t do
    begin
        if RND ≤ pi then
            ai ← 1
        else
            ai ← 0 ;
        i ← i + 1
    end ;
    if f(a1,…,at) then
        Ic ← +
    else
        Ic ← − ;
    return (Ic,(a1,…,at))
end.
```

図 3: 事例の生成アルゴリズム

3.3 評価アルゴリズム

図 4 は帰納的学習アルゴリズムの特性解析を行なうアルゴリズムである．本アルゴリズムでは N 回の試行を行ない，各々の試行では一回の学習と一回の分類実験が行なわれる．正しい分類ができた回数と全部の試行回数の比が，アルゴリズムの分類精度の解析値となる．解析の際は，学習を行なう手続き **LEARN**(L) と分類を行なう手続き

```
Algorithm RandomCaseAnalysis(α, N)
    α : 目的概念の記述
    N : 試行回数
begin
    s ← 0 ;
    repeat N do
    begin
        L ← φ ;
        repeat n do
            L ← L ∩ {EXAMPLE(α)} ;
        T ← EXAMPLE(α) ;
        β ← LEARN(L) ;
        if Tc = CLASSIFY(β,Ta) then
            s ← s + 1
    end ;
    output s/N
end.
```

図 4: 解析アルゴリズム

CLASSIFY(β, T_a) が必要である．なお，図 4 では，事例集合 L から目的概念記述 α を帰納する手続きを

$$\alpha \leftarrow LEARN(L) \tag{6}$$

と表記し，概念記述 α を用いて事例 I の分類する手続きを，

$$c \leftarrow CLASSIFY(\alpha, I) \tag{7}$$

と表記している．

本手法を用いれば，学習アルゴリズムの分類精度を容易に調べることができる．ここで興味があるのは，本手法による解析がどのくらい実際のアルゴリズムの動作を反映しているか，つまり，この解析手法の信頼度である．本手法のようなランダムアルゴリズムの信頼度を理論的に裏付けるものとしてチェルノフの定理 [8] がある．

以下では，解析値が実際のアルゴリズムの分類精度にどのくらいマッチしているかを，チェルノ

フの定理を用いて理論的に検討する．チェルノフの定理とは次のようなものである．

定理 1 (チェルノフの定理): 0, 1 の値をとる，互いに独立な n 個の確率変数 $X_1, \cdots, X_n$ の和 $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ を考える．ここで X_i について $Pr(X=1) = p_i, Pr(X=0) = 1-p_i$ とすれば，X は二項分布に従う確率変数となる．ある実数 $\delta \in (0,1]$ に対して，X の値がその期待値 $\mu = \sum_{i=1}^{n} p_i$ の $1-\delta$ 倍以下である確率は，

$$Pr(X < (1-\delta)\mu) < \exp(-\mu\delta^2/2) \quad (8)$$

となる．また，X の値が μ の $1+\delta$ 倍以上である確率は，

$$Pr(X > (1+\delta)\mu) < \left[\frac{\exp(\delta)}{(1+\delta)^{(1+\delta)}}\right]^{\mu} \quad (9)$$

