多エージェントに於ける共有知識モデルについて

房岡 璋　千葉 誠一
立命館大学情報学科
〒525 滋賀県草津市野路町 1916
fusaoka@cs.ritsumei.ac.jp sei@muse.cs.ritsumei.ac.jp

本論文では、多エージェント環境における単純化された共有知識のモデルについて考察する. エージェントの知識の所有に関して、「ある知識を持っているエージェントは、同時に、誰がその知識を持っているかまで含めて知っている」という条件が常に成りたつとき、その集団を準共有知識空間と呼ぶ. 準共有知識空間においては、個々の知識は、それを持っているエージェントの集合と対応しており、その内部ではその知識は共有知識となっている. 従って、共有知識に関する推論を、各知識に対応する集団の帰属関係に基づいて取り扱うことができる.

On A Common Knowledge Model in Multi-agent Environment

Akira Fusaoka and Seiichi Chiba
Department of Computer Science
Ritsumeikan University
1916, Nojichou, Kusatsu-city, Siga, 525 Japan

In this paper, we investigate a simplified model of common knowledge called a semi-common knowledge space, in which if an agent has certain knowledge, she can know who else know it in the agent's group. In the semi-common knowledge space, the agents who share certan knowledge form the group in which they share it as a common knowledge, so that the group and its membership relation give a clear representation for the structure of a semi-common knowledge space.

We present an inferential algorithm based on this membership relation and solve the three wise men puzzle, as an example.

1　はじめに

多エージェントにおける知識構造に関しては、Fagin,Halpern[Fagin95] によって、Kripke Model による体系的取り扱いが行われており、また、こうした様相論理に基づいた問題解決の手法も広く研究されている [Shoham93].

多エージェントの場合、Coordination や Agreement などの共同行為を成立させる基本として、共有知識 (common knowledge) が不可欠である．一般に、二人の人間がある共有知識を持つということは、単に二人ともその知識を知っているばかりでなく、お互いに相手が「その知識を知っていること知っている」こと、更に「知っていることを知っていることを知っていること」... 等、知識の所有に関する無限の付帯的な知識を共有していることを意味する．このように、共有知識は多エージェントにおける問題解決の基本的な要素であるにも関わらず、その定義において無限操作を含んでいる為、取り扱いが難しく、十分な分析が行われていない [Barwise88].

本論文では、エージェントの集団において、その通信機構に制約があり、任意のエージェント x, y と論理式 P に対して、「エージェント x と y が P を知っているならば、x は、y が P を知っている、ことを知っている」, と言う条件を満たしている世界を、準共有知識空間と呼び、この分析を行う．準共有知識空間では、各々の知識は、それを共有しているエージェントの集団 (Group) によって特徴づけられるので、Group のメンバーシップに基づいた推論アルゴリズムを与えることができる.

2　諸定義

定義 1: 知識の論理系

エージェントの集合をΛとする．エージェント x が論理式φ を知っているという陳述を $K_x\varphi$ で表す．K_xは、以下の S5 の公理を満たすものとする．

[公理系]
A1: $\vdash K(\varphi \supset \psi) \supset K\varphi \supset K\psi$
A2: $\vdash K\varphi \supset \varphi$
A3: $\vdash K\varphi \supset KK\varphi$
A4: $\vdash \neg K\neg\varphi \supset K\neg K\neg\varphi$

[推論規則]
I1: $\vdash \varphi \supset \psi$ および $\vdash \varphi$ ならば、$\vdash \psi$.
I2: $\vdash \varphi$ ならば $\vdash K\varphi$.
I3: φ が命題論理のトートロジーならば、φ の中の命題記号を勝手な論理式に置き換えた論理式ψに対して $\vdash \psi$.