である．

チェルノフの定理を用いて図 4 の解析手法のエラー率を検討する．解析の i 番目の試行の正誤を，チェルノフの定理での $X_i = 1, X_i = 0$ の場合と考えると，X は N 回の試行の中でアルゴリズムが正しい分類を行なった回数となり，分類精度は $K = X/N$ ，その期待値は $\mu_K = \mu/N$ となる．ここで，分類精度 K に対しての許容範囲 r を考えた場合，解析によって得られた分類精度が許容範囲を越える確率 $Pr(K < (1-r)\mu_K)$ および $Pr(K > (1+r)\mu_K)$ は次の補助定理によって示される．

定理 1′: 0,1 の値をとる確率変数の平均 $K = \sum_{i=1}^{n} X_i/N$ を考える．$Pr(X_i = 1) = p_i, Pr(X_i = 0) = 1-p_i$ の場合に，K がその期待値 $\mu_K = \sum_{i=1}^{n} p_i/N$ の $(1-r)$ 倍以下である確率は

$$\begin{aligned} Pr(K < (1-r)\mu_K) &< \exp(-\mu(rN)^2/2) \\ &= F^-(\mu,\delta) \quad (10) \end{aligned}$$

であり，$(1+r)$ 倍以上である確率は，

$$\begin{aligned} Pr(K > (1+r)\mu_K) &< \left[\frac{\exp(rN)}{(1+rN)^{(1+rN)}}\right]^{rN} \\ &= F^+(\mu,\delta) \quad (11) \end{aligned}$$

となる．

たとえば，アルゴリズムの実際の分類精度 μ_K が 0.9 で $r = 0.9$, 反復回数 $N = 100$ とした場合，N の期待値は $\mu = 100 \times 0.9 = 90$ となり，$Pr(X < (1-r)\mu_K)$ 及び $Pr(X < (1-r)\mu_K)$ の確率はそれぞれ 1.47899×10^{-16} および 1.28787×10^{-125} となる．同様の条件下で反復回数 N を 0 から 100 まで変化させた場合のこれらの確率の変化を示したものを図 5 に示す．図 5は，本手法による解析がある程度の回数の反復で非常に高い信頼性を持つことを示している．

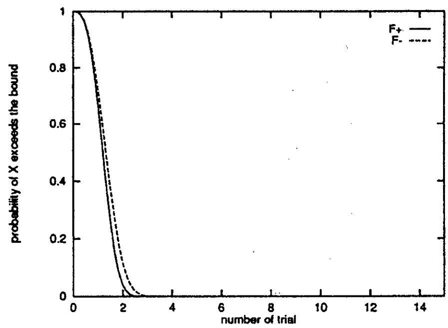

図 5: エラー率の変化 1

次に，許容範囲 r を変化させた場合の信頼性を検討する．図 6 によると，解析値が許容範囲を越える確率は，その許容範囲を十分に広くとればほとんど 0 となる．逆に，許容範囲を狭めていくと，急激に解析値が許容範囲を越える確率が大きくなる．それでは，どの程度の反復回数を設定すれば，設定した許容範囲から解析値が外れる確率が満足できる程度のものとなるのだろうか．

式 10 をもとに反復回数 N を計算すると次式が得られる．

$$N(r,P) = \frac{1}{r}\sqrt{-\frac{2\ln P}{\mu_K}} \quad (12)$$

式 (12) によって，最低限必要とされる反復回数 N を計算することができる (図 7)．しかしながら，式中の分類精度の期待値 μ_K は未知の値であり，

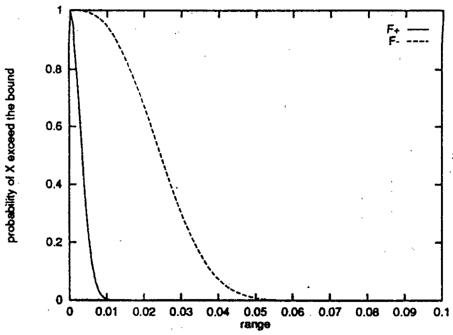

図 6: エラー率の変化 2

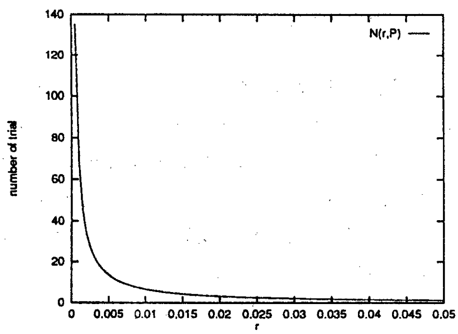

図 7: 許容範囲とエラー率との関係

このままでは N は決定不可能である．本研究では，$\mu_K > 0.5$ の場合のみを取り扱うことにして，この問題を回避している．したがって，