定義 2: 共有知識オペレータ C_U

$U \subseteq \Lambda$とするとき、エージェントの集団が論理式φ を共有知識として持つことを様相オペレータ $C_U\varphi$ を用いて表す [Halpern90]. すなわち、

$$E_U\varphi \equiv \bigwedge_{x_i \in U} Kx_iP$$
$$C_U\varphi \equiv \varphi \wedge E_U\varphi \wedge E_UE_U\varphi \cdots$$

様相オペレータ C_U、E_U に対する以下の公理と、推論規則を公理系に追加する．

[共有知識に関する公理]
C1: $\vdash C_U\varphi \wedge C_U(\varphi \supset \psi) \supset C_U\psi$
C2: $\vdash C_U\varphi \supset \varphi$
C3: $\vdash C_U\varphi \supset E_UC_U\varphi$
C4: $\vdash C_U(\varphi \supset E_U\varphi) \supset E_U\varphi \supset C_U\varphi$

[共有知識に関する推論規則]
I4: $\vdash \varphi$ ならば $\vdash C_U\varphi$.

3　準共有知識空間

一般に、多エージェントに於ける共有知識の構造は、そのエージェント間に成立している通信機構に依存する．いま、通信機構に強い制約があり、全てのエージェントと全ての知識に対して、以下の条件が満たされている時、そのエージェントの集合を準共有知識と呼ぶ.

条件： ある知識を持っているエージェントは、同時に、他の誰かがその知識を持っている場合、その事を含めて知っている.

このような条件を満足する知識空間は実際的問題で良く現れる．例えば、良く管理された会議

においての知識は、この例である．後に述べるように、「三賢人のパズル」における知識は、準共有知識空間を形成している．

以下において様相オペレータ $K_x, K_y \cdots$ は、S5 の公理を満たすとする．エージェントの集合を Λ とし、準共有知識空間は次の様に定義される．

定義 3: 準共有知識空間

任意の論理式 φ に対し

$$\forall x, y \in \Lambda(K_x\varphi \wedge K_y\varphi \supset K_xK_y\varphi)$$

が満たされる時、G を準共有知識空間と呼ぶ．

準共有知識空間は、次の性質を持つ

定理 1 :

G を準共有知識空間とする．任意の φ に対して $\forall x, y \in G(K_x\varphi \wedge K_y\varphi \equiv K_xK_y\varphi \wedge K_yK_x\varphi)$

証明

$K_xK_y\varphi \supset K_x\varphi \wedge K_y\varphi$ を示せば良い．

$\vdash \forall x \forall y K_xK_y\varphi \supset K_y\varphi$

$\vdash \forall x \forall y K_y\varphi \supset \varphi$

$\vdash \forall x \forall y K_x(K_y\varphi \supset \varphi)$

$\vdash \forall x \forall y K_x(K_y\varphi \supset \varphi) \supset K_xK_y\varphi \supset K_x\varphi$

$\vdash \forall x \forall y K_xK_y\varphi \supset K_x\varphi$

$\vdash \forall x \forall y K_xK_y\varphi \supset K_x\varphi \wedge K_y\varphi$

定理 2:

任意の論理式 φ 及び $\forall U \subseteq G$ に対して

$$\forall x \in U\{(K_x\varphi) \supset C_U\varphi\}$$

ここで、$C_U\varphi$ は、φ が集団 U の共有知識であることを示す様相オペレータである [Fagin95].

証明

準共有知識空間の定義から

$\vdash E_U \supset E_UE_U\varphi$

従って

$\vdash C_U(E_U\varphi \supset E_UE_U\varphi)$

が成り立つ

更に、共有知識に関する帰納法の公理

$\vdash C_U(\varphi \supset E_U\varphi) \supset E_U\varphi \supset C_U\varphi$ が成り立つので、

$\vdash E_U\varphi \supset C_U\varphi$

4 メンバーシップ

準共有知識空間では、各々の知識は、それを共有しているエージェントの集団によって特徴づけられる．準共有知識空間において、知識の所有者の集合を次のように定義する．

定義 4: グループ

与えられた論理式 φ に対して、$G(\varphi) \subseteq \Lambda$ を以下のように定義する．

$$G(\varphi) \equiv \{x | K_x\varphi\}$$

$G(\varphi)$ を φ のグループと呼ぶ．

グループの基本的な性質として以下の定理がなり立つ．

定理 3:

(1) $G(\varphi \supset \psi) \cap G(\varphi) \subseteq G(\psi)$

(2) $G(\varphi) \cap G(\psi) \equiv G(\varphi \wedge \psi)$

(3) $G(\varphi) \cup G(\psi) \subseteq G(\varphi \vee \psi)$

(4) $\forall x \in G(\varphi)\ [G(\varphi) \equiv G(K_x\varphi)]$

定理から直接的な結果であるので、証明は省略する．

5 推論アルゴリズム

一般に、各エージェントが、知識を交換し合うことによって、全体として、知識の所有関係が変化し、集団としての知識空間が発展する．この様な共有知識の変化を推論するために、以下では、共有知識そのものよりも、社会関係を用いることとし、各知識 φ に対するグループ $G(\varphi)$ の所属関係 (メンバーシップ) に基づいたアルゴリズムを与える．

但し、以下では、一度得られた知識は忘れないものとする．更に、知識交換の過程で、実世界は変化しないものとしている．

5.1 推論アルゴリズムの形式

メンバーシップを表すために、オペレータを以下のように定義する．以下で、$\alpha \subseteq \Lambda$ はエー

ジェントの部分集合を表す．また、φ は、命題論理式である．

$x\mu\varphi \Leftrightarrow x \in G(\varphi)$
$x\overline{\mu}\varphi \Leftrightarrow x \notin G(\varphi)$

定義 5: 基本式、ブロック、系列

(1) 基本式
以下の形式の式を基本式と呼ぶ．

$$L \equiv \Psi_1 \vee \Psi_2 \vee \cdots \vee \Psi_n | \alpha$$

ここで、$\Psi_1, \Psi_2, \cdots, \Psi_n$ は、命題論理式または、$x\mu\varphi$ または、$x\overline{\mu}\varphi$ の形式の式であり、直観的には、
$(\forall x \in \alpha) K_x (\Psi_1 \vee \Psi_2 \vee \cdots \vee \Psi_n)$
である事を意味する．

(2) ブロック、系列
基本式の集合をブロックと呼ぶ．ブロックは、以下に与える規則によって、演繹される基本式の列である．ブロックの列を系列と呼ぶ．

$$\text{系列} \begin{cases} \text{ブロック } B_1 \begin{cases} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \end{cases} \\ \text{ブロック } B_2 \begin{cases} L_i \\ \vdots \end{cases} \\ \quad \vdots \end{cases}$$

新たなブロックは、情報が追加されることによって生成される．推論の過程で実世界は変化せず、また、一度得られた知識は忘れられることはないという前提があるので、推論の各段階で、今までにあらわれたブロックの基本式のうち、負のメンバーシップ $x\overline{\mu}\varphi$ を含まない式のみ現在のブロックで推論に用いることができる．

定義 6 推論規則

(1) 基本規則

(G1) $\varphi \vee x\overline{\mu}\varphi | \Lambda$
(G2) $x\overline{\mu}\varphi \vee x\mu(x\mu\varphi) | \Lambda$
(G3) $x\mu\varphi \vee x\mu(x\overline{\mu}\varphi) | \Lambda$
(G4) φ が命題論理のトートロジーのインスタンスである時、$\vdash \varphi$ ならば $\varphi \mid \Lambda$
(G5) $x\mu\varphi | \alpha \cup \{x\}$

(2) 変形規則

- Membership : $\forall x \in \alpha$ に対して

$$\text{(Ma)} \quad \begin{array}{r|l} \varphi & \alpha \\ \hline x\mu\varphi & \alpha \end{array}$$

$$\text{(Mb)} \quad \begin{array}{r|l} x\mu\varphi & \alpha \\ \hline \varphi & \alpha \cup \{x\} \end{array}$$

- Not rule :

$$\text{(Na)} \quad \begin{array}{r|l} x\mu\varphi & \alpha \\ \hline x\overline{\mu}\neg\varphi & \alpha \end{array}$$

- And rule :

$$\text{(Aa)} \quad \begin{array}{r|l} x\mu(\varphi \wedge \psi) & \alpha \\ \hline x\mu\varphi & \alpha \\ x\mu\psi & \alpha \end{array}$$

$$\text{(Ab)} \quad \begin{array}{r|l} x\overline{\mu}(\varphi \vee \psi) & \alpha \\ \hline x\mu\neg\varphi & \alpha \\ x\overline{\mu}\psi & \alpha \end{array}$$

$$\text{(Ac)} \quad \begin{array}{r|l} x\overline{\mu}(\varphi \vee \psi) & \alpha \\ \hline x\mu\neg\psi & \alpha \\ x\overline{\mu}\varphi & \alpha \end{array}$$