$$\begin{aligned} \frac{1}{r}\sqrt{-\frac{2\ln P}{\mu_K}} &< \frac{1}{r}\sqrt{-\frac{2\ln P}{0.5}} \\ &= \frac{1}{r}\sqrt{-4\ln P} = N'(r,P) \end{aligned} \tag{13}$$

となる．式 (13) に示された $N'(r,P)$ を実験での反復回数として用いれば，要求される精度を得ることができる．

3.4 簡単な実験

実際に，図 4 の解析アルゴリズムを用いた評価実験の結果を示す．評価対象として，2 章で取り上げた wholist アルゴリズムを用いている．実験は 2 章と同一条件で行ない，平均的事例解析で解析した wholist アルゴリズムの特性とランダムアルゴリズムを用いて解析した特性を比較している．図 8 に示したのが実験結果である．

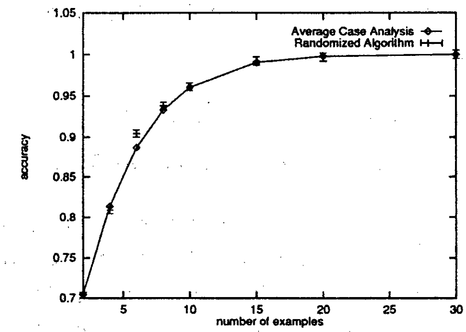

図 8: 平均的事例解析との比較

図 8 では，平均的事例解析による精度の理論値を実線で表わし，本手法による理論値とその許容範囲を縦棒で示している．実験結果からも分かるように，本手法による解析値と平均的事例解析による理論値はほぼ完全に一致している．一部グラフ上の点に誤差が許容範囲を越えている点が見られるが，誤差は全体の変化の傾向を乱す程大きいものではない．誤差が許容範囲を越える確率は小さい値であるが，0 ではないので解析の際に許容範囲を越えた誤差を持つ点が発生することは十分にあり得る．このような誤差が問題になる場合は，さらに P を小さく設定して反復回数 N を大きくするか，再実験を行なえば良いことになる．

4 解析実験

本手法を用いて学習アルゴリズムの分類精度の評価実験を行なう．評価対象として，機械学習の分野で広く研究されている ID3 アルゴリズム [9] と AQ アルゴリズム [10] を用いる．

4.1 不要属性に対する振舞い

図 9 と図 10 は，それぞれ異なった不要属性数での ID3 と AQ の分類精度の変化を示している．図 9 はともに不要属性が無い場合の分類精度の変化，図 10 は不要属性が 3 個の場合の分類精度の変化を比較しており，それぞれの場合の解析条件は，

$$\text{不要属性}\,0 \;:\; (a_1 = 1, (0.5))$$
$$\text{不要属性}\,3 \;:\; (a_1 = 1, (0.5, 0.5, 0.5, 0.5))$$

となっている．ここで，不要属性とは事例の属するカテゴリの決定に無関係な属性を指す．この実験の場合，カテゴリの決定に利用している属性 a_1 以外の属性は不要属性となる．解析の反復回数 N は許容範囲 $r = 1\%$，エラー率 $P < 0.01$ とし，

$$N = N'(0.01, 0.01) = 429$$

として実験を行なった．

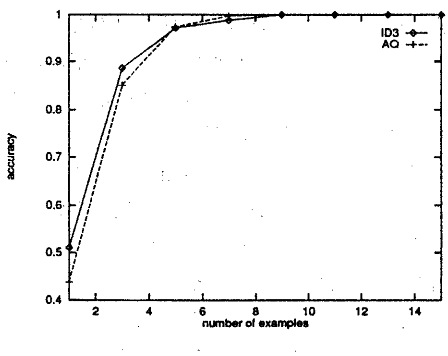

図 9: 不要属性数 0

解析結果によれば，不要属性を増加させた場合 ID3 の分類精度はあまり変化していないが，AQ の分類精度は明らかに低下している．しかしながら，不要属性数が 2 の場合の分類精度は ID3，AQ ともに最終的に 1 に向かって収束していることから，事例に冗長な記述が含まれる場合でも，十分な訓練事例が与えられれば ID3，AQ ともに正しい学習が行なえることが分かる．

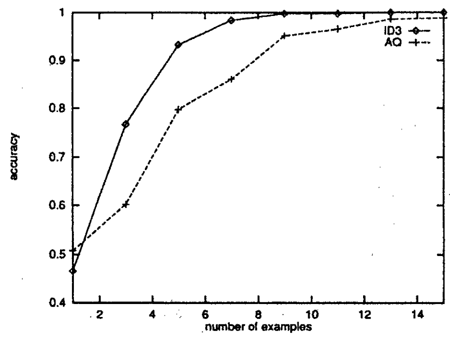

図 10: 不要属性数 3

4.2 ノイズ特性

ノイズ特性を調べる際には，ノイズを生成する手続きとして **N-EXAMPLE**(α, ξ_c, ξ_a) を用いる．図 11 に示した関数 **N-EXAMPLE**(α, ξ_c, ξ_a) は，ノイズのない事例をいったん生成した後に，カテゴリ情報 I_c や各変数 a_i にノイズを加えて出力するアルゴリズムである．ここで，ノイズとはある一定の確率で事例を記述する属性 a_i あるいはカテゴリ情報 I_c が誤った値に変化することをいう．

4.2.1 属性ノイズ

本節では，属性値に混入したノイズの影響について解析を行なう．図 12 はノイズが混入していない場合の ID3 と AQ の特性変化と，属性ノイズが 10 パーセント混入した場合の ID3 と AQ の特性変化を示している．図 12 では，概念記述に含まれる不要属性数は 2 個に設定している．解析条件は，

$$(a_i = 1, (0.5, 0.5, 0.5))$$

である．実験結果によれば，ノイズの混入によって ID3 と AQ の分類精度はともに低下している．ID3 と AQ とを比較すると，ID3 の方がノイズによる分類精度の低下が少ないことが分かる．

Algorithm N-EXAMPLE(α, ξ_c, ξ_a)
　α：生成する概念の記述
　$(I_c, (a_1, \cdots, a_t))$：生成する事例
begin
　$(Ic, (a_1, \cdots, a_t)) \leftarrow$ **EXAMPLE**(α) ;
　if **RND** $\leq \xi_c$ then
　　if $I_c = +$ then
　　　$I_c \leftarrow -$
　　else
　　　$I_c \leftarrow +$;
　$i \leftarrow 1$;
　while $i \leq t$ do
　　if **RND** $\leq \xi_a$ then
　　　if $a_i = 1$ then
　　　　$a_i = 0$
　　　else
　　　　$a_i = 1$;
　return $(I_c, (a_1, \cdots, a_t))$
end.

図 11: ノイズを含んだ事例の生成アルゴリズム

4.2.2 クラスノイズ

事例に含まれるノイズは，属性値の値に影響を及ぼしている属性ノイズの他に，事例のカテゴリ情報に含まれるノイズも存在する [6]．この実験を行なったものが図 13 である．実験結果によれば，クラスノイズは属性ノイズの場合と同様に，AQ と比較して ID3 は良好な分類精度を示している．

4.3 考察

本節では，ランダムアルゴリズムを用いた特性解析手法を用いて，帰納的学習アルゴリズム ID3 と AQ の特性の比較評価を行なった．本節で行なった解析は，従来の実験による特性解析手法では調べられない特性の解析である．また，ID3 と AQ は挙動が複雑であるために，従来の PAC 学習モデルによる解析手法や平均的事例解析法では解析が困難である．このように，本手法を用いることにより従来の手法では解析が困難なアルゴリズムの特性を容易に解析することが可能となる．

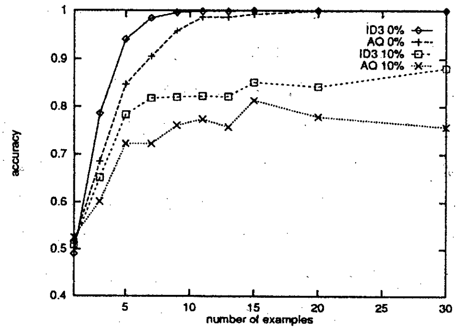

図 12: 属性ノイズ

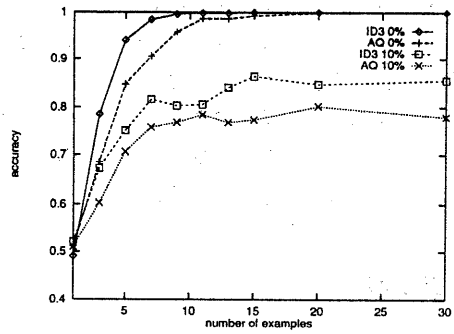

図 13: クラスノイズ

5 まとめ

本研究では，ランダムアルゴリズムを用いた学習アルゴリズムの特性解析を行なった．本手法は，平均的事例解析で行なっているものと同様に，様々な特性の解析をより少ない計算量で行なうことができる．また，平均的事例解析で行なっていたようなアルゴリズムの定式化が不要であるという特長がある．解析結果には，ある程度の値のバラつきが含まれているが，学習アルゴリズムの特性を反映した解析結果が得られている．

本研究では，人工知能分野で広く研究されてい