- Or rule :

$$\text{(Oa)} \quad \begin{array}{r|l} x\mu(\varphi \vee \psi) & \alpha \\ \hline x\overline{\mu}\neg\varphi \vee x\mu\psi & \alpha \end{array}$$

$$\text{(Ob)} \quad \begin{array}{r|l} x\mu(\varphi \vee \psi) & \alpha \\ \hline x\overline{\mu}\neg\psi \vee x\mu\varphi & \alpha \end{array}$$

$$\text{(Oc)} \quad \begin{array}{r|l} x\overline{\mu}(\varphi \wedge \psi) & \alpha \\ \hline x\overline{\mu}\varphi \vee x\overline{\mu}\psi & \alpha \end{array}$$

- Unification :

$$\text{(Ua)} \quad \begin{array}{r|l} \varphi \vee \psi_1 & \alpha \\ \neg\varphi \vee \psi_2 & \beta \\ \hline \psi_1 \vee \psi 2 & \alpha \cap \beta \end{array}$$

$$\text{(Ub)} \quad \begin{array}{r|l} x\mu\varphi \vee x\mu\psi_1 & \alpha \\ x\overline{\mu}\varphi \vee x\mu\psi_2 & \beta \\ \hline x\mu\psi_1 \vee x\mu\psi_2 & \alpha \cap \beta \end{array}$$

6 推論事例

6.1 三賢人のパズル

推論事例として、三賢人のパズルを用いて推論過程を示す.

[三賢人のパズル]

- step1. 三人の賢人が白色または黒色の帽子を被っている. お互いに相手の帽子の色はみえるが、自分の色は判らない.
- step2. 子供がやってきて、「三人のうち少なくとも一人は黒い帽子を被っている.」といった.
- step3. その子供が全員に、「自分の色が判りますか.」と尋ねたら、三人とも答えは、「no.」 だった.
- step4. その子供が全員に、「自分の色が判りますか.」と尋ねたら、三人とも答えは、「no.」 だった.
- step5. 再び子供がやってきて、「一人の賢人に自分の色が判りますか.」と尋ねた.
- 問題 step5. に於いて、賢人は何と答えたか.

6.2 推論過程

各エージェントを x,y,z で表す. x,y,z の帽子の色が、黒色であることを a,b,c で表し、白色であることをその否定で表す.

Step1 初期状態

お互いに相手の帽子の色が見えるという事実が x, y, zの共有知識であることから、以下が成り立つ.

$$B_1 \left\{ \begin{array}{l} x\mu b \vee x\mu\neg b|\{x,y,z\} \\ x\mu c \vee x\mu\neg c|\{x,y,z\} \\ y\mu a \vee y\mu\neg a|\{x,y,z\} \\ y\mu c \vee y\mu\neg c|\{x,y,z\} \\ z\mu a \vee z\mu\neg a|\{x,y,z\} \\ z\mu b \vee z\mu\neg b|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

Step2 新たな情報 $a \vee b \vee c$ が共有知識に加わる.

$$B_2 \left\{ \; a \vee b \vee c|\{x,y,z\} \right.$$

Ma より

$$B_2 \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ x\mu(a \vee b \vee c)|\{x,y,z\} \\ y\mu(a \vee b \vee c)|\{x,y,z\} \\ z\mu(a \vee b \vee c)|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

これに、Ob を繰り返し用いて

$$B_2 \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ x\overline{\mu}\neg b \vee x\overline{\mu}\neg c \vee x\mu a|\{x,y,z\} \\ y\overline{\mu}\neg a \vee y\overline{\mu}\neg c \vee y\mu a|\{x,y,z\} \\ z\overline{\mu}\neg a \vee z\overline{\mu}\neg b \vee z\mu c|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

Ub を B_1に用いて

$$B_2 \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ x\mu a \vee x\mu b \vee x\mu c|\{x,y,z\} \\ y\mu a \vee y\mu b \vee y\mu c|\{x,y,z\} \\ z\mu a \vee z\mu b \vee z\mu c|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