る帰納的学習アルゴリズムである ID3 と AQ を対象アルゴリズムとして取り上げた．この 2 つの学習アルゴリズムは，挙動が複雑であるために平均的事例解析や PAC 学習などでは十分な解析が行なわれていなかった．ID3 については，Iba や Langley [5] らによって，一階決定木を生成するアルゴリズムとして単純化したものについての平均的事例解析が紹介されているが，より一般的な解析については実現されていない．しかしながら，本研究で用いた乱数を用いた事例生成による学習アルゴリズムの特性解析手法を用いれば，このような複雑なアルゴリズムの解析も可能となり，また，様々な条件での特性解析ができる．

今後の課題としては DNF，CNF などの，より複雑な概念を学習する際の特性評価，実データを用いた特性解析と本手法による特性解析との比較検討，アルゴリズムの計算量の評価，学習概念の記述長の評価などが挙げられる．

参考文献

[1] Valiant, L. G.: A Theory of the Learnable, *C. ACM*, pp. 1134–1142 (1984).

[2] Pazzani, M. J. and Sarett, W.: Average Case Analysis of Conjunctive Learning Algorithms, *Proc. of the Seventh International Conference on Machine Learning*, pp. 339–347 (1990).

[3] Hirschberg, D. S. and Pazzani, M. J.: Average Case Analysis of Learning k-CNF Concepts, *Proc. of the Ninth International Workshop on Machine Learning*, pp. 206–211 (1992).

[4] Langley, P. and Iba, W.: Average-Case Analysis of a Nearest Neighbor Algorithm, *Proc. of the Eleventh National Conference on Artificial Intelligence*, pp. 889–894 (1993).

[5] Iba, W. and Langley, P.: Induction of one-level dedision trees, *Proc. of the Ninth International Conference on Machine Learning*, pp. 233–240 (1992).

[6] Pat Langley, W. I. and Thompson, K.: An Analysis of Bayesian Classifiers, *Proc. of the Tenth National Conference on Artificial Intelligence*, pp. 223–228 (1992).

[7] 衣川裕史, 上原邦昭, 前川禎男：典型性に基づく概念学習アルゴリズム PBL の解析, 人工知能学会研究会資料, SIG-KBS-9304-1, pp. 1–8 (1994).

[8] Raghavan, P.: Lecture Notes on Randomized Algorithms, Research Report, RC 15240, IBM (1989).

[9] Quinlan, J. R.: Induction of Decision Trees, *Machine Learning*, Vol. 1, pp. 81–106 (1986).

[10] Shi, Z.: *Principles of Machine Learning*, pp. 95–100, International Academic Publishers (1992).