Step3 新たな情報 $z\overline{\mu}a$, $y\overline{\mu}b$, $z\overline{\mu}c$(自分の帽子の色は、わからない) が加わる.

$$B_3 \left\{ \begin{array}{l} x\overline{\mu}a|\{x,y,z\} \\ y\overline{\mu}b|\{x,y,z\} \\ z\overline{\mu}c|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

の基本式と Ub を繰り返し用いると

$$B_3 \left\{ \begin{array}{c} \vdots \\ x\mu b \vee x\mu c|\{x,y,z\} \\ y\mu a \vee y\mu c|\{x,y,z\} \\ z\mu b \vee z\mu a|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

Step4 新たな情報 $z\overline{\mu}a$, $y\overline{\mu}b$, $z\overline{\mu}c$(自分の帽子の色は、わからない) が加わる.

$$B_4 \left\{ \begin{array}{l} x\overline{\mu}a|\{x,y,z\} \\ y\overline{\mu}b|\{x,y,z\} \\ z\overline{\mu}c|\{x,y,z\} \end{array} \right.$$

G 1、B3、Ob より

$$B_4 \begin{cases} \vdots \\ a \vee z\overline{\mu}a|\{x,y,z\} \\ a \vee z\mu b|\{x,y,z\} \end{cases}$$

Ma と Ob より

$$B_4 \begin{cases} \vdots \\ y\overline{\mu}\neg a \vee y\mu(z\mu b)|\{x,y,z\} \end{cases}$$

G1、Ma、Ob、Ub より

$$B_4 \begin{cases} \vdots \\ z\overline{\mu}b \vee b|\{x,y,z\} \\ y\mu(z\bar{b} \vee b)|\{x,y,z\} \\ y\overline{\mu}(z\mu b) \vee y\mu b|\{x,y,z\} \\ y\overline{\mu}\neg a \vee y\mu b|\{x,y,z\} \end{cases}$$

B1 と Ub より

$$B_4 \begin{cases} \vdots \\ y\mu a \vee y\mu b|\{x,y,z\} \\ y\mu a|\{x,y,z\} \end{cases}$$

Ma より

$$B_4 \begin{cases} \vdots \\ x\mu a|\{x,y,z\} \end{cases}$$

以上の推論に従って、x は自分の帽子の色が、黒色であることを知ることになる．上記の推論は x,y,zについて対称であり、y,zも同様の結論を得ることになる．

7 おわりに

本研究では、任意のφについて任意のエージェントが

$$(K_x\varphi \wedge K_y\varphi \supset K_xK_y\varphi)$$

を満たす知識空間について, その性質を調べ、推論過程において実世界に変化が生じない場合について、推論の手続きを与えた．談話理解など言語行為に限定されている場合は、実世界の不変性は自然な前提である．知識の交換に加えて行為が行なわれる、より一般な場合に対する準共有知識空間の推論手続きについては今後の課題である．

準共有知識空間は、共有知識を取り扱う一つの方法であるが、この条件そのものは、エージェントの知識でも共有知識でもない．しかし、これが共有信念である場合、すなわち、$B(K_x\varphi \wedge K_y\varphi) \supset K_xK_y\varphi$ が成立する場合は、より強い制約のもとで共有知識を取り扱うことができる．これについても、今後の課題である．

参考文献

[Fagin95] R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses and M. Y. Vardi : Reasoning About Knowledge, The MIT Press, 1995.

[Shoham93] Y. Shoham: Agent oriented programming, Artificial Intelligence 60(1), 51-92 , 1993.

[Halpern90]
J.Y.Halpern and Y.Moses: Kowledge and common kowledge in a distributed environment, Journal of the ACM, 37(3), 1990.

[Halpern85] J. Y. Halpern and Y. Moses.: Towards a Theory of Knowledge and Ignorance: Preliminary Report, NATO ASI Series, Vol.F13 Logics and Models of Concurrent Systems, Edited by K. R. Apt, Springer-Verlag, Berlin, HeidelBerg, 1985.

[Geneserch93] M. R. Geneserch and N. J. Nilsson ; 古川 康一 監訳: 人工知能基礎論 , オーム社 , 1993.

[Barwise88] J. Barwise : Three Views of Common Konwledge, Proc. of 2nd Conf. on Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge, 1988